

Subject Code: **0128/TFU-MATHS/ELG-II**

Question Booklet No. **537888**

परीक्षा केन्द्राध्यक्ष की मोहर  
Seal of Superintendent of Examination Centre

परीक्षार्थी द्वारा बॉल-प्वाइंट पेन से भरा जाए  
To be filled in by Candidate by Ball-Point pen only

उत्तर-शीट का क्रमांक  
Sl. No. of Answer-Sheet

अनुक्रमांक  
Roll No.

घोषणा : मैंने नीचे दिये गये निर्देश अच्छी तरह पढ़कर समझ लिए हैं।  
Declaration : I have read and understood the instructions given below.

अभ्यर्थी के हस्ताक्षर  
(Signature of Candidate)

वीक्षक के हस्ताक्षर

(Signature of Invigilator)

वीक्षक के नाम

(Name of Invigilator)

अभ्यर्थी का नाम

(Name of Candidate)

Paper : **II** Subject : **MATHEMATICAL SCIENCES** Time : 2 Hours

Maximum Marks : **200**

इस प्रश्न-पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या  
Number of Pages in this Question Booklet } **72**

इस प्रश्न-पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या  
Number of Questions in this Question Booklet } **100**

#### INSTRUCTION TO CANDIDATES

- Immediately after getting the Booklet read instructions carefully, mentioned on the front and back page of the Question Booklet and do not open the seal given on the right hand side, unless asked by the invigilator. Do not accept a booklet without sticker-seal and do not accept an open booklet. As soon as you are instructed to open the booklet in the first 5 minutes you should compulsorily tally the number of pages and number of questions in the booklet with the information printed on the cover page. Faulty booklets due to pages/questions missing or duplicate or not in serial order or any other discrepancy should be got replaced immediately within 5 minutes. Afterwards, neither the Question Booklet will be replaced nor any extra time will be given.
- Write your Roll No., Answer-Sheet No., in the specified places given above and put your signature.
- Make all entries in the OMR Answer-Sheet as per the given instructions, otherwise Answer-Sheet will not be evaluated.
- For each question in the Question Booklet choose only one correct/most appropriate answer, out of four options given and darken the circle provided against that option in the OMR Answer-Sheet, bearing the same serial number of the question. Darken the circle with **Black or Blue ball-point pen only**.
- Darken the circle of chosen option fully, otherwise answers will not be evaluated.  
Example : **(A)** **(B)** **(C)** **(D)** If (B) is correct answer.
- There are 100 objective type questions in this Booklet. All questions carry two marks each.  
PART - I - 60 Questions 1-60  
PART - II (A) Mathematics Group - 40 Questions 61-100  
OR  
PART - II (B) Statistics Group - 40 Questions 61-100  
Part-I is compulsory. Candidate has to attempt Part-II (A) or Part-II (B).
- Do not write anything anywhere in the Question Booklet or on the Answer-Sheet except making entries in the specified places. Rough work is to be done in the space provided in this booklet.
- When the examination is over, original OMR Answer Sheet is to be handed over to the invigilator before leaving the examination hall, while the Question Booklet and carbon copy of the Answer-Sheet can be retained by the candidate.
- There is no negative marks for incorrect answer.
- Use of any calculator/log table/mobile phone is prohibited.
- In case of any ambiguity in Hindi & English versions, the English version shall be considered authentic. For Technical words terminology in English shall be considered as standard.

#### अभ्यर्थियों के लिए निर्देश

- प्रश्न-पुस्तिका मिलते ही मुख पृष्ठ एवं अंतिम पृष्ठ में दिए गए निर्देशों को अच्छी तरह पढ़ लें। दाहिनी ओर लगी सील को वीक्षक के कहने से पूर्व न खोलें। स्टीकर सील के बगैर प्रश्न पुस्तिका या खुले हुये प्रश्न पुस्तिका को स्वीकार न करें। प्रश्न पुस्तिका को खोलने के लिए जैसा ही कहा जायेगा प्रथम 5 मिनट में अनिवार्यतः मुख पृष्ठ पर अंकित पृष्ठों की संख्या एवं प्रश्नों की संख्या को पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या एवं प्रश्नों की संख्या से मिलान कर लें। पृष्ठों/प्रश्नों का छूटना या पुनः मुद्रित हो जाना या क्रम में नहीं रहना या अन्य किसी विरोधाभास के कारण प्राप्त त्रुटिपूर्ण प्रश्न पुस्तिका को इन्हीं 5 मिनट के अंदर बदलवा लें। इसके पश्चात न ही प्रश्न पुस्तिका बदला जा सकता है और न ही कोई अतिरिक्त समय दिया जायेगा।
- ऊपर दिए हुए निर्धारित स्थानों में अपना अनुक्रमांक, उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक लिखें तथा अपने हस्ताक्षर करें।
- ओ.एम.आर. उत्तर-शीट में समस्त प्रविष्टियां दिये गये निर्देशानुसार करें अन्यथा उत्तर-शीट का मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर हेतु प्रश्न-पुस्तिका में प्रश्न के नीचे दिए गए चार विकल्पों में से सही/सबसे उपयुक्त केवल एक ही विकल्प का चयन कर ओ.एम.आर. उत्तर-शीट में उसी विकल्प वाले गोले को, जो उस प्रश्न के सरल क्रमांक से सम्बंधित हो, **काले या नीले बॉल-प्वाइंट पेन** से भरें।
- सही उत्तर वाले गोले को अच्छी तरह से भरें, अन्यथा उत्तरों का मूल्यांकन नहीं होगा।  
उदाहरण : **(A)** **(B)** **(C)** **(D)** यदि (B) उत्तर सही है।
- प्रश्न-पुस्तिका में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है।  
भाग-I - 60 प्रश्न 1-60  
भाग-II (A) गणित समूह - 40 प्रश्न 61-100  
अथवा  
भाग-II (B) सांख्यिकी समूह - 40 प्रश्न 61-100  
भाग-I अनिवार्य है। अभ्यर्थी को भाग-II (A) अथवा भाग-II (B) का उत्तर देना आवश्यक है।
- प्रश्न-पुस्तिका तथा उत्तर-शीट में निर्दिष्ट स्थानों पर प्रविष्टियां भरने के अतिरिक्त कहीं भी कुछ न लिखें। रफ कार्य, इस पुस्तिका में उपलब्ध स्थान पर करें।
- परीक्षा समाप्ति के उपरान्त तथा कक्ष छोड़ने के पूर्व मूल ओ.एम.आर. उत्तर-शीट वीक्षक को सौंपा जाए। प्रश्न-पुस्तिका एवं उत्तर-शीट की कार्बन कॉपी परीक्षार्थी अपने साथ ले जा सकते हैं।
- ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।
- किसी भी तरह के कैलकुलेटर/लॉग टेबल/मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।
- प्रश्नों की संरचना में यदि हिन्दी एवं अंग्रेजी के मुद्रण में कोई संशय की स्थिति हो, तो अंग्रेजी मुद्रण को प्रामाणिक माना जायेगा। तकनीकी शब्दों के लिये अंग्रेजी शब्दावली ही मानक माना जायेगा।

## PART - I

## भाग - I

1. Let  $I_1 = (-1, 0)$ ,  $I_2 = (0, 1)$  and  $I_3 = (2, 3)$ . Then the cubic  $4x^3 - 9x^2 - 6x + 2 = 0$  has real root in :
  - (A)  $I_1$ ,  $I_2$  and  $I_3$
  - (B)  $I_1$  and  $I_2$  but not in  $I_3$
  - (C)  $I_2$  and  $I_3$  but not in  $I_1$
  - (D)  $I_1$  and  $I_3$  but not in  $I_2$
2. The function  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, 1)$  is :
  - (A) discontinuous on  $(0, 1)$
  - (B) unbounded on  $(0, 1)$
  - (C) continuous but not uniformly continuous on  $(0, 1)$
  - (D) uniformly continuous on  $(0, 1)$
3. (A) : The function  $f(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbf{R}$  is uniformly continuous.  
 (R) : Every Lipschitz function is uniformly continuous
  - (A) (A) is incorrect, whereas (R) is correct
  - (B) (R) is incorrect, whereas (A) is correct
  - (C) Both (A) and (R) are incorrect
  - (D) Both (A) and (R) are correct and (R) implies (A)
1. माना  $I_1 = (-1, 0)$ ,  $I_2 = (0, 1)$  तथा  $I_3 = (2, 3)$ . तब त्रिघात  $4x^3 - 9x^2 - 6x + 2 = 0$  के वास्तविक मूल किसमें मिलेगा ?
  - (A)  $I_1$ ,  $I_2$  तथा  $I_3$
  - (B)  $I_1$  तथा  $I_2$  परन्तु  $I_3$  में नहीं
  - (C)  $I_2$  तथा  $I_3$  परन्तु  $I_1$  में नहीं
  - (D)  $I_1$  तथा  $I_3$  परन्तु  $I_2$  में नहीं
2. फलन  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, 1)$  होगा :
  - (A)  $(0, 1)$  पर असंतत
  - (B)  $(0, 1)$  पर परिवर्द्ध
  - (C) सतत परन्तु  $(0, 1)$  पर एक समान रूप से सतत नहीं
  - (D)  $(0, 1)$  पर एक समान रूप से सतत
3. (A) : फलन  $f(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbf{R}$  समानरूप से सतत होता है।  
 (R) : प्रत्येक लिप्शिटज फलन एक समान रूप से सतत होता है।
  - (A) (A) गलत, जबकि (R) सही
  - (B) (R) गलत, जबकि (A) सही
  - (C) (A) तथा (R) दोनों गलत
  - (D) (A) तथा (R) दोनों सही और (R), (A) का अर्थ देता है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

4. Match the function and its Laplace transform :

- |                |                           |
|----------------|---------------------------|
| (a) $xe^{4x}$  | (i) $\frac{2}{s^2 + 4}$   |
| (b) $xe^{-4x}$ | (ii) $\frac{1}{(s-4)^2}$  |
| (c) $\cos 2x$  | (iii) $\frac{1}{(s+4)^2}$ |
| (d) $\sin 2x$  | (iv) $\frac{s}{s^2 + 4}$  |

Code :

- |           |       |      |       |
|-----------|-------|------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)  | (d)   |
| (A) (iv)  | (i)   | (ii) | (iii) |
| (B) (iii) | (ii)  | (iv) | (i)   |
| (C) (ii)  | (iii) | (i)  | (iv)  |
| (D) (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |

5. Match the functions and their properties :

- (a)  $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}, 0 < x \leq 1, (i) f \in C[0, 1],$   
 $= 0, x = 0 \quad f \in BV[0, 1]$
- (b)  $f(x) = 1, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (ii) f \in C[0, 1],$   
 $= -1, \frac{1}{2} < x \leq 1 \quad f \notin BV[0, 1]$
- (c)  $f(x) = x^{2/3}, 0 \leq x \leq 1 \quad (iii) f \notin C[0, 1],$   
 $f \in BV[0, 1]$

Code :

- |           |       |       |
|-----------|-------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)   |
| (A) (ii)  | (iii) | (i)   |
| (B) (iii) | (i)   | (ii)  |
| (C) (i)   | (iii) | (ii)  |
| (D) (ii)  | (i)   | (iii) |

4. फलन तथा लाप्लास ट्रांसफॉर्म को सुमेलित कीजिए

- |                |                           |
|----------------|---------------------------|
| (a) $xe^{4x}$  | (i) $\frac{2}{s^2 + 4}$   |
| (b) $xe^{-4x}$ | (ii) $\frac{1}{(s-4)^2}$  |
| (c) $\cos 2x$  | (iii) $\frac{1}{(s+4)^2}$ |
| (d) $\sin 2x$  | (iv) $\frac{s}{s^2 + 4}$  |

कूट :

- |           |       |      |       |
|-----------|-------|------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)  | (d)   |
| (A) (iv)  | (i)   | (ii) | (iii) |
| (B) (iii) | (ii)  | (iv) | (i)   |
| (C) (ii)  | (iii) | (i)  | (iv)  |
| (D) (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |

5. फलन तथा गुणधर्म का मिलान कीजिए :

- (a)  $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}, 0 < x \leq 1, (i) f \in C[0, 1],$   
 $= 0, x = 0 \quad f \in BV[0, 1]$
- (b)  $f(x) = 1, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (ii) f \in C[0, 1],$   
 $= -1, \frac{1}{2} < x \leq 1 \quad f \notin BV[0, 1]$
- (c)  $f(x) = x^{2/3}, 0 \leq x \leq 1 \quad (iii) f \notin C[0, 1],$   
 $f \in BV[0, 1]$

कूट :

- |           |       |       |
|-----------|-------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)   |
| (A) (ii)  | (iii) | (i)   |
| (B) (iii) | (i)   | (ii)  |
| (C) (i)   | (iii) | (ii)  |
| (D) (ii)  | (i)   | (iii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

6. (A) : Sequence  $a_n = \frac{2n+1}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  is convergent.

(R) : Every Cauchy sequence in  $\mathbb{R}$  is convergent.

- (A) (A) is correct whereas (R) is incorrect  
 (B) (R) is correct whereas (A) is incorrect  
 (C) Both (A) and (R) are incorrect  
 (D) Both (A) and (R) are correct and (R) implies (A)

6. (A) : अनुक्रम  $a_n = \frac{2n+1}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  अभिसर है।

(R) : प्रत्येक कौशी अनुक्रम  $\mathbb{R}$  में अभिसारी हो है।

- (A) (A) सही है, जबकि (R) गलत है  
 (B) (R) सही है, जबकि (A) गलत है  
 (C) (A) तथा (R) दोनों गलत हैं  
 (D) (A) तथा (R) दोनों सही हैं और (R), (A) का अर्थ बताता है

7. The directional derivative of the function  $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$  at  $(1, 1, 0)$  in the direction  $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  is :

- (A)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 (B)  $-\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 (C)  $-\frac{4}{3}$   
 (D)  $-\frac{2}{3}$

7.  $(1, 1, 0)$  पर,  $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  का दिशा में फलन  $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$  का दिक् अवकल है :

- (A)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 (B)  $-\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 (C)  $-\frac{4}{3}$   
 (D)  $-\frac{2}{3}$

8. Let  $u$ , and  $v$  be vectors in an inner product space such that  $\|u+v\|=8$ ,  $\|u-v\|=6$ ,  $\|u\|=1$ . Then  $\|v\|=$

- (A)  $\sqrt{7}$   
 (B)  $\sqrt{99}$   
 (C) 7  
 (D) 99

8. माना कि अंतर गुणन समष्टि में  $u$  तथा  $v$  इस प्रकार के वेक्टर हैं कि  $\|u+v\|=8$ ,  $\|u-v\|=6$ ,  $\|u\|=1$  तब  $\|v\|=$

- (A)  $\sqrt{7}$   
 (B)  $\sqrt{99}$   
 (C) 7  
 (D) 99

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

9. Choose the **correct** ordering from the following statements :

- (a)  $\mathbb{N}$  is countable
- (b)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  is countable
- (c)  $\mathbb{Q}$  is countable
- (d)  $\mathbb{Z}$  is countable

where the notations are their usual meaning :

- (A)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B)  $(a) \Rightarrow (d) \Rightarrow (c)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (d) \Rightarrow (c)$
- (D)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (d)$

10. Let  $E$  be a set in  $\mathbb{R}^k$ . Then find a correct ordering from the following :

- (a)  $E$  is compact
- (b)  $E$  is closed and bounded
- (c) Every infinite subset of  $E$  has a limit point in  $E$

Choose the **correct** answer :

- (A)  $(a) \Leftrightarrow (b)$
- (B)  $(b) \Leftrightarrow (c)$
- (C)  $(c) \Leftrightarrow (a)$
- (D) All of above

9. निम्न कथनों से सही क्रम को चुनिए :

- (a)  $\mathbb{N}$  गणनीय है
- (b)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  गणनीय है
- (c)  $\mathbb{Q}$  गणनीय है
- (d)  $\mathbb{Z}$  गणनीय है

जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ हैं :

- (A)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B)  $(a) \Rightarrow (d) \Rightarrow (c)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (d) \Rightarrow (c)$
- (D)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (d)$

10. माना कि  $E, \mathbb{R}^k$  में एक समुच्चय है। निम्न में से सही क्रम ज्ञात कीजिए :

- (a)  $E$  संहत है
- (b)  $E$  संवृत तथा परिबद्ध है
- (c)  $E$  का प्रत्येक अपरिमित उप-समुच्चय का  $E$  में एक सीमित बिन्दु है

सही उत्तर चुने :

- (A)  $(a) \Leftrightarrow (b)$
- (B)  $(b) \Leftrightarrow (c)$
- (C)  $(c) \Leftrightarrow (a)$
- (D) उपरोक्त सभी

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

11. Let  $f$  be uniformly continuous on a metric space  $X$ . Let  $\{x_n\}$  be a Cauchy sequence in  $X$ . Then :
- (A)  $\{f(x_n)\}$  is Cauchy  
 (B)  $\{f(x_n)\}$  is not necessarily Cauchy  
 (C)  $\{f(x_n)\}$  is uniformly Cauchy  
 (D)  $\{f(x_n)\}$  is not necessarily uniformly Cauchy
12. Which of the following statements is **not** true ?
- (A) Every subset of a countable set is countable.  
 (B) Countable union of countable sets is countable.  
 (C) Countable product of countable sets is countable.  
 (D) If  $A$  is a subset of a countable set  $X$  then the complement of  $A$  in  $X$  is countable.
13. Let  $C$  be the vector space of all real sequences and  $C_0$  be the subset of all sequences converging to zero, which of the following is **correct** ?
- (A)  $C_0$  is not a subspace of  $C$ .  
 (B)  $C_0$  is an infinite dimensional subspace of  $C$ .  
 (C)  $C$  is of finite dimensional and  $C_0$  is an infinite dimensional vector space over  $\mathbb{R}$ .  
 (D)  $C_0$  is of finite dimensional and  $C$  is an infinite dimensional vector space over  $\mathbb{R}$ .
11. माना कि  $f$  मैट्रिक स्पेस  $X$  पर एक समान रूप संतत है। माना कि  $\{x_n\}$ ,  $X$  में कौशी अनुक्रम तब :
- (A)  $\{f(x_n)\}$  कौशी है  
 (B)  $\{f(x_n)\}$  अनिवार्य रूप से कौशी नहीं  
 (C)  $\{f(x_n)\}$  एक समान कौशी है  
 (D)  $\{f(x_n)\}$  अनिवार्यतः एक समान कौशी नहीं
12. निम्न में कौन सा कथन सत्य नहीं है?
- (A) गणनीय का प्रत्येक उप-समुच्चय, गणनीय समुच्चय होता है।  
 (B) गणनीय समुच्चयों का गणनीय संहति, गणनीय है।  
 (C) गणनीय समुच्चयों का गणनीय उत्पाद, गणनीय है।  
 (D) यदि  $A$ , गणनीय समुच्चय  $X$  का एक उप-समुच्चय है, तो  $X$  में  $A$  का पूरक गणनीय है।
13. माना कि  $C$ , सभी यथार्थ अनुक्रमों का सदिश समष्टि है तथा  $C_0$  शून्य में अभिसरित सभी अनुक्रमों का एक उप-समुच्चय है, तो निम्नलिखित में क्या सही है?
- (A)  $C_0$ ,  $C$  का उपसमष्टि नहीं है।  
 (B)  $C_0$ ,  $C$  का एक अपरिमित विमाओं का उपसमष्टि है।  
 (C)  $C$  परिमित विमाओं का तथा  $C_0$ ,  $\mathbb{R}$  पर एक अपरिमित विमाओं का सदिश समष्टि है।  
 (D)  $C_0$  परिमित विमाओं का तथा  $C$ ,  $\mathbb{R}$  पर एक अपरिमित विमाओं का सदिश समष्टि है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

14. Let  $u, v$  be linearly independent vectors in a vector space. Then which of the following is incorrect ?

- (A) the vectors  $u+v$  and  $u-v$  are linearly independent.
- (B) the vectors  $u, v$  and  $u+v$  are linearly independent.
- (C) the vectors  $u$  and  $u+v$  are linearly dependent.
- (D) None of above

15. Let  $V$  be a vector space of dimension 10 and  $S$  be a finite subset of  $V$ , which of the following is false ?

- (A) If  $S$  is linearly dependent then  $S$  contains at least 11 elements.
- (B) If  $S$  is linearly dependent then  $S$  contains at most 10 elements.
- (C) If  $S$  is independent then  $S$  contains at most 10 elements.
- (D) None of above

14. माना कि  $u, v$  सदिश समष्टि में रैखिकतः स्वतंत्र सदिश हैं, तब निम्नलिखित में क्या गलत है?

- (A) सदिश  $u+v$  तथा  $u-v$  रैखिकतः स्वतंत्र हैं।
- (B) सदिश  $u, v$  तथा  $u+v$  रैखिकतः स्वतंत्र हैं।
- (C) सदिश  $u$  तथा  $u+v$  रैखिकतः आश्रित हैं।
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

15. माना कि  $V$ , विमा 10 का एक सदिश समष्टि है तथा  $S, V$  का परिमित उपसमुच्चय है तब, निम्नलिखित में क्या गलत है?

- (A) यदि  $S$  रैखिकतः परतंत्र है तब  $S$  में कम से कम 11 अवयव होंगे।
- (B) यदि  $S$  रैखिकतः परतंत्र है तब  $S$  में अधिक से अधिक 10 अवयव होंगे।
- (C) यदि  $S$  स्वतंत्र है तब  $S$  में अधिक से अधिक 10 अवयव होंगे।
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

16. Let  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  be defined by  $T(x, y) = (x + y, x - y)$ . The matrix representing  $T$  with respect to the basis  $\{v_1 = (0, 1), v_2 = (1, 0)\}$  for both range and domain of the linear transformation  $T$  is :

(A)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

17. The columns of a  $3 \times 5$  matrix  $A$  are :

- (A) always linearly independent
- (B) linearly independent whenever the rows of  $A$  are linearly independent
- (C) linearly dependent only when the rows of  $A$  are linearly dependent
- (D) always linearly dependent

18. Let  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Then the matrix  $A$  :

- (A) is not diagonalizable
- (B) has no two linearly independent eigen vectors
- (C) has no eigen vectors in  $\mathbb{R}^2$ .
- (D) has no two linearly dependent eigen vectors

16. माना कि  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  को  $T(x, y) = (x + y, x - y)$  द्वारा परिभाषित है रैखिक रूपांतरण  $T$  के परास तथा प्रांत दोनों के लिए  $\{v_1 = (0, 1), v_2 = (1, 0)\}$  आधार से संबंधित  $T$  का निरूपित करने वाला आव्यूह है :

(A)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

17.  $3 \times 5$  आव्यूह  $A$  का कॉलम :

- (A) सदैव रैखिकतः स्वतंत्र होता है
- (B) जब कभी  $A$  की पंक्तियाँ रैखिकतः स्वतंत्र होती हैं कॉलम भी रैखिकतः स्वतंत्र होता है।
- (C) रैखिकतः स्वतंत्र तभी होगा जब  $A$  की पंक्तियाँ रैखिकतः परतंत्र होंगी।
- (D) सदैव रैखिकतः परतंत्र होता है।

18. माना  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . तब आव्यूह  $A$  :

- (A) विकर्ण योग्य नहीं होगा।
- (B) में, दो रैखिकतः स्वतंत्र आइगेन समष्टियाँ नहीं होंगी।
- (C) में,  $\mathbb{R}^2$  में आइगेन समष्टियाँ नहीं होंगी।
- (D) में, दो रैखिकतः परतंत्र आइगेन समष्टियाँ नहीं होंगी।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

19. Match the following and choose correct answer :

- |                                                                                                                 |                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| (a) Every linearly independent subset of a finite dimensional vector space $V(F)$ is a part of the basis of $V$ | (i) Fundamental theorem of homomorphism |
| (b) Every finite dimensional vector space has a basis.                                                          | (ii) Sylvester's theorem                |
| (c) Every homomorphic image of a vector space is isomorphic to a quotient space                                 | (iii) Existence theorem                 |
| (d) Let $f: U(F) \rightarrow V(F)$ is a linear map then $\rho(f) + \nu(f) = \dim U$                             | (iv) Extension theorem                  |

Code :

- |     |       |       |       |      |
|-----|-------|-------|-------|------|
|     | (a)   | (b)   | (c)   | (d)  |
| (A) | (iv)  | (iii) | (ii)  | (i)  |
| (B) | (i)   | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (C) | (iv)  | (iii) | (i)   | (ii) |
| (D) | (iii) | (iv)  | (i)   | (ii) |

19. निम्नलिखित का मिलान कीजिये एवं सही उत्तर चुनिये :

- |                                                                                                                   |                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| (a) किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का प्रत्येक रैखीय स्वतंत्र उप-समुच्चय, $V$ के आधार का एक हिस्सा होता है। | (i) समाकारिता का मूलभूत प्रमेय |
| (b) प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि का आधार होता है।                                                            | (ii) सिल्वेस्टर का प्रमेय      |
| (c) किसी सदिश समष्टि का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिंब किसी विभाग समष्टि के तुल्याकारी होता है                        | (iii) अस्तित्व प्रमेय          |
| (d) यदि $f: U(F) \rightarrow V(F)$ एक रैखिक प्रतिचित्रण है, तब $\rho(f) + \nu(f) = \dim U$                        | (iv) विस्तार प्रमेय            |

कूट :

- |     |       |       |       |      |
|-----|-------|-------|-------|------|
|     | (a)   | (b)   | (c)   | (d)  |
| (A) | (iv)  | (iii) | (ii)  | (i)  |
| (B) | (i)   | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (C) | (iv)  | (iii) | (i)   | (ii) |
| (D) | (iii) | (iv)  | (i)   | (ii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

20. Match the following, so that the statement is complete and meaningful :

- (a) Any  $n$  dimensional vector space  $V(F)$  ..... (i) .....  $\dim(U + V) \leq \dim(U) + \dim(V)$
- (b) If  $f: U(F) \rightarrow V(F)$  be a linear map then  $\text{Ker}(f)$ , ..... (ii) ..... is isomorphic to  $V_n(F)$
- (c) If  $U(F)$  be any vector subspace of a F.D.V. space  $V(F)$  then ..... (iii) ..... is a vector subspace of  $U(F)$
- (d) If  $U$  and  $V$  are two vector subspaces of a F.D.V. space  $W(F)$  then ..... (iv) .....  $\dim(U) \leq \dim(V)$

Code :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)  |
|-----|------|-------|-------|------|
| (A) | (iv) | (i)   | (iii) | (ii) |
| (B) | (ii) | (iii) | (iv)  | (i)  |
| (C) | (i)  | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (D) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)  |

20. निम्नलिखित का मिलान इस प्रकार कीजिये कि क पूर्ण हो एवं अर्थ रखता हो :

- (a) कोई  $n$  विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$  ..... (i) .....  $\dim(U + V) \leq \dim(U) + \dim(V)$
- (b) यदि  $f: U(F) \rightarrow V(F)$  एक रैखिक चित्रण है, तब  $\text{Ker}(f)$ , ..... (ii) .....  $V_n(F)$  के तुल्याकारी होती है।
- (c) यदि  $U(F)$  किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$  की सदिश उपसमष्टि है, तब ..... (iii) .....  $U(F)$  की सदिश उपसमष्टि है
- (d) यदि  $U$  एवं  $V$  किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि  $W(F)$  की दो सदिश उपसमष्टियां हैं, तब ..... (iv) .....  $\dim(U) \leq \dim(V)$

कूट :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)  |
|-----|------|-------|-------|------|
| (A) | (iv) | (i)   | (iii) | (ii) |
| (B) | (ii) | (iii) | (iv)  | (i)  |
| (C) | (i)  | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (D) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)  |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

21. To prove Existence theorem for the basis of any finite dimensional vector space  $V(F)$ , there are some steps :

- after deletion of  $\alpha_k$  get new set  $S_1 \subset S$  again it is LD or LI
- Take a set  $S$  so that it generates whole of  $V$
- Any LD set so one  $\alpha_k$  can be written as the linear combination of its preceding one, now delete it.
- Repeat the process till we get LI set. Finally forms the basis.

The correct sequence of steps is :

- (a), (b), (c), (d)
- (b), (c), (d), (a)
- (b), (c), (a), (d)
- (d), (a), (c), (b)

22. If  $\tau$  is a transcendental number in  $R$ , then which of the following is not correct ?

- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  are linearly independent for any  $n=1, 2, \dots$
- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  is a basis for any finite  $n$
- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  is linearly dependent for any finite  $n$ .
- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  spans  $R$ , for  $n=1, 2, \dots$

21. परिमित विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$ , के आधार के लिये अस्तित्व प्रमेय सिद्ध करने हेतु, कुछ चरण हैं :

- $\alpha_k$  को विलोपित करने के पश्चात् नया समुच्चय  $S_1 \subset S$  प्राप्त करें, जो रैखिकतः परतंत्र होगा अथवा रैखिकतः स्वतंत्र होगा।
- एक समुच्चय  $S$  इस प्रकार लें कि वह संपूर्ण  $V$  को जनित करें।
- कोई रैखिकतः परतंत्र समुच्चय है तब एक  $\alpha_k$  इस प्रकार है कि इसे उसके पूर्व वर्तियों के रैखीय संचय के रूप में लिखा जा सकता है, इसे विलोपित करें।
- यह संक्रिया तब तक दोहरायें जब तक रैखिकतः स्वतंत्र समुच्चय प्राप्त हो। यही आधार निर्मित करता है।

चरणों का सही क्रम है :

- (a), (b), (c), (d)
- (b), (c), (d), (a)
- (b), (c), (a), (d)
- (d), (a), (c), (b)

22. यदि  $\tau$ ,  $R$  में एक अबीजीय संख्या है, तब निम्न में से कौन सही नहीं है ?

- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  रैखिकतः स्वतंत्र है किसी भी  $n=1, 2, \dots$  के लिए।
- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  किसी भी परिमित  $n$  के लिए एक आधार है।
- $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$  किसी भी परिमित  $n$  के लिए रैखिकतः परतंत्र है।
- $n=1, 2, \dots$  के लिए  $\{1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^n\}$   $R$  को विस्तृत करता है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

23. The total number of eigen values of the

matrix  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  are :

- (A) Three
- (B) Four
- (C) Two
- (D) Only one

24. Let  $U$  and  $V$  are vector spaces and let  $T : U \rightarrow V$  be a linear map. If  $U$  is finite dimensional, then :

- (A) dimension of range of  $(T) =$  dimension of  $(U)$
- (B) dimension of range of  $(T) \leq$  dimension of  $(U)$
- (C) dimension of range of  $(T) \geq$  dimension of  $(U)$
- (D) dimension of range of  $(T) >$  dimension of  $(U)$

25. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be defined as :

$$f(x) = x^2, x \in \mathbb{Q}$$

$$= x^3, x \notin \mathbb{Q}$$

Then  $f$  is continuous :

- (A) at all points of  $\mathbb{R}$
- (B) only at 0
- (C) only at 1
- (D) only at 0 and 1

23. आव्यूह  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  के आइगेन मानों की कुल

संख्याएँ हैं :

- (A) तीन
- (B) चार
- (C) दो
- (D) केवल एक

24. माना कि  $U$  तथा  $V$  सदिश समष्टियाँ हैं तथा माना कि  $T : U \rightarrow V$  एक रैखिक मानचित्र है। यदि  $U$  एक परिमित विमीय है, तब :

- (A)  $(T)$  के परास की विमा  $= (U)$  की विमा
- (B)  $(T)$  के परास की विमा  $\leq (U)$  की विमा
- (C)  $(T)$  के परास का विमा  $\geq (U)$  की विमा
- (D)  $(T)$  के परास की विमा  $> (U)$  की विमा

25. माना कि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2, x \in \mathbb{Q}$$

$$= x^3, x \notin \mathbb{Q} \text{ से परिभाषित है तब } f \text{ सतत}$$

होगा :

- (A)  $\mathbb{R}$  के सभी बिन्दुओं पर
- (B) केवल शून्य पर
- (C) केवल 1 पर
- (D) केवल 0 तथा 1 पर

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

26. Arrange in logically correct sequence of implications.

Let  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

- (a)  $f$  is continuous
- (b)  $f$  is differentiable
- (c)  $f$  is  $C^1$

Code :

- (A)  $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (B)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D)  $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$

27. Consider the subset  $S$  of  $\mathbb{R}$ , where

$S = \left\{ \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$ . The  $S$  is :

- (A) open but not closed
- (B) closed but not open
- (C) neither open nor closed
- (D) perfect

28. Let  $f(x) = x^3 - \sin^2 x \tan x$  then, which of the following is correct ?

- (A)  $f(x) \leq 0, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (B)  $f(x) > 0, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (C)  $f(x)$  changes sign in  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (D)  $f(x)$  is periodic in  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

26. तर्क संगत रूप से निम्न निहितार्थों को सही अनुक्रम व्यवस्थित कीजिये।

माना कि  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

- (a)  $f$  सतत है
- (b)  $f$  अवकलनीय है
- (c)  $f$   $C^1$  है

कूट :

- (A)  $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (B)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D)  $(b) \Rightarrow (a) \Rightarrow (c)$

27.  $\mathbb{R}$  के उपसमुच्चय  $S$  पर विचार कीजिए। जहाँ

$S = \left\{ \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$   $S$  है :

- (A) खुला परन्तु संवृत नहीं
- (B) संवृत पर खुला नहीं
- (C) न खुला न संवृत
- (D) पूर्ण

28. माना  $f(x) = x^3 - \sin^2 x \tan x$ , तो निम्नलिखित क्या सही है?

- (A)  $f(x) \leq 0, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (B)  $f(x) > 0, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (C)  $f(x), \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  का चिन्ह बदलता है
- (D)  $f(x), \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  में आवर्त कालिक है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

29. Arrange in proper logical sequence :

- (a)  $f \in BV [a, b], a, b \in \mathbb{R}$ .
- (b)  $f$  satisfies Lipschitz condition on  $[a, b], a, b \in \mathbb{R}$ .
- (c)  $f$  is absolutely continuous on  $[a, b], a, b \in \mathbb{R}$ .

Code :

- (A)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B)  $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D)  $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$

30. A metric space  $X$  is compact if and only if it is :

- (A) complete
- (B) bounded
- (C) complete and bounded
- (D) complete and totally bounded

31. A set  $E$  is said to be countable if :

- (A)  $E$  is an infinite set
- (B) there exists a bijective mapping between  $E$  and  $\mathbb{N}$  the set of all natural numbers
- (C) it is not possible to write the elements of  $E$  as a sequence of distinct terms
- (D) None of above

29. उचित तार्किक अनुक्रम में सजाइए :

- (a)  $f \in BV [a, b], a, b \in \mathbb{R}$ .
- (b)  $f, [a, b], a, b \in \mathbb{R}$  पर लिपशिट्ज शर्त को संतुष्ट करता है।
- (c)  $f, [a, b], a, b \in \mathbb{R}$  पर पूर्णतः सतत है।

कूट :

- (A)  $(a) \Rightarrow (b) \Rightarrow (c)$
- (B)  $(c) \Rightarrow (b) \Rightarrow (a)$
- (C)  $(b) \Rightarrow (c) \Rightarrow (a)$
- (D)  $(a) \Rightarrow (c) \Rightarrow (b)$

30. कोई दूरीक समष्टि  $X$  संहत होगा यदि और केवल यदि यह :

- (A) सम्पूर्ण है
- (B) परिबद्ध है
- (C) सम्पूर्ण तथा परिबद्ध
- (D) सम्पूर्ण तथा सम्पूर्ण रूप से परिबद्ध

31. किसी समुच्चय  $E$  को गणनीय कहा जायेगा यदि :

- (A)  $E$  एक अपरिमित समुच्चय है
- (B) सभी प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय के  $E$  तथा  $\mathbb{N}$  के बीच एकैकी आच्छादन चित्रण होता है।
- (C)  $E$  के अवयव को सुस्पष्ट पदों में के अनुक्रम में लिखना संभव न हो।
- (D) उपरोक्त कोई भी नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

32. Suppose  $R$  the set of all real numbers is taken with usual metric. Then a connected subset of  $R$  among the following is :

- (A)  $\left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$   
 (B)  $Z$  the set of all integers  
 (C)  $Q$  the set of all rational numbers  
 (D)  $(2, 10) \cup (8, 15]$

33. A sequence  $\{f_n\}$  of functions defined by

$$f_n(x) = \frac{1}{1+nx} \text{ when } x \text{ is real and } n=1, 2, 3, \dots \text{ converges uniformly on :}$$

- (A)  $R$  the set of all real numbers  
 (B)  $(0, 1)$   
 (C)  $[1, \infty)$   
 (D) Any interval in  $R$

34. Suppose  $f$  is a mapping defined on an interval  $[a, b]$  in  $R$ . Which of the following statements is **false** ?

- (A) Riemann integrability of  $f$  implies Riemann integrability of  $|f|$   
 (B) Riemann integrability of  $|f|$  implies Riemann integrability of  $f$   
 (C) Monotonicity of  $f$  implies Riemann integrability of  $f$   
 (D) Continuity of  $f$  implies Riemann integrability of  $f$

32. माना कि सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  को सामान्य दूरीक के साथ लिया जाता है। निम्न में  $R$  का संबद्ध उपसमुच्चय होगा :

- (A)  $\left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$   
 (B) सभी पूर्णांकों का समुच्चय,  $Z$   
 (C) सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय,  $Q$   
 (D)  $(2, 10) \cup (8, 15]$

33.  $f_n(x) = \frac{1}{1+nx}$ , तो  $x$  वास्तविक और

- $n=1, 2, 3, \dots$  द्वारा परिभाषित फलन का अनुक्रम  $\{f_n\}$  किस पर एक समान रूप से अभिसारित होगा ?  
 (A) सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$ , पर  
 (B)  $(0, 1)$   
 (C)  $[1, \infty)$   
 (D)  $R$  में किसी भी अंतराल पर

34. माना कि  $R$  में, अंतराल  $[a, b]$  पर परिभाषित प्रतिचित्रण  $f$  है। निम्न में कौन सा कथन **असत्य** है ?

- (A)  $f$  का रीमान समाकलनीयता  $|f|$  के रीमान समाकलनीयता का अर्थ बताता है।  
 (B)  $|f|$  का रीमान समाकलनीयता  $f$  के रीमान समाकलनीयता का अर्थ देता है।  
 (C)  $f$  का एक दिष्ट  $f$  के रीमान समाकलनीयता का अर्थ देता है।  
 (D)  $f$  की सततता,  $f$  के रीमान समाकलनीयता का अर्थ देता है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

537888

35. Suppose  $f$  is a function defined on  $[1, 3]$  by  $f(x) = 2$  or  $2.5$  according as  $x$  is rational or irrational and if  $P = \{1, 1.5, 2, 2.5, 3\}$  is a partition of  $[a, b]$  then upper and lower sums of  $f$  with respect to the partition  $P$  is respectively given by :
- (A) 2.5, 2  
(B) 5, 4  
(C) 25, 20  
(D) None
36. Suppose a sequence  $\{x_n\}$  of real numbers is given by  $x_n = 1 + (-1)^n$  for all  $n = 1, 2, \dots$ . Then the limit sup and limit inf of the sequence  $\{x_n\}$  are respectively :
- (A) 1, -1  
(B) 1, 0  
(C) 2, 0  
(D) 2, -2
37. Suppose  $f$  is a function defined on  $(1, 2]$  by  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ . Then  $f$  is :
- (A) bounded on  $(1, 2]$   
(B) uniformly continuous on  $(1, 2]$   
(C) continuous but not uniformly on  $(1, 2]$   
(D) not continuous on  $(1, 2]$
35. जैसा कि  $x$  घूर्णक है अथवा अघूर्णक के अनुसार माना कि  $[1, 3]$  पर  $f(x) = 2$  अथवा  $2.5$  द्वारा परिभाषित  $f$  एक फलन है तथा यदि  $P = \{1, 1.5, 2, 2.5, 3\}$ ,  $[a, b]$  का एक विभाजन है तब  $P$  के विभाज के संबंध में  $f$  के क्रमशः ऊपरी तथा नीचली योगों व दर्शाया जायेगा :
- (A) 2.5, 2  
(B) 5, 4  
(C) 25, 20  
(D) कोई नहीं
36. माना कि वास्तविक संख्याओं के अनुक्रम  $\{x_n\}$  व सभी  $n = 1, 2, \dots$  के लिए,  $x_n = 1 + (-1)^n$  द्वारा दिया गया है। तब अनुक्रम  $\{x_n\}$  का लिमिट सुपरीय तथा लिमिट इन्फेरीयर क्रमशः होगा :
- (A) 1, -1  
(B) 1, 0  
(C) 2, 0  
(D) 2, -2
37. माना कि  $(1, 2]$  पर,  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  है, तब  $f$  होगा :
- (A)  $(1, 2]$  पर परिबद्ध  
(B)  $(1, 2]$  पर एक समान सतत  
(C)  $(1, 2]$  पर सतत परन्तु एक समान रूप से नहीं  
(D)  $(1, 2]$  पर सतत नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

38. Suppose  $A$  is a linear transformation of  $\mathbb{R}^n$  into  $\mathbb{R}^m$  and if  $x \in \mathbb{R}^n$  then  $A'(x) =$

- (A)  $x$
- (B)  $A$
- (C)  $0$
- (D) None of above

39. The function  $f$  defined on  $[0, 10]$  by  $f(x) = x - [x]$  where  $[x]$  denotes the greatest integer  $\leq x$  is :

- (A) bounded but not a function of bounded variation on  $[0, 10]$
- (B) a function of bounded variation on  $[0, 10]$
- (C) not bounded on  $[0, 10]$
- (D) None

40. Suppose the function  $f$  is defined on  $[0, 1]$  by  $f(x) = 1$  or  $0$  according as  $x$  is rational

or not. Then the Lebesgue integral of  $f$  on

$$[0, 1] \text{ i.e. } \int_0^1 f dx =$$

- (A)  $0$
- (B)  $1$
- (C) Does not exist
- (D) None of above

38. माना कि  $A, \mathbb{R}^m$  में,  $\mathbb{R}^n$  का एक रैखिक रूपांतरण है तथा यदि  $x \in \mathbb{R}^n$  है तब  $A'(x) = ?$

- (A)  $x$
- (B)  $A$
- (C)  $0$
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

39. फलन  $f$  को  $[0, 10]$  पर,  $f(x) = x - [x]$  द्वारा परिभाषित किया गया है। जहाँ,  $[x]$  सबसे बड़ा पूर्णांक  $\leq x$  को दर्शाता है, है :

- (A) परिबद्ध परन्तु  $[0, 10]$  पर परिबद्ध परिवर्तन का फलन नहीं
- (B)  $[0, 10]$  पर परिबद्ध परिवर्तन का एक फलन
- (C)  $[0, 10]$  पर परिबद्ध नहीं
- (D) कोई भी नहीं

40. जैसा कि  $x$  घूर्णक है अथवा नहीं के आधार पर माना कि फलन  $f$  को  $[0, 1]$  पर,  $f(x) = 1$  अथवा  $0$  द्वारा

परिभाषित किया गया है।  $[0, 1]$  पर,  $f \int_0^1 f dx =$  का

लेबेग समाकलन है :

- (A)  $0$
- (B)  $1$
- (C) अस्तित्व नहीं है
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

41. Consider the set of  $n \times n$  real matrices. Match the subspaces with their dimensions.

- (a) Set of all symmetric matrices (p)  $n - 1$
- (b) Set of all skew symmetric matrices (q)  $\frac{(n + 1)(n)}{2}$
- (c) Set of all diagonal matrices (r)  $\frac{n(n - 1)}{2}$
- (d) Set of all traceless diagonal matrices (s)  $n$

Code :

- (A) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r), (d)  $\rightarrow$  (s)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (p)
- (C) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (p)
- (D) (a)  $\rightarrow$  (s), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (r)

42. (A) : If  $P$  is a real square matrix and  $P^2 = P$ , then  $P$  is diagonalizable over  $\mathbb{R}$ .

(R) : Minimum polynomial divides the characteristic polynomial.

- (A) (A) is correct, (R) is not correct
- (B) (A) and (R) both are correct but (R) does not imply (A)
- (C) (A) is correct and (R) is correct, and (R) implies (A)
- (D) (R) is not correct

41. वास्तविक आव्यूहों  $n \times n$  के समुच्चय पर विचार कीजिए। उनके विमाओं के उपसमष्टियों को सुमेलित कीजिए :

- (a) सभी सममित आव्यूहों का समुच्चय (p)  $n - 1$
- (b) सभी विषम सममित आव्यूहों का समुच्चय (q)  $\frac{(n + 1)(n)}{2}$
- (c) सभी विकर्ण आव्यूहों का समुच्चय (r)  $\frac{n(n - 1)}{2}$
- (d) सभी अनुरेखण रहित विकर्ण आव्यूहों के समुच्चय (s)  $n$

कूट :

- (A) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r), (d)  $\rightarrow$  (s)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (p)
- (C) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (p)
- (D) (a)  $\rightarrow$  (s), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (r)

42. (A) : यदि  $P$  एक वास्तविक वर्ग आव्यूह तथा  $P^2 = P$  है, तो  $P, \mathbb{R}$  पर विकर्णीय योग्य होता है।

(R) : निम्निष्ठ बहुपद चारित्रिक बहुपद को भाजित करता है।

- (A) (A) सही परन्तु (R) सही नहीं है
- (B) (A) तथा (R) दोनों सही हैं परन्तु (R), (A) का अर्थ नहीं देता है
- (C) (A) सही है, (R) सही है और (R), (A) का अर्थ देता है
- (D) (R) सही नहीं है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

43. For a  $3 \times 3$  real matrix, match minimum polynomial with the type of matrix :

- (a)  $(x-1)(x-2)^2$  (p) diagonalizable  
(b)  $(x-1)(x-2)$  (q) non-diagonalizable over  $\mathbf{R}$   
(c)  $(x^2+1)(x-2)$  (r) non-triangularizable over  $\mathbf{R}$

Code :

- (A)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (p), (c) \rightarrow (r)$   
(B)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (p)$   
(C)  $(a) \rightarrow (p), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (r)$   
(D)  $(a) \rightarrow (p), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (q)$

44. Match the Jordan form with its minimum polynomial :

(a)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right)$  (p)  $(x-5)$

(b)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, [5] \right)$  (q)  $(x-5)^3$

(c)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right)$  (r)  $(x-5)^2$

(d)  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  (s)  $(x-5)^4$

Code :

- (A)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (p), (d) \rightarrow (s)$   
(B)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (p), (d) \rightarrow (s)$   
(C)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (s), (d) \rightarrow (p)$   
(D)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (s), (c) \rightarrow (q), (d) \rightarrow (p)$

43.  $3 \times 3$  वास्तविक आव्यूह के लिए निम्निष्ठ बहुप आव्यूह के प्रकार से मिलाइए :

- (a)  $(x-1)(x-2)^2$  (p) विकर्णीय  
(b)  $(x-1)(x-2)$  (q)  $\mathbf{R}$  पर अविकर्णीय  
(c)  $(x^2+1)(x-2)$  (r)  $\mathbf{R}$  पर अत्रिभुजीय

कूट :

- (A)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (p), (c) \rightarrow (r)$   
(B)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (p)$   
(C)  $(a) \rightarrow (p), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (r)$   
(D)  $(a) \rightarrow (p), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (q)$

44. जोर्डन रूप, को इसके निम्निष्ठ बहुपद से मिलाइए

(a)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right)$  (p)  $(x-5)$

(b)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, [5] \right)$  (q)  $(x-5)^3$

(c)  $\text{Diag} \left( \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right)$  (r)  $(x-5)^2$

(d)  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  (s)  $(x-5)^4$

कूट :

- (A)  $(a) \rightarrow (q), (b) \rightarrow (r), (c) \rightarrow (p), (d) \rightarrow (s)$   
(B)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (p), (d) \rightarrow (s)$   
(C)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (q), (c) \rightarrow (s), (d) \rightarrow (p)$   
(D)  $(a) \rightarrow (r), (b) \rightarrow (s), (c) \rightarrow (q), (d) \rightarrow (p)$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

45.  $W_i$  denotes the subspace of  $\mathbf{R}^4$ . Match the subspaces with their dimensions.

(a)  $W_1 = \left\{ \frac{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4}{x_1 = 0} \right\}$  (p) 1

(b)  $W_2 = \left\{ \frac{\bar{x} \in \mathbf{R}^4}{x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 0} \right\}$  (q) 2

(c)  $W_3 = \left\{ \frac{\bar{x} \in \mathbf{R}^4 / x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0,}{6x_2 + 7x_3 = 0,} \right. \left. x_4 = 0 \right\}$  (r) 3

(d)  $W_3 = \{\bar{x} \in \mathbf{R}^4\}$  (s) 4

Code :

(A) (a)  $\rightarrow$  (s), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (q)

(B) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (s)

(C) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r), (d)  $\rightarrow$  (s)

(D) (a)  $\rightarrow$  (p), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (r)

46.  $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  are given below, match them with their matrix representations.

(a)  $Te_1 = e_1 + e_2 + e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_3$   
 $Te_3 = -e_3$  (p)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b)  $Te_1 = e_1 - e_2 + e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_2 - e_3$   
 $Te_3 = e_1 - e_3$  (q)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(c)  $Te_1 = e_1 + e_2 - e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_3$   
 $Te_3 = e_1 - e_2$  (r)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Code :

(A) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r)

(B) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p)

(C) (a)  $\rightarrow$  (p), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (r)

(D) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (p)

45.  $W_i, \mathbf{R}^4$  के उपसमष्टि को निर्दिष्ट करके उपसमष्टियों को उनकी विमाओं से मिलाइए।

(a)  $W_1 = \left\{ \frac{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4}{x_1 = 0} \right\}$  (p) 1

(b)  $W_2 = \left\{ \frac{\bar{x} \in \mathbf{R}^4}{x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 0} \right\}$  (q) 2

(c)  $W_3 = \left\{ \frac{\bar{x} \in \mathbf{R}^4 / x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0,}{6x_2 + 7x_3 = 0,} \right. \left. x_4 = 0 \right\}$  (r) 3

(d)  $W_3 = \{\bar{x} \in \mathbf{R}^4\}$  (s) 4

कूट :

(A) (a)  $\rightarrow$  (s), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (q)

(B) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p), (d)  $\rightarrow$  (s)

(C) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r), (d)  $\rightarrow$  (s)

(D) (a)  $\rightarrow$  (p), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (s), (d)  $\rightarrow$  (r)

46.  $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  नीचे दर्शाया गया है उनको, आव्यूह निरूपण से सुमेलित कीजिए :

(a)  $Te_1 = e_1 + e_2 + e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_3$   
 $Te_3 = -e_3$  (p)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b)  $Te_1 = e_1 - e_2 + e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_2 - e_3$   
 $Te_3 = e_1 - e_3$  (q)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(c)  $Te_1 = e_1 + e_2 - e_3$   
 $Te_2 = e_1 + e_3$   
 $Te_3 = e_1 - e_2$  (r)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

कूट :

(A) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (p), (c)  $\rightarrow$  (r)

(B) (a)  $\rightarrow$  (r), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (p)

(C) (a)  $\rightarrow$  (p), (b)  $\rightarrow$  (q), (c)  $\rightarrow$  (r)

(D) (a)  $\rightarrow$  (q), (b)  $\rightarrow$  (r), (c)  $\rightarrow$  (p)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

Let  $P$  be a real orthogonal matrix. Then :

- (a)  $\det P = 1$
- (b)  $\det P = 0$
- (c) all the eigen values of  $P$  are real
- (d)  $\det P = \pm 1$

Code :

- (A) only (d) is correct
- (B) all the statements are incorrect
- (C) only (c) and (d) are correct
- (D) only (b) is correct

Let  $A$  be  $n \times n$  real matrix such that  $A^2 = A$ . Then which of the following statement **wrong** ?

- (a) The eigen values of  $A$  are 0 and 1
- (b) The minimum polynomial of the matrix is  $x(x-1)=0$
- (c) Characteristic polynomial is  $x(x-1)=0$
- (d)  $A$  is diagonalisable

Code :

- (A) All the statements are correct
- (B) All the statements are incorrect
- (C) Only statement (c) is incorrect
- (D) Statements (c) and (d) are incorrect

47. माना कि  $P$  एक वास्तविक लांबिक आव्यूह है, तब :

- (a)  $\det P = 1$
- (b)  $\det P = 0$
- (c)  $P$  के सभी आइगेन मान वास्तविक हैं
- (d)  $\det P = \pm 1$

कूट :

- (A) केवल (d) सही है
- (B) सभी कथन गलत हैं
- (C) केवल (c) और (d) सही हैं
- (D) केवल (b) सही है

48. माना कि  $A, n \times n$  वास्तविक आव्यूह इस प्रकार है कि  $A^2 = A$ . तब निम्न में कौन सा कथन **गलत** है?

- (a)  $A$  का आइगेन मान 0 तथा 1
- (b) आव्यूह का निम्निष्ठ बहुपद  $x(x-1)=0$
- (c) अभिलक्षणिक बहुपद  $x(x-1)=0$
- (d)  $A$  विकर्णीय है

कूट :

- (A) सभी कथन सही हैं
- (B) सभी कथन गलत हैं
- (C) केवल कथन (c) गलत हैं
- (D) कथन (c) तथा (d) गलत हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

49. Match the matrix with its type :

(a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  (p) diagonalizable over  $\mathbf{R}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  (q) nilpotent

(c)  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  (r) non-triangularizable over  $\mathbf{R}$

Code :

- (A) (a)→(r), (b)→(p), (c)→(q)  
 (B) (a)→(p), (b)→(r), (c)→(q)  
 (C) (a)→(q), (b)→(r), (c)→(p)  
 (D) (a)→(q), (b)→(p), (c)→(r)

50. P is non-zero,  $n \times n$  nilpotent matrix. Then which of the following statements is false ?

- (A) P is non-invertible  
 (B) All the eigen values of P are zero  
 (C) Characteristic polynomial of P is  $x^n$   
 (D) P is diagonalizable

49. निम्न आव्यूह को इसके प्रकार से मिलाइए :

(a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  (p)  $\mathbf{R}$  पर विकर्णीय

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  (q) शून्यभावी

(c)  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  (r)  $\mathbf{R}$  पर अ-त्रिभुज

कूट :

- (A) (a)→(r), (b)→(p), (c)→(q)  
 (B) (a)→(p), (b)→(r), (c)→(q)  
 (C) (a)→(q), (b)→(r), (c)→(p)  
 (D) (a)→(q), (b)→(p), (c)→(r)

50. P शून्येतर है,  $n \times n$  शून्यभावी आव्यूह है। तब में कौन सा कथन असत्य है ?

- (A) P अ-व्युत्क्रमणीय  
 (B) P के सभी आइगेन मान शून्य  
 (C) P का अभिलक्षणिक बहुपद  $x^n$   
 (D) P विकर्णीय है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

51. Which of the following vectors in  $\mathbf{R}^3$  are in the span of  $(1, 1, 1)$  and  $(1, 2, 3)$  ?  
 $u = (1, 0, 2), v = (-1, -2, 3), w = (2, 3, 4)$   
 (A)  $u, v, w$   
 (B)  $u, v$  only  
 (C)  $v, w$  only  
 (D)  $w$  only
51.  $\mathbf{R}^3$  में निम्न में से कौन से सदिश  $(1, 1, 1)$  तथा  $(1, 2, 3)$  के विस्तार में हैं?  
 $u = (1, 0, 2), v = (-1, -2, 3), w = (2, 3, 4)$   
 (A)  $u, v, w$   
 (B) केवल  $u, v$   
 (C) केवल  $v, w$   
 (D) केवल  $w$
52. Which of the following matrices are diagonalizable ?  

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
  
 (A) Both X and Y  
 (B) Only X  
 (C) Only Y  
 (D) Neither X nor Y
52. निम्न में कौन से आव्यूह विकर्णीय है?  

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
  
 (A) X तथा Y दोनों  
 (B) केवल X  
 (C) केवल Y  
 (D) न X न Y
53. M is a  $3 \times 3$  real matrix which has the minimum polynomial  $x^2 - 5x + 4$ . Then which of the following statement is true ?  
 (A) M is a diagonalizable matrix  
 (B) M need not be a diagonalizable matrix  
 (C) M cannot be a diagonalizable matrix  
 (D) The characteristic polynomial of A is  $x^2 - 5x + 4$
53. M एक  $3 \times 3$  का वास्तविक आव्यूह है जिसका निम्निष्ठ बहुपद  $x^2 - 5x + 4$  है। तब निम्न में कौन सा कथन सत्य है?  
 (A) M एक विकर्णीय आव्यूह है  
 (B) M का विकर्णीय आव्यूह होना आवश्यक नहीं  
 (C) M एक विकर्णीय आव्यूह नहीं हो सकता  
 (D) A का अभिलक्षणिक बहुपद  $x^2 - 5x + 4$  है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

54. Let  $T$  be a linear operator defined on  $\mathbb{R}^2$  by  $T(x_1, x_2) = (-x_2, x_1)$ . Then the matrix representation of  $T$  in the ordered basis  $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$  is :

(A)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

55.  $A$  is a  $3 \times 3$  matrix over  $\mathbb{R}$  having characteristic polynomial  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ . Then the trace of matrix  $A$  is :

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) data is insufficient

54. माना कि  $T$ ,  $\mathbb{R}^2$  पर,  $T(x_1, x_2) = (-x_2, x_1)$  परिभाषित एक रेखिक ऑपरेटर है। क्रमिक 3  $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$  में  $T$  का आव्यूह नि होगा :

(A)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

55.  $A$ ,  $\mathbb{R}$  पर  $3 \times 3$  का एक आव्यूह है जि अभिलक्षणिक बहुपद  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$  है। आव्यूह  $A$  का अनुरेख होगा :

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) डाटा अपर्याप्त

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

56. If  $N$  is a non-trivial nilpotent matrix, then which of the following statements about  $N$  are correct ?

- (a)  $N$  is not diagonalizable
- (b) all the eigen values of  $N$  are zero
- (c) trace of  $N$  is zero
- (d) determinant of  $N$  is zero

Code :

- (A) all
- (B) (b), (c), (d) only
- (C) (c), (d) only
- (D) (b), (d) only

56. यदि  $N$  एक अ-नगण्य शून्यभावी आव्यूह है, तब निम्न में  $N$  के बारे में कौन सा कथन सत्य है?

- (a)  $N$  विकर्णीय नहीं
- (b)  $N$  के सभी आइगेन मान शून्य
- (c)  $N$  का अनुरेख शून्य
- (d)  $N$  का निर्धारक शून्य

कूट :

- (A) सभी
- (B) केवल (b), (c), (d)
- (C) केवल (c), (d)
- (D) केवल (b), (d)

57. Which of the following maps from  $\mathbb{R}^2$  to  $\mathbb{R}^2$  are linear ?

- (a)  $T(x_1, x_2) = (x_1, x_2^2)$
- (b)  $T(x_1, x_2) = (x_1 + 1, x_1 - x_2)$
- (c)  $T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2)$

Code :

- (A) all
- (B) (b), (c) only
- (C) (c) only
- (D) (a), (c) only

57.  $\mathbb{R}^2$  से  $\mathbb{R}^2$  तक निम्न में कौन सा प्रतिचित्र रेखीय है?

- (a)  $T(x_1, x_2) = (x_1, x_2^2)$
- (b)  $T(x_1, x_2) = (x_1 + 1, x_1 - x_2)$
- (c)  $T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2)$

कूट :

- (A) सभी
- (B) केवल (b), (c)
- (C) केवल (c)
- (D) केवल (a), (c)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

58. Let  $W_1 = \{(x, x) / x \in \mathbb{R}\}$   
 and  $W_2 = \{(x, 2x) / x \in \mathbb{R}\}$   
 be two subspaces of  $\mathbb{R}^2$ . Then which of  
 the following statements are true ?

- (a)  $W_1 \cap W_2$  is a subspace of  $\mathbb{R}^2$ .  
 (b)  $W_1 \cup W_2$  is a subspace of  $\mathbb{R}^2$ .

Code :

- (A) (a) is correct (b) is false  
 (B) (b) is correct (a) is false  
 (C) both (a) and (b) are correct  
 (D) neither (a) nor (b) correct

59. Suppose  $V$  is an inner product space.  
 Then  $|\langle v, w \rangle| = \|v\| \|w\|$  :

- (A) is true  $\forall v, w \in V$   
 (B) is true only if  $v$  and  $w$  are linearly  
 independent  
 (C) is true only if  $v$  and  $w$  are linearly  
 dependent  
 (D) is never true

60. Let  $M$  be a real orthogonal matrix then  
 which of the statement is true ?

- (A)  $\det M = 1$   
 (B)  $\det M = \pm 1$   
 (C)  $\det M > 0$   
 (D)  $M$  is singular

58. माना कि  $W_1 = \{(x, x) / x \in \mathbb{R}\}$

तथा  $W_2 = \{(x, 2x) / x \in \mathbb{R}\}$

$\mathbb{R}^2$  के दो उपसमष्टियाँ हैं। तब निम्न में से कौन  
 कथन सत्य है ?

- (a)  $W_1 \cap W_2$ ,  $\mathbb{R}^2$  का उपसमष्टि है।  
 (b)  $W_1 \cup W_2$ ,  $\mathbb{R}^2$  का उपसमष्टि है।

कूट :

- (A) (a) सही है (b) गलत है  
 (B) (b) सही है (a) गलत है  
 (C) (a) तथा (b) दोनों सही हैं  
 (D) न (a) न (b) सही है

59. माना कि  $V$  एक आंतर गुणन समष्टि है।

तब  $|\langle v, w \rangle| = \|v\| \|w\|$  :

- (A) सत्य है  $\forall v, w \in V$   
 (B) तभी सत्य होगा यदि  $v$  तथा  $w$  रैखिकतः स्व  
 होंगे  
 (C) तभी सत्य होगा यदि  $v$  तथा  $w$  रैखिकतः पर  
 होंगे  
 (D) कभी सत्य नहीं होगा

60. माना  $M$  एक वास्तविक लांबिक आव्यूह है त  
 कौन सा कथन सत्य है ?

- (A)  $\det M = 1$   
 (B)  $\det M = \pm 1$   
 (C)  $\det M > 0$   
 (D)  $M$  एकल है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

## PART - II (A) MATHEMATICS GROUP

### भाग - II (A) गणित समूह

61. Match the following :

- (a)  $f(z) = (z - 2)^{1/2}$  (i) has an essential singularity at  $z = 2$
- (b)  $f(z) = \frac{1}{z}$  (ii) has a removable singularity at  $z = 0$
- (c)  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$  (iii) has a simple pole
- (d)  $f(z) = \frac{1}{(z - 2)}$  (iv) has a branch point at  $z = 2$

Code :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)   |
|-----|------|-------|-------|-------|
| (A) | (iv) | (i)   | (ii)  | (iii) |
| (B) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)   |
| (C) | (ii) | (iii) | (iv)  | (i)   |
| (D) | (iv) | (ii)  | (iii) | (i)   |

62. If  $u + iv$  is an analytic function, then  $dv$  is equal to :

- (A)  $\frac{\partial v}{\partial x} dx - \frac{\partial v}{\partial y} dy$
- (B)  $\frac{\partial u}{\partial x} dx - \frac{\partial u}{\partial y} dy$
- (C)  $-\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy$
- (D)  $\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy$

61. निम्न को सुमेलित कीजिए :

- (a)  $f(z) = (z - 2)^{1/2}$  (i) में  $z = 2$  पर अनिवार्य विशिष्टता है।
- (b)  $f(z) = \frac{1}{z}$  (ii) में  $z = 0$  पर निष्कासन योग्य विशिष्टता है।
- (c)  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$  (iii) में सरल ध्रुव है।
- (d)  $f(z) = \frac{1}{(z - 2)}$  (iv) में  $z = 2$  पर एक शाखीय बिन्दु है।

कूट :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)   |
|-----|------|-------|-------|-------|
| (A) | (iv) | (i)   | (ii)  | (iii) |
| (B) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)   |
| (C) | (ii) | (iii) | (iv)  | (i)   |
| (D) | (iv) | (ii)  | (iii) | (i)   |

62. यदि  $u + iv$  एक वैश्लेषिक फलन है, तो  $dv$  बराबर होगा :

- (A)  $\frac{\partial v}{\partial x} dx - \frac{\partial v}{\partial y} dy$
- (B)  $\frac{\partial u}{\partial x} dx - \frac{\partial u}{\partial y} dy$
- (C)  $-\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy$
- (D)  $\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

63. If  $F(a) = \int_C \frac{4z^2 + z + 5}{z - a} dz$ , where  $C$  is the

ellipse  $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$ , then the value

of  $F(3.5)$  is :

- (A)  $2\pi i$
- (B)  $-2\pi i$
- (C)  $\pi i$
- (D) 0

64. If  $2^3 \mid O(G)$ ,  $2^4 \nmid O(G)$ , then the number of elements in  $G$  is :

- (A) 8
- (B) more than 8
- (C) less than 8
- (D) at least 8

65. Let  $F$  and  $E$  be fields, and let  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$  be distinct embedding of  $F$  into  $E$ .

(A) : There exists  $a_1, \dots, a_n \in E$ , not all zero, such that for all  $x \in F$   $a_1\sigma_1(x) + \dots + a_n\sigma_n(x) = 0$ .

(R) : Of all the equations of above form there must be at least one for which the number of non-zero terms is least.

Now which of the following is most appropriate answer ?

- (A) (R) is not correct
- (B) (R) is correct but does not explain (A) completely
- (C) (A) and (R) are correct but independent
- (D) (R) is correct and explains (A) completely

63. यदि  $F(a) = \int_C \frac{4z^2 + z + 5}{z - a} dz$ , जहाँ  $C$

$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$  इलिप्सी है, तब  $F(3.5)$

मान है :

- (A)  $2\pi i$
- (B)  $-2\pi i$
- (C)  $\pi i$
- (D) 0

64. यदि  $2^3 \mid O(G)$ ,  $2^4 \nmid O(G)$ , तब  $G$  में अवयव संख्या है :

- (A) 8
- (B) 8 से ज्यादा
- (C) 8 से कम
- (D) कम-से-कम 8

65. माना  $F$  तथा  $E$  क्षेत्र हैं, तथा माना  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$   $F$  के  $E$  में भिन्न-भिन्न एम्बेडिंग हैं :

(A) :  $a_1, \dots, a_n \in E$  का अस्तित्व इस प्रकार प्रत्येक  $x \in F$  के लिए जहाँ सभी शून्य  $a_1\sigma_1(x) + \dots + a_n\sigma_n(x) = 0$ .

(R) : उपरोक्त रूप के सभी समीकरणों कम-से-कम एक निश्चित ही ऐसा होना जिसके शून्यतर पदों की संख्या न्यूनतम

अब निम्न में से कौन सबसे उपयुक्त उत्तर है?

- (A) (R) सही नहीं है।
- (B) (R) सही है परन्तु (A) की पूर्ण रूप से व नहीं करता है।
- (C) (A) और (R) सही हैं परन्तु दोनों स्वतंत्र
- (D) (R) सही है तथा (A) की पूर्ण रूप से व करता है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

66. (A) : Any group  $G$  of order 23 has no proper subgroup

(R) : 23 is a prime number.

Then which of the following is correct ?

- (A) (A) is true but (R) is false
- (B) (A) and (R) are true and (R) does not explain (A)
- (C) Both (A) and (R) are correct and (R) explains (A)
- (D) Both (A) and (R) are false

66. (A) : कोटि 23 का कोई समूह  $G$  उचित उपसमूह नहीं रखता।

(R) : 23 एक अभाज्य संख्या है।

तब निम्न में से कौनसा सत्य है?

- (A) (A) सत्य है परंतु (R) असत्य है।
- (B) (A) एवं (R) सत्य हैं एवं (R), (A) की व्याख्या नहीं करता।
- (C) दोनों (A) एवं (R) सत्य हैं एवं (R), (A) की व्याख्या करता है।
- (D) दोनों (A) एवं (R) असत्य हैं।

67. (A) : Product of infinitely many compact spaces is compact.

(R) : Product of finite number of compact spaces is compact.

Now which of the following is most appropriate answer ?

- (A) (R) is sufficient for (A).
- (B) (R) is not sufficient for (A).
- (C) (R) is incorrect.
- (D) (R) and (A) are independent.

67. (A) : अनन्त संहत समष्टियों का गुणन एक संहत समष्टि होता है।

(R) : परिमित संख्या में संहत समष्टियों का गुणन संहत होता है।

अब निम्न में से सबसे उपयुक्त उत्तर कौन सा है?

- (A) (R), (A) के लिए पर्याप्त है।
- (B) (R), (A) लिए पर्याप्त नहीं है।
- (C) (R) सही नहीं है।
- (D) (R) तथा (A) स्वतंत्र है।

---

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

68. Match the following mathematical terms and choose **correct** answer :

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| (a) $T_4$ -space               | (i) Hausdorff space            |
| (b) $T_{3\frac{1}{2}}$ - space | (ii) Regular space             |
| (c) $T_3$ -space               | (iii) Completely regular space |
| (d) $T_2$ -space               | (iv) Normal space              |

Code :

- |     | (a)   | (b)   | (c)   | (d)  |
|-----|-------|-------|-------|------|
| (A) | (iv)  | (iii) | (i)   | (ii) |
| (B) | (iii) | (iv)  | (ii)  | (i)  |
| (C) | (iv)  | (iii) | (ii)  | (i)  |
| (D) | (i)   | (ii)  | (iii) | (iv) |

69. Let  $G(t, s)$  be the Green's function for the BVP

$$x'' = f(t), \quad x(a) = 0 = x(b).$$

Then  $\int_a^b G(t, s) ds =$

- (A)  $\frac{(b-a)^2}{4}$
- (B)  $\frac{(b-a)^2}{8}$
- (C)  $\frac{(b-t)(t-a)}{2}$
- (D)  $\frac{(b-t)(t-a)}{8}$

68. निम्नलिखित गणितीय पदों को समीपतम आधार पर मिलान करें एवं सही उत्तर चुनि

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (a) $T_4$ -समष्टि               | (i) हाउसडॉर्फ स्पेस             |
| (b) $T_{3\frac{1}{2}}$ - समष्टि | (ii) रेगुलर समष्टि              |
| (c) $T_3$ -समष्टि               | (iii) पूर्ण रेगुलर स्पेस        |
| (d) $T_2$ -समष्टि               | (iv) प्रसामान्य (नॉर्मल) समष्टि |

कूट :

- |     | (a)   | (b)   | (c)   | (d)  |
|-----|-------|-------|-------|------|
| (A) | (iv)  | (iii) | (i)   | (ii) |
| (B) | (iii) | (iv)  | (ii)  | (i)  |
| (C) | (iv)  | (iii) | (ii)  | (i)  |
| (D) | (i)   | (ii)  | (iii) | (iv) |

69. माना कि  $G(t, s)$ , BVP,  $x'' = f(t)$ ,  $x(a) = 0 = x(b)$  के लिए ग्रीन फलन है।

तब  $\int_a^b G(t, s) ds =$

- (A)  $\frac{(b-a)^2}{4}$
- (B)  $\frac{(b-a)^2}{8}$
- (C)  $\frac{(b-t)(t-a)}{2}$
- (D)  $\frac{(b-t)(t-a)}{8}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

70. Let  $u$  and  $v$  be two solutions of the Dirichlet problem in a domain  $D$ . In the following statements :

- (a)  $u$  and  $v$  are harmonic in  $D$ .
- (b)  $u$  and  $v$  are not harmonic in  $D$ .
- (c)  $u \equiv v$  in  $D$ .

Choose the **correct** one/ones :

- (A) (a) is true only
- (B) (b) is true only
- (C) (a) and (c) are true
- (D) (b) and (c) are true

71. (a) Let  $u$  be a solution of the interior Neumann problem on a domain  $D$  such that  $\frac{\partial u}{\partial n} = f(s)$  on boundary  $B$  of  $D$ .

- (b)  $\int_B f(s) ds = 0$ .
- (c) For two solutions  $u$  and  $v$  of the above problem,  $u - v = \text{constant} \neq 0$  on  $D$ .
- (d) For two solutions  $u$  and  $v$  of the above problem,  $u - v \equiv 0$  on  $D$ .

From the above statements choose the **correct** one in the following :

- (A) (a)  $\Rightarrow$  (b)
- (B) (b)  $\Rightarrow$  (c)
- (C) (a)  $\Rightarrow$  (b)  $\Rightarrow$  (c)
- (D) (a)  $\Rightarrow$  (b)  $\Rightarrow$  (d)

70. माना कि  $D$  प्रांत में डिरिक्लेट समस्या के दो समाधान  $u$  तथा  $v$  हैं। निम्न कथनों में :

- (a)  $u$  तथा  $v$ ,  $D$  में हरात्मक
- (b)  $u$  तथा  $v$ ,  $D$  में हरात्मक नहीं
- (c)  $D$  में  $u \equiv v$

निम्न से **सही** उत्तर चुनिए :

- (A) केवल (a) सत्य है
- (B) केवल (b) सत्य है
- (C) (a) तथा (c) सत्य हैं
- (D) (b) तथा (c) सत्य हैं

71. (a) माना कि  $D$  प्रांत पर इन्टिरियर न्यूमान समस्या का हल  $u$  इस प्रकार है कि  $D$  के बाऊंडरी  $B$  पर,  $\frac{\partial u}{\partial n} = f(s)$  है।

- (b)  $\int_B f(s) ds = 0$ .
- (c) उपरोक्त समस्या के दो हल  $u$  तथा  $v$  के लिए  $D$  पर  $u - v = \text{स्थिरांक} \neq 0$  है।
- (d) उपरोक्त समस्या के दो हल  $u$  तथा  $v$  के लिए  $D$  पर  $u - v \equiv 0$  है।

निम्न में से **सही** उत्तर का चयन कीजिए :

- (A) (a)  $\Rightarrow$  (b)
- (B) (b)  $\Rightarrow$  (c)
- (C) (a)  $\Rightarrow$  (b)  $\Rightarrow$  (c)
- (D) (a)  $\Rightarrow$  (b)  $\Rightarrow$  (d)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

72. Apply Runge-Kutta's method to find an approximate value of  $y$  when  $x=0.2$  for the initial value problem  $\frac{dy}{dx} = x + y$ ,  $y(0)=1$ . Then :
- (A)  $k_1=0.2$  and  $k_2=0.4$   
 (B)  $k_2=0.24$  and  $k_3=0.44$   
 (C)  $k_2=0.240$  and  $k_3=0.244$   
 (D)  $k_1=0.20$  and  $k_3=0.48$
72. आरंभिक मान समस्या  $\frac{dy}{dx} = x + y$ ,  $y(0)=1$  के लिए जब  $x=0.2$  हो तो रूंगे-कुट्टा विधि के उपयोग से  $y$  का सन्निकट मान होगा :
- (A)  $k_1=0.2$  तथा  $k_2=0.4$   
 (B)  $k_2=0.24$  तथा  $k_3=0.44$   
 (C)  $k_2=0.240$  तथा  $k_3=0.244$   
 (D)  $k_1=0.20$  तथा  $k_3=0.48$

73. Match the following :

- (a)  $\int_0^x \frac{y(t)}{\sqrt{x-t}} dt = 1$  (i) Fredholm IE of second kind
- (b)  $y(x)=f(x)+\lambda \int_0^2 k(x,t) y(t) dt$  (ii) Volterra IE of second kind
- (c)  $y(x)=(x)+\int_0^x (1-3xt) y(t) dt$  (iii) Fredholm IE of first kind
- (d)  $\sin x = \lambda \int_0^1 xt y(t) dt$  (iv) Volterra IE of first kind

Code :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)   |
|-----|------|-------|-------|-------|
| (A) | (ii) | (i)   | (iv)  | (iii) |
| (B) | (iv) | (i)   | (ii)  | (iii) |
| (C) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)   |
| (D) | (ii) | (i)   | (iii) | (iv)  |

73. निम्न का मिलान कीजिए :

- (a)  $\int_0^x \frac{y(t)}{\sqrt{x-t}} dt = 1$  (i) दूसरी प्रकार का फ्रेडहोल्म IE
- (b)  $y(x)=f(x)+\lambda \int_0^2 k(x,t) y(t) dt$  (ii) दूसरी प्रकार का वोल्टेरा IE
- (c)  $y(x)=(x)+\int_0^x (1-3xt) y(t) dt$  (iii) पहली प्रकार का फ्रेडहोल्म IE
- (d)  $\sin x = \lambda \int_0^1 xt y(t) dt$  (iv) पहली प्रकार का वोल्टेरा IE

कूट :

- |     | (a)  | (b)   | (c)   | (d)   |
|-----|------|-------|-------|-------|
| (A) | (ii) | (i)   | (iv)  | (iii) |
| (B) | (iv) | (i)   | (ii)  | (iii) |
| (C) | (iv) | (iii) | (ii)  | (i)   |
| (D) | (ii) | (i)   | (iii) | (iv)  |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

74. The initial value problem corresponding to the integral equation

$$y(x) = 1 + \int_0^x y(t) dt \text{ is :}$$

- (A)  $y'(x) - y(x) = 0, y(0) = 1$   
 (B)  $y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 0$   
 (C)  $y'(x) - y(x) = 0, y(0) = 0$   
 (D)  $y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 1$

75. Curves that give the shortest distance between two points on a given surface are called :

- (A) Geodesics  
 (B) Minimum surface of revolution  
 (C) Cycloid  
 (D) Configuration space

76. If the Lagrangian for a system does not contain a coordinate explicitly, then :

- (A) Both  $p_k$  and  $q_k$  are cyclic coordinates.  
 (B)  $p_k$  is cyclic coordinate but  $q_k$  is not cyclic coordinate.  
 (C)  $p_k$  the generalised momentum is a constant of motion and  $q_k$  is cyclic coordinate.  
 (D)  $p_k$  is cyclic coordinate and  $q_k$  is always zero.

74. समाकलन समीकरण  $y(x) = 1 + \int_0^x y(t) dt$  के संगत आरंभिक मान समस्या है :

- (A)  $y'(x) - y(x) = 0, y(0) = 1$   
 (B)  $y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 0$   
 (C)  $y'(x) - y(x) = 0, y(0) = 0$   
 (D)  $y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 1$

75. वक्र जो किसी दी गयी पृष्ठ पर दो बिन्दुओं के मध्य अल्पतम दूरी देती है, कहलाता है :

- (A) जियोडेसिक्स  
 (B) परिक्रमण की न्यूनतम पृष्ठ  
 (C) सायक्लॉइड  
 (D) विन्यास समष्टि

76. यदि निकाय के लैग्रांजीयन में सुव्यक्त कोऑर्डिनेट न हो तो :

- (A)  $p_k$  तथा  $q_k$  दोनों चक्रीय कोऑर्डिनेट होंगे।  
 (B)  $p_k$  चक्रीय कोऑर्डिनेट परन्तु  $q_k$  चक्रीय कोऑर्डिनेट नहीं होगा।  
 (C)  $p_k$  गति का सामान्यीकृत संवेग स्थिरांक तथा  $q_k$  चक्रीय कोऑर्डिनेट होगा।  
 (D)  $p_k$  चक्रीय कोऑर्डिनेट तथा  $q_k$  सदैव शून्य होगा।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

77. Consider the transformation

$$\omega = T_1(z) = \frac{z+2}{z+3} \text{ and}$$

$$\omega = T_2(z) = \frac{z}{z+1}. \text{ Then :}$$

$$(A) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ and}$$

$$T_2^{-1}(\omega) = \frac{\omega}{\omega-1}$$

$$(B) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ and}$$

$$T_1 T_2(z) = \frac{3z-2}{4z+3}$$

$$(C) \quad T_2^{-1}(\omega) = -\frac{\omega}{\omega-1} \text{ and}$$

$$T_2 T_1(z) = \frac{z-2}{2z+5}$$

$$(D) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ and}$$

$$T_2^{-1}(\omega) = -\frac{\omega}{\omega-1}$$

77. यदि रूपांतरण,

$$\omega = T_1(z) = \frac{z+2}{z+3} \text{ तथा}$$

$$\omega = T_2(z) = \frac{z}{z+1} \text{ हो तो :}$$

$$(A) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ तथा}$$

$$T_2^{-1}(\omega) = \frac{\omega}{\omega-1}$$

$$(B) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ तथा}$$

$$T_1 T_2(z) = \frac{3z-2}{4z+3}$$

$$(C) \quad T_2^{-1}(\omega) = -\frac{\omega}{\omega-1} \text{ तथा}$$

$$T_2 T_1(z) = \frac{z-2}{2z+5}$$

$$(D) \quad T_1^{-1}(\omega) = \frac{2-3\omega}{\omega-1} \text{ तथा}$$

$$T_2^{-1}(\omega) = -\frac{\omega}{\omega-1}$$

---

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

78. The image of the circle  $|z-2|=2$  under the transformation  $\omega = \frac{z}{z+1}$  is a circle. Which is given by :

(A)  $u^2 + v^2 + \frac{4}{5}u = 0$

(B)  $u^2 + v^2 - \frac{4}{5}u = 0$

(C)  $u^2 + v^2 - \frac{4}{5}v = 0$

(D)  $u^2 + v^2 + \frac{4}{5}v = 0$

79. Consider  $u=x^2-y^2$  and  $v=2xy$ . Then :

(A) the C-R equations are satisfied by  $u$  and  $v$ , and  $f(z)=u+iv$  is analytic in  $D$ .

(B) the C-R equations are not satisfied by  $u$  and  $v$ , and  $f(z)=u+iv$  is analytic in  $D$ .

(C) the C-R equations are not satisfied by  $u$  and  $v$ , and  $f(z)=u+iv$  is not analytic in  $D$ .

(D) the C-R equations are satisfied by  $u$  and  $v$ , and  $f(z)=u+iv$  is not analytic in  $D$ .

78.  $\omega = \frac{z}{z+1}$  रूपांतरण के अंतर्गत वृत्त  $|z-2|=2$  का प्रतिबिंब एक वृत्त है। जिसे दर्शाया गया है :

(A)  $u^2 + v^2 + \frac{4}{5}u = 0$

(B)  $u^2 + v^2 - \frac{4}{5}u = 0$

(C)  $u^2 + v^2 - \frac{4}{5}v = 0$

(D)  $u^2 + v^2 + \frac{4}{5}v = 0$

79. यदि  $u=x^2-y^2$  तथा  $v=2xy$ , तो :

(A)  $u$  तथा  $v$  के द्वारा C-R समीकरण को संतुष्ट किया जायेगा, तथा  $f(z)=u+iv$ ,  $D$  में वैश्लेषिक होगा।

(B)  $u$  तथा  $v$  के द्वारा C-R समीकरण को संतुष्ट नहीं किया जायेगा, तथा  $f(z)=u+iv$ ,  $D$  में वैश्लेषिक होगा।

(C)  $u$  तथा  $v$  के द्वारा C-R समीकरण को संतुष्ट नहीं किया जायेगा, तथा  $f(z)=u+iv$ ,  $D$  में वैश्लेषिक नहीं होगा।

(D)  $u$  तथा  $v$  के द्वारा C-R समीकरण को संतुष्ट किया जायेगा, तथा  $f(z)=u+iv$ ,  $D$  में वैश्लेषिक नहीं होगा।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

80. The function

$f(z) = x^2 + axy + by^2 + i(cx^2 + dxy + y^2)$  is analytic for :

- (A)  $a=2, b=-1, c=-1, d=2$
- (B)  $a=2, b=2, c=-1, d=-1$
- (C)  $a=-1, b=2, c=-1, d=2$
- (D)  $a=2, b=-1, c=2, d=-1$

81. The degree of the field extension

$\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[8]{2})$  over  $\mathbb{Q}$  is :

- (A) 32
- (B) 04
- (C) 08
- (D) 12

82. The relation of conjugacy of subgroups of a finite group is :

- (a) Reflexive
- (b) Symmetric
- (c) Transitive
- (d) An equivalence relation
- (A) (a), (b), (c) but not (d)
- (B) (d) but not (a), (b), (c)
- (C) (b), (c), (d) but not (a)
- (D) all (a), (b), (c) and (d)

80. फलन,

$f(z) = x^2 + axy + by^2 + i(cx^2 + dxy + y^2)$  किसके लिए वैश्लेषिक है?

- (A)  $a=2, b=-1, c=-1, d=2$
- (B)  $a=2, b=2, c=-1, d=-1$
- (C)  $a=-1, b=2, c=-1, d=2$
- (D)  $a=2, b=-1, c=2, d=-1$

81.  $\mathbb{Q}$  पर क्षेत्र विस्तार  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[8]{2})$  की घ

होती है :

- (A) 32
- (B) 04
- (C) 08
- (D) 12

82. किसी परिमित समूह के उपसमूहों में संयुग्मिता संबंध होता है :

- (a) स्वतुल्य
- (b) सममित
- (c) संक्रामक
- (d) एक समतुल्यता संबंध
- (A) (a), (b), (c) परंतु (d) नहीं
- (B) (d) परंतु (a), (b), (c) नहीं
- (C) (b), (c), (d) परंतु (a) नहीं
- (D) सभी (a), (b), (c) एवं (d)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

83. Polynomial  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6$  is reducible over the following rings of :

- (a) Integers  $I$
- (b) Rational numbers  $Q$
- (c) Real numbers  $R$
- (d) Complex numbers  $C$
- (A) (c) and (d)
- (B) (a), (c) and (d)
- (C) (b), (c) and (d)
- (D) None of above

84. If degree of two polynomials  $a(x)$  and  $b(x)$  are respectively  $m$  and  $n$  (where  $m$  and  $n$  may be equal), then see the following results. Which of these are true ?

- (a)  $\deg [a(x) + b(x)] \leq \max (m, n)$
- (b)  $\deg [a(x) \cdot b(x)] = m \cdot n$
- (c)  $\deg [a(x) + b(x)] > \max (m, n)$
- (d)  $\deg [a(x) \cdot b(x)] \leq m + n$

true are :

- (A) (a) and (b)
- (B) (a) and (d)
- (C) (b), (c) and (d)
- (D) (b), (c) and (a)

83. बहुपद  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ , निम्नलिखित वलयों पर अपचयनीय है :

- (a) पूर्णांक  $I$
- (b) परिमेय संख्यायें  $Q$
- (c) वास्तविक संख्यायें  $R$
- (d) सम्मिश्र संख्यायें  $C$
- (A) (c) एवं (d)
- (B) (a), (c) एवं (d)
- (C) (b), (c) एवं (d)
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

84. यदि दो बहुपदों  $a(x)$  एवं  $b(x)$  की घातें क्रमशः  $m$  एवं  $n$  हैं (जहाँ  $m$  एवं  $n$  समान हो सकते हैं) तब निम्नलिखित परिणामों को देखें। क्या सही है?

- (a)  $\deg [a(x) + b(x)] \leq m, n$  में जो अधिक है।
- (b)  $\deg [a(x) \cdot b(x)] = m \cdot n$
- (c)  $\deg [a(x) + b(x)] > m, n$  में जो अधिक है।
- (d)  $\deg [a(x) \cdot b(x)] \leq m + n$

सत्य हैं :

- (A) (a) एवं (b)
- (B) (a) एवं (d)
- (C) (b), (c) एवं (d)
- (D) (b), (c) एवं (a)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

85. Which of the following is/are false ?

- (a) Box topology is finer than the product topology
  - (b) Every second countable space is first countable space
  - (c)  $(\mathbb{R}, u)$  is not a  $T_2$ -space
  - (d) Product of connected spaces is not a connected space
- (A) (c) and (d)  
(B) (a) and (c)  
(C) (a), (b) and (c)  
(D) (b), (c) and (d)

86. Which of the following statements is/are true ?

- (a) regular +  $T_1$  space is  $T_{3\frac{1}{2}}$  space
  - (b) normal +  $T_1$  space is  $T_5$  space
  - (c) Completely regular +  $T_1$  space is Tychonoff space
  - (d) Completely normal +  $T_1$  space is  $T_5$  - space
- (A) (a) and (b)  
(B) (a), (c) and (d)  
(C) (c) and (d)  
(D) (a), (b) and (c)

85. निम्नलिखित में से कौनसा/कौन-से कथन सत्य हैं ?

- (a) बॉक्स टॉपोलाजी, गुणन टॉपोलाजी से (फाइन) होती है।
  - (b) प्रत्येक द्वितीय गणनीय समष्टि प्रथम गणनीय समष्टि होती है।
  - (c)  $(\mathbb{R}, u)$ ,  $T_2$ -समष्टि नहीं होती है।
  - (d) कनेक्टेड समष्टियों का गुणन कनेक्टेड नहीं होता है।
- (A) (c) एवं (d)  
(B) (a) एवं (c)  
(C) (a), (b) एवं (c)  
(D) (b), (c) एवं (d)

86. निम्नलिखित में कौनसा/कौनसे कथन सत्य हैं ?

- (a) रेगुलर +  $T_1$  समष्टि होती है  $T_{3\frac{1}{2}}$  समष्टि
  - (b) नॉर्मल +  $T_1$  समष्टि होती है  $T_5$  समष्टि
  - (c) पूर्ण रेगुलर +  $T_1$  समष्टि, टिकोनॉफ़ होती है
  - (d) पूर्ण नार्मल +  $T_1$  समष्टि,  $T_5$  समष्टि है
- (A) (a) एवं (b)  
(B) (a), (c) एवं (d)  
(C) (c) एवं (d)  
(D) (a), (b) एवं (c)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ़ कार्य के लिये जगह

87. Which of the following is/are correct ?

- (a) The closure of a compact subset of a regular space need not be compact.
- (b) The space  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  is not normal.
- (c) The real line with the semi-open interval topology is normal.
- (A) (a), (b) only
- (B) (b), (c) only
- (C) (a), (c) only
- (D) (a), (b), (c)

88. (A) : The space  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  is not normal.

(R) : If  $U$  is any open set in  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  containing  $A = \{(x, -x) : x \in \mathbb{Q}\}$ , then  $\bar{U} \cap B \neq \emptyset$ , where

$$B = \{(x, -x) : x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}\}.$$

Choose the most appropriate answer :

- (A) (A) and (R) are correct and (R) is the reason of (A)
- (B) (A) and (R) are correct but (R) is not the reason of (A)
- (C) (A) is false and (R) is correct
- (D) (A) is correct and (R) is false

87. निम्न में से कौन सही है ?

- (a) एक नियमित समष्टि के एक संहत उपसमुच्चय का क्लोजर संहत होना आवश्यक नहीं है।
- (b) समष्टि  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  नॉर्मल नहीं है।
- (c) अर्द्ध-विवृत्त अन्तराल टोपोलोजी के साथ वास्तविक रेखा नॉर्मल है।
- (A) केवल (a), (b)
- (B) केवल (b), (c)
- (C) केवल (a), (c)
- (D) (a), (b), (c)

88. (A) : समष्टि  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  नॉर्मल नहीं है।

(R) : यदि  $U$ ,  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  में कोई विवृत्त समुच्चय इस प्रकार है कि  $A = \{(x, -x) : x \in \mathbb{Q}\}$ , तब  $\bar{U} \cap B \neq \emptyset$ , जहाँ

$$B = \{(x, -x) : x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}\}.$$

सबसे उपयुक्त उत्तर चुनिए :

- (A) (A) और (R) सही हैं और (R), (A) का कारण है
- (B) (A) और (R) सही हैं और (R), (A) का कारण नहीं है
- (C) (A) गलत है और (R) सही है
- (D) (A) सही है (R) गलत है

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

89. Laplace transform

$$L[x \cos(\sqrt{7}x)](s) =$$

(A)  $\frac{s^2 - 7}{(s^2 + 7)^2}$

(B)  $\frac{s^2 + 7}{(s^2 + 7)^2}$

(C)  $\frac{s}{s^2 + 7}$

(D)  $\frac{s}{(s^2 + 7)^2}$

90. To find the series solution of

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

by Frobenius method, choose the **correct** ordering from the following :

- (a) Ordinary point
- (b) Regular singular point
- (c) Irregular singular point
- (d) Indicial equation

(A) (a)  $\rightarrow$  (d)

(B) (b)  $\rightarrow$  (d)

(C) (c)  $\rightarrow$  (d)

(D) (b) is necessary only

89. लाप्लास रूपांतरण ;

$$L[x \cos(\sqrt{7}x)](s) =$$

(A)  $\frac{s^2 - 7}{(s^2 + 7)^2}$

(B)  $\frac{s^2 + 7}{(s^2 + 7)^2}$

(C)  $\frac{s}{s^2 + 7}$

(D)  $\frac{s}{(s^2 + 7)^2}$

90. फ्रोबेनियस विधि से,

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

का श्रेणीक्रम हल पाने के लिए, निम्न से सही क्रम ज्ञात कीजिए :

- (a) साधारण बिन्दु
- (b) नियमित एकल बिन्दु
- (c) अनियमित एकल बिन्दु
- (d) लक्षणिक (Indicial) समीकरण

(A) (a)  $\rightarrow$  (d)

(B) (b)  $\rightarrow$  (d)

(C) (c)  $\rightarrow$  (d)

(D) केवल (b) की आवश्यकता है

---

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

91. (A) : Clairaut form of equations  
 $z = px + qy + 9(p, q)$  admits complete  
 integral  $z = ax + by + 9(a, b)$

(R) : Rank  $\begin{pmatrix} x + 9_a & 1 & 0 \\ y + 9_b & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2$

In the following, find the correct statements about (A) and (R) :

- (A) (R) is not the correct reason for (A)  
 (B) (R) is the correct reason for (A)  
 (C) (A) is true, but (R) is not necessary  
 (D) (A) is true, but (R) is not necessary  
 due to the Charpit's method

92. Assume that the integral surface of

$$z = \frac{1}{2} (p^2 + q^2) + (p - x)(q - y)$$

passes through the  $x$ -axis. Then the possible strips to apply Cauchy's method of characteristics are

$$\Gamma_1 : x_0 = s, y_0 = 0, z_0 = 0, p_0 = 0, q_0 = 2s$$

$$\Gamma_2 : x_0 = s, y_0 = 0, z_0 = 0, p_0 = 0, q_0 = 0$$

Given below, select the strip/strips :

- (A)  $\Gamma_1$  is true, but not  $\Gamma_2$   
 (B)  $\Gamma_2$  is true, but not  $\Gamma_1$   
 (C)  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  both are correct  
 (D)  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  both are not correct

91. (A) :  $z = px + qy + 9(p, q)$  समीकरण का  
 रूप सम्पूर्ण समाकलन,  $z = ax + by + 9(a, b)$   
 स्वीकारता है।

(R) : रैंक  $\begin{pmatrix} x + 9_a & 1 & 0 \\ y + 9_b & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2$

(A) तथा (R) के संबंध में निम्न से सही कथन  
 कीजिए।

- (A) (R), (A) का सही कारण नहीं है  
 (B) (R), (A) का सही कारण है  
 (C) (A) सत्य, परन्तु (R) की आवश्यकता :  
 (D) (A) सत्य है, परन्तु कार्पिट्स विधि के व  
 (R) की आवश्यकता नहीं

92. मान लीजिए कि,

$$z = \frac{1}{2} (p^2 + q^2) + (p - x)(q - y)$$

का समाकल पृष्ठ,  $x$ -अक्ष से गुजरता है। फलस्  
 अभिलक्षणिक कौशी विधि के प्रयोज्य के  
 संभावित स्ट्रिप्स प्राप्त होते हैं :

$$\Gamma_1 : x_0 = s, y_0 = 0, z_0 = 0, p_0 = 0, q_0 = 2s$$

$$\Gamma_2 : x_0 = s, y_0 = 0, z_0 = 0, p_0 = 0, q_0 = 0$$

निम्न में से सही स्ट्रिप/स्ट्रिप्स का चयन करें :

- (A)  $\Gamma_1$  सही, परन्तु  $\Gamma_2$  नहीं  
 (B)  $\Gamma_2$  सही, परन्तु  $\Gamma_1$  नहीं  
 (C)  $\Gamma_1$  तथा  $\Gamma_2$  दोनों सही हैं  
 (D)  $\Gamma_1$  तथा  $\Gamma_2$  दोनों सही नहीं हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

93. Consider  $\frac{dy}{dx} = 1 - 2xy$  and  $y=0$  at  $x=0$ .

Then which is correct ?

- (A)  $y_1=0$  and  $y_2=x$   
 (B)  $y_1=x^2$  and  $y_2 = x + \frac{2}{3}x^3$   
 (C)  $y_1=x$  and  $y_2 = x - \frac{2}{3}x^3$   
 (D)  $y_1=x$  and  $y_3 = x + \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{15}x^5$

94. To evaluate a definite integral of the form

$$I = \int_a^b f(x) dx \text{ in any finite interval}$$

$[a, b]$ ,  $f(x)$  is replaced by a polynomial  $p(x)$ .

Match the following :

- |                                          |                                  |
|------------------------------------------|----------------------------------|
| (a) $p(x)$ is a first degree polynomial  | (i) Simpson's three-eighths rule |
| (b) $p(x)$ is a second degree polynomial | (ii) Weddle's rule               |
| (c) $p(x)$ is a third degree polynomial  | (iii) Trapezoidal rule           |
| (d) $p(x)$ is a sixth degree polynomial  | (iv) Simpson's one-third rule    |

Code :

- |           |       |      |       |
|-----------|-------|------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)  | (d)   |
| (A) (iii) | (iv)  | (i)  | (ii)  |
| (B) (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |
| (C) (iii) | (i)   | (iv) | (ii)  |
| (D) (ii)  | (i)   | (iv) | (iii) |

93.  $x=0$  पर यदि  $\frac{dy}{dx} = 1 - 2xy$  तथा  $y=0$  है, तो

सही है :

- (A)  $y_1=0$  और  $y_2=x$   
 (B)  $y_1=x^2$  और  $y_2 = x + \frac{2}{3}x^3$   
 (C)  $y_1=x$  और  $y_2 = x - \frac{2}{3}x^3$   
 (D)  $y_1=x$  और  $y_3 = x + \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{15}x^5$

94. किसी भी परिमित अंतराल  $[a, b]$  में,  $I = \int_a^b f(x) dx$

प्रकार के निश्चित समाकल को मूल्यांकित करने के

लिए  $f(x)$  को, बहुपद  $p(x)$  से प्रतिस्थापित किया जाता है।

निम्न को सुमेलित कीजिए :

- |                                     |                                  |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| (a) $p(x)$ प्रथम कोटि का बहुपद है   | (i) सिम्प्सन का तीसरी-आठवीं नियम |
| (b) $p(x)$ द्वितीय कोटि का बहुपद है | (ii) विडल नियम                   |
| (c) $p(x)$ तृतीय कोटि का बहुपद है   | (iii) समलंबी नियम                |
| (d) $p(x)$ छठी कोटि का बहुपद है     | (iv) सिम्प्सन का एक-तिहाई नियम   |

कूट :

- |           |       |      |       |
|-----------|-------|------|-------|
| (a)       | (b)   | (c)  | (d)   |
| (A) (iii) | (iv)  | (i)  | (ii)  |
| (B) (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |
| (C) (iii) | (i)   | (iv) | (ii)  |
| (D) (ii)  | (i)   | (iv) | (iii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

95. Consider the integral equation

$$y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t) y(t) dt. \text{ Then :}$$

- (A) the integral equation is of first kind and the eigen values are  $\pm \frac{1}{\pi}$ .
- (B) the integral equation is of second kind and the eigen values are  $\pm \pi$
- (C) the eigen values are  $\pm \pi$  and the corresponding eigen functions are  $\sin x \pm \cos x$ .
- (D) the eigen values are  $\pm \frac{1}{\pi}$  and the corresponding eigen functions are  $\sin x \pm \cos x$ .

96. The integral equation

$$y(x) = \int_0^x (x-t) y(t) dt - x \int_0^1 (1-t) y(t) dt$$

is equivalent to :

- (A)  $y''(x) - y(x) = 0, y(0) = y'(0) = 0$
- (B)  $y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 0, y(1) = 0$
- (C)  $y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0$
- (D)  $y''(x) - y(x) = 0, y(0) = 0, y(1) = 0$

95. यदि समाकलन समीकरण,

$$y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t) y(t) dt \text{ है, तब :}$$

- (A) समाकलन समीकरण प्रथम प्रकार का त आइगन मान  $\pm \frac{1}{\pi}$ , होंगे
- (B) समाकलन समीकरण द्वितीय प्रकार का त आइगन मान  $\pm \pi$ , होंगे
- (C) आइगन मान  $\pm \pi$  होंगे तथा संगत आइ फलन  $\sin x \pm \cos x$  होंगे
- (D) आइगन मान  $\pm \frac{1}{\pi}$  होंगे तथा संगत आइ फलन  $\sin x \pm \cos x$  होंगे

96. समाकलन समीकरण;

$$y(x) = \int_0^x (x-t) y(t) dt - x \int_0^1 (1-t) y(t) dt$$

किसके बराबर होगा ?

- (A)  $y''(x) - y(x) = 0, y(0) = y'(0) = 0$
- (B)  $y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 0, y(1) = 0$
- (C)  $y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0$
- (D)  $y''(x) - y(x) = 0, y(0) = 0, y(1) = 0$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

97. The extremal of the function

$$I = \int_0^{\pi/4} (y'^2 - y^2) dx, \text{ that satisfies the}$$

boundary conditions  $y(0)=1$  and

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ is :}$$

- (A)  $y(x) = \cos x$
- (B)  $y(x) = \sin x$
- (C)  $y(x) = \sin x + c_2 \cos x$
- (D)  $y(x) = c_1 \sin x + \cos x$

98. Consider the functional

$$I[y(x)] = \int_a^b 2\pi y (1 + y'^2)^{\frac{1}{2}} dx$$

representing the surface area of the described surface of revolution. Then the extremum curves of  $I[y(x)]$  are :

- (A)  $y = C \cos\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (B)  $y = C \sin\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (C)  $y = C \cosh\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (D)  $y = C \sinh\left(\frac{x-D}{C}\right)$

Where C and D are arbitrary constants.

97. फलन;  $I = \int_0^{\pi/4} (y'^2 - y^2) dx$ , जो परिबद्ध शर्तों

$$y(0)=1 \text{ तथा } y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ को संतुष्ट करता है}$$

का चरम मान है :

- (A)  $y(x) = \cos x$
- (B)  $y(x) = \sin x$
- (C)  $y(x) = \sin x + c_2 \cos x$
- (D)  $y(x) = c_1 \sin x + \cos x$

98. यदि परिचक्रण वर्णित पृष्ठ के पृष्ठीय क्षेत्रफल को

निरूपित करने वाले फलनक;

$$I[y(x)] = \int_a^b 2\pi y (1 + y'^2)^{\frac{1}{2}} dx \text{ हो तो,}$$

$I[y(x)]$  के चरम वक्र होंगे :

- (A)  $y = C \cos\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (B)  $y = C \sin\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (C)  $y = C \cosh\left(\frac{x-D}{C}\right)$
- (D)  $y = C \sinh\left(\frac{x-D}{C}\right)$

जहाँ C तथा D स्वैच्छ स्थिरांक हैं।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

99. In the following match the differential operators with their corresponding adjoint operators :

(a)  $u_{xx} - 5u_{xy} + 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (i)  $W_{xx} - 5W_{xy} - 2W_{yy} + 3W_x = 0$

(b)  $u_{xx} + 5u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (ii)  $W_{xx} + 5W_{xy} - 2W_{yy} + 3W_x = 0$

(c)  $u_{xx} + 5u_{xy} - 2u_{yy} + 3u_x = 0$  (iii)  $W_{xx} + 5W_{xy} - 2W_{yy} - 3W_x = 0$

(d)  $u_{xx} - 5u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (iv)  $W_{xx} - 5W_{xy} + 2W_{yy} + 3W_x = 0$

Code :

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (i) (ii) (iii) (iv)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (iv) (ii) (iii) (i)
- (D) (iii) (iv) (i) (ii)

99. निम्न अवकलनीय संक्रियाओं को उनके सहखंडन संक्रियों से मिलाइए :

(a)  $u_{xx} - 5u_{xy} + 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (i)  $W_{xx} - 5W_{xy} - 2W_{yy} + 3W_x = 0$

(b)  $u_{xx} + 5u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (ii)  $W_{xx} + 5W_{xy} - 2W_{yy} + 3W_x = 0$

(c)  $u_{xx} + 5u_{xy} - 2u_{yy} + 3u_x = 0$  (iii)  $W_{xx} + 5W_{xy} - 2W_{yy} - 3W_x = 0$

(d)  $u_{xx} - 5u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x = 0$  (iv)  $W_{xx} - 5W_{xy} + 2W_{yy} + 3W_x = 0$

कूट :

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (i) (ii) (iii) (iv)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (iv) (ii) (iii) (i)
- (D) (iii) (iv) (i) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

100. Match the following :

- (a) Trapezoidal rule is applicable (i) when the number of sub-intervals is multiple of three.
- (b) Simpson's one-third rule is applicable (ii) when the number of sub-intervals is multiple of six.
- (c) Simpson's three-eighth rule is applicable (iii) when the number of sub-intervals is even.
- (d) Weddle's rule is applicable (iv) for any number of sub-intervals

(a) (b) (c) (d)

(A) (ii) (iii) (iv) (i)

(B) (iii) (iv) (ii) (i)

(C) (iv) (iii) (i) (ii)

(D) (iii) (i) (iv) (ii)

100. निम्न को सुमेलित कीजिए :

- (a) समलम्बी नियम लागू होगा (i) जब उप-अंतरालों की संख्या तीन का गुणन होगा
- (b) सिम्प्सन का एक तिहाई नियम लागू होगा (ii) जब उप-अंतराल की संख्या छः का गुणन होगा
- (c) सिम्प्सन का तीसरा-आठवां नियम लागू होगा (iii) जब उप-अंतराल की संख्या सम होगी
- (d) विडल नियम लागू होगा (iv) उप-अंतराल के किसी भी संख्या के लिए

(a) (b) (c) (d)

(A) (ii) (iii) (iv) (i)

(B) (iii) (iv) (ii) (i)

(C) (iv) (iii) (i) (ii)

(D) (iii) (i) (iv) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

## PART - II (B) STATISTICS GROUP

### भाग - II (B) सांख्यिकी समूह

61. Study of skewness to have an idea about the shape of the curve which we have drawn with the help of given data and the curve is said to be skewed if :

- (a) Mean  $\neq$  Median  $\neq$  Mode
- (b) The curve drawn is not symmetrical but stretched more to any one side than the other side.
- (A) Statement (a) is true
- (B) Statement (b) is true
- (C) Statement (a) is true only if statement (b) is true
- (D) Statement (a) and (b) both are together and true

62. Which of the following is always true for two events A and B ?

- (A)  $P(A \cup B) = 1$
- (B)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- (C)  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
- (D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

63. A persistent state of Markov chain is called non-null persistent if :

- (A) it is periodic
- (B) it is aperiodic
- (C) it's mean recurrence time  $= \infty$
- (D) it's mean recurrence time  $< \infty$

61. प्रदत्त आंकड़ों से रेखित वक्र के विषय में धार निर्माण करने के लिए वैषम्य का अध्ययन कीजिए वक्र वैषम्य होगा यदि :

- (a) माध्य  $\neq$  माध्यिका  $\neq$  बहुलक हो
- (b) रेखित वक्र सममित नहीं परन्तु दूसरी ओर अपेक्षा किसी एक ओर अधिक विस्तृत है
- (A) कथन (a) सत्य है
- (B) कथन (b) सत्य है
- (C) यदि कथन (b) सत्य होगा तभी कथन (a) सत्य होगा
- (D) कथन (a) तथा (b) एक साथ सही हैं

62. दो घटनाओं A तथा B के लिए निम्न में से क्या सत्य है?

- (A)  $P(A \cup B) = 1$
- (B)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- (C)  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
- (D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

63. मार्कोव श्रृंखला की सतता, अरिक्त सततावृत्ति कहा जायेगी यदि :

- (A) यह कालिक हो
- (B) यह अकालिक हो
- (C) इसका औसत पुनरावर्तन काल  $= \infty$  हो
- (D) इसका औसत पुनरावर्तन काल  $< \infty$  हो

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

64. When tossing a coin, if we get Head (success) is defined as  $S=1$  and if Tail occurs (Failure), it is defined as  $F=0$  and also we define.

Prob. (S) =  $P_r(X=1) = p$  and

Prob. (F) =  $P_r(X=0) = q$ . Then if we repeat the tossing of coin,

- (a)  $n \rightarrow (\text{large})$
- (b) for every trial  $P(S) = p$  and
- (c) each trial is independent of other.

Then Bernoulli Variate (trial) is known as Binomial experiment under which of the following condition ?

- (A) only (a) and (b) are satisfied
- (B) only (b) and (c) are satisfied
- (C) only (a) and (c) are satisfied
- (D) (a), (b) and (c) all three conditions are satisfied

65. The Poisson distribution is a limiting case of Binomial distribution when :

- (a) the number of trials is indefinitely large i.e.  $n \rightarrow \infty$
- (b) the probability of success is constant and is very small i.e.,  $p \rightarrow 0$

(c)  $np = 0$

- (A) statement (a) is true
- (B) statement (b) is true if statement (a) is satisfied
- (C) statement (c) is correct if statement (a) and (b) are correct
- (D) statement (c) is incorrect though statement (a) and (b) are correct

64. किसी सिक्के को उछाल पर यदि चित्त (सफलता) मिले तो इसे  $S=1$  तथा यदि पट (विफलता) मिले तो  $F=0$  से परिभाषित किया जाता है तथा यह भी परिभाषित किया जाता है कि

सम्भाव्यता (S) =  $P_r(X=1) = p$  तथा

सम्भाव्यता (F) =  $P_r(X=0) = q$  है। यदि सिक्के को उछालने की प्रक्रिया दोहरायी जाय तो,

- (a)  $n \rightarrow (\text{वृहत्})$  होगा
- (b) प्रत्येक परीक्षण  $P(S) = p$  तथा
- (c) प्रत्येक परीक्षण एक दूसरे से स्वतंत्र होगा, तब बर्नूली विचर (परीक्षण) निम्न में से किस शर्त के अंतर्गत द्विपदीय प्रयोग कहलायेगा?

- (A) केवल (a) तथा (b) की संतुष्टि होती हो
- (B) केवल (b) तथा (c) की संतुष्टि होती हो
- (C) केवल (a) तथा (c) की संतुष्टि होती हो
- (D) (a), (b) तथा (c) सभी तीनों शर्तों की संतुष्टि होती हो

65. प्वासों बंटन, द्विपद बंटन का सीमांतकारी होगा यदि :

- (a) जब परीक्षणों की संख्या अनिश्चित रूप से बड़ा होगा अर्थात्  $n \rightarrow \infty$
- (b) सफलता की प्रायिकता स्थिर तथा अति लघु होगी अर्थात्  $p \rightarrow 0$

(c)  $np = 0$

- (A) कथन (a) सत्य है
- (B) यदि कथन (a) की संतुष्टि हो तो कथन (b) सत्य होगा
- (C) यदि कथन (a) तथा (b) सही हो, तो कथन (c) सही होगा
- (D) कथन (c) गलत है यद्यपि कथन (a) तथा (b) सत्य हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

66. Given a random sample of size  $n : X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  from uniform distribution  $U(0, \theta)$ . Which of the following is **not** true ?

- (A)  $X_{(n)}$  is an unbiased estimator for  $\theta$
- (B)  $X_{(n)}$  is M.L.E. of  $\theta$
- (C)  $2\bar{X}$  is an unbiased estimator for  $\theta$
- (D)  $X_{(n)}$  is minimal sufficient statistic for  $\theta$

67. Consider the following statement :

If  $T_1$  and  $T_2$  are unbiased estimators for  $\theta$  then  $f(T_1, T_2)$  is always unbiased for  $f(\theta)$ . Under which of the following case above statement is **correct** ?

- (A)  $f$  is linear function
- (B)  $f(T_1, T_2) = 2T_1^2 + T_2$
- (C)  $f(T_1, T_2) = \alpha T_1 + \beta T_2^4$   
( $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$  real numbers)
- (D)  $f(T_1, T_2) = 4T_1^4$

66. एक समान बंटन  $U(0, \theta)$  से  $n : X_1, X_2, \dots, X_n$  साइज के यादृच्छिक प्रतिदर्श दिया है। निम्न में क्या सही नहीं है?

- (A)  $X_{(n)}$ ,  $\theta$  के लिए एक निष्पक्ष आकलक है
- (B)  $X_{(n)}$ ,  $\theta$  का M.L.E. है।
- (C)  $2\bar{X}$ ,  $\theta$  का निष्पक्ष आकलक है।
- (D)  $X_{(n)}$ ,  $\theta$  का निम्निष्ठ पर्याप्त सांख्यिकी है

67. निम्न कथनों पर विचार कीजिए :

यदि  $T_1$  तथा  $T_2$ ,  $\theta$  का निष्पक्ष आकलक है  $f(T_1, T_2)$ ,  $f(\theta)$  के लिए सदैव निष्पक्ष हो उपरोक्त कथन निम्न में से किस प्रकरण के अंग सही है?

- (A)  $f$  रैखिक फलन है
- (B)  $f(T_1, T_2) = 2T_1^2 + T_2$
- (C)  $f(T_1, T_2) = \alpha T_1 + \beta T_2^4$   
( $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$  वास्तविक संख्या)
- (D)  $f(T_1, T_2) = 4T_1^4$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

68. The Spearman's Rank correlation coefficient for two series of Ranks in different cases are as calculated by the formula :

(a) When no two individuals are bracketed or equal

$$(i) \quad 1 - \frac{6 \left( \sum d_i^2 + T_x + T_y \right)}{n(n^2 - 1)}$$

(b) If some of the individuals gets same rank in a ranking of merit

$$(ii) \quad \sum_{i=1}^n d_i^2 \text{ is minimum}$$

(c) Rank correlation coefficient ( $\rho$ ) is maximum when

$$(iii) \quad 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)(n+1)}$$

68. भिन्न-भिन्न प्रकरणों, रैंकों की दो श्रेणीक्रमों के लिए स्पियरमैन का सहसम्बन्ध गुणांक परिकलन निम्न सूत्र द्वारा किया जाता है :

(a) जब दो व्यक्ति ब्रैकेटेड अथवा बराबर न हो

$$(i) \quad 1 - \frac{6 \left( \sum d_i^2 + T_x + T_y \right)}{n(n^2 - 1)}$$

(b) यदि कुछ व्यष्टिकों में से कुछ को योग्यता रैंकिंग में समान रैंक मिलता है

$$(ii) \quad \sum_{i=1}^n d_i^2 \text{ न्यूनतम है}$$

(c) रैंक सहसंबंध गुणांक ( $\rho$ ) अधिकतम होगा

$$(iii) \quad 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)(n+1)}$$

Code :

(a) (b) (c)

(A) (iii) (ii) (i)

(B) (ii) (iii) (i)

(C) (i) (iii) (ii)

(D) (iii) (i) (ii)

कूट :

(a) (b) (c)

(A) (iii) (ii) (i)

(B) (ii) (iii) (i)

(C) (i) (iii) (ii)

(D) (iii) (i) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

69. If  $X$  is a random variable, and  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , then  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  will follow Normal with mean "0" and variance = 1 and hence  $Z^2 = \left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^2$  will follow :

- (A) normal distribution with  $n$  d.f.
- (B) Beta - distribution with  $n$  d.f.
- (C) is a Chi-square variate with '1' d.f.
- (D) Poisson distribution

70. The basic purpose of the analysis of variance is :

- (A) To test the homogeneity of several means
- (B) To test the equality of several population variances
- (C) To test the significant difference between the population means
- (D) To estimate the variance of sample

69. यदि  $X$  एक यादृच्छिक चर त  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , तब  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ , माध्य "0" प्रसरण = 1 के साथ अभिलम्ब का अनुपालन क तथा  $Z^2 = \left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^2$  निम्न का अनुपालन करे

- (A)  $n$  d.f. के साथ प्रसामान्य बंटन
- (B)  $n$  d.f. के साथ बिटा-बंटन
- (C) '1' d.f. के साथ कार्ई-वर्ग विचर है
- (D) प्वासों बंटन

70. प्रसरण के विश्लेषण का मूलभूत उद्देश्य होता है

- (A) अनेक माध्यमों की समघात का परीक्षण
- (B) अनेक समष्टि प्रसरण की गुणवत्ता का पर
- (C) समष्टि माध्यमों के मध्य सार्थक अंतर परीक्षण
- (D) प्रतिदर्श के प्रसरणता परीक्षण

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

71. If  $A$  follows Wishart distribution,  $W_p(\Sigma, n)$  and  $n - p - 1 > 0$  then :

(A)  $E(A) = \Sigma$  and

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma^{-1}$$

(B)  $E(A) = n\Sigma$  and

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma^{-1}$$

(C)  $E(A) = n\Sigma$  and

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p} \Sigma^{-1}$$

(D)  $E(A) = n\Sigma^{-1}$  and

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma$$

71. यदि  $A$  विशार्ट बंटन,

$W_p(\Sigma, n)$  तथा  $n - p - 1 > 0$  का अनुसर तो :

(A)  $E(A) = \Sigma$  तथा

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma^{-1}$$

(B)  $E(A) = n\Sigma$  तथा

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma^{-1}$$

(C)  $E(A) = n\Sigma$  तथा

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p} \Sigma^{-1}$$

(D)  $E(A) = n\Sigma^{-1}$  तथा

$$E(A^{-1}) = \frac{1}{n - p - 1} \Sigma$$

72. In the probability proportional to size design without replacement (ppswor) with population size,  $N=5$  and size vector  $\underline{x} = (100, 200, 300, 400, 500)$ . Then find the probability that population unit number 2 will be selected at second draw given that unit number 5 is selected at first draw ?

(A)  $\frac{2}{15}$

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{1}{5}$

(D)  $\frac{4}{5}$

72. यदि बगैर प्रतिस्थापन, साइज डिजाइन करने के प्रायिकता समानुपात में, समष्टि साइज  $N=5$  साइज सदिश  $\underline{x} = (100, 200, 300, 400, 500)$  प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यूनिट संख्या 5 के ड्रा में चयनित होने के पश्चात् समष्टि यूनिट संख्या का चयन दूसरी ड्रा में होगा :

(A)  $\frac{2}{15}$

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{1}{5}$

(D)  $\frac{4}{5}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

73. In a  $2^2$  – Factorial Design, when we have 2 factors A, B each at two levels (0, 1), then there are  $2 \times 2 = 4$  treatment combinations. Then the four treatment combinations can be enumerated as follows in a sequence as :

- (a)  $a_0b_0$  : Factors A and B, both at first level
- (b)  $a_1b_1$  : Factors A and B, both at second level
- (c)  $a_1b_0$  : A at second level and B at first level
- (d)  $a_0b_1$  : A at first level and B at second level

Code :

- (A) (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)
- (C) (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (D) (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (d)

74. Efficiency of Latin Square Design (LSD) over Randomized Block Design (RBD), when columns of LSD is taken as Block is given by :

- (A)  $E = 1 + \frac{\sigma_c^2}{s_E^2}$
- (B)  $E = 1 + \frac{\sigma_r^2}{s_E^2}$
- (C)  $E = 1 - \frac{\sigma_c^2}{s_E^2}$
- (D) None of above

73.  $2^2$  – क्रमगुणक डिजाइन में प्रत्येक, दो स्तरों (0, 1) पर 2 गुणनखंड A, B हैं तथा  $2 \times 2 = 4$  ट्रिटमेंट संयोजन हैं। इन चारों ट्रिटमेंट संयोजनों का सही अनुक्रम है :

- (a)  $a_0b_0$  : गुणनखंड A तथा B, दोनों पहली स्तर पर
- (b)  $a_1b_1$  : गुणनखंड A तथा B दोनों दूसरी स्तर पर
- (c)  $a_1b_0$  : A, दूसरी स्तर पर तथा B, पहली स्तर पर
- (d)  $a_0b_1$  : A, पहली स्तर पर तथा B, दूसरी स्तर पर

कूट :

- (A) (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)
- (C) (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (D) (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (d)

74. LSD के कॉलम को ब्लॉक आकृति में लिए जाने पर, रैंडोमाइज्ड ब्लॉक डिजाइन (RBD) पर, लैटिन स्क्वेयर डिजाइन (LSD) की दक्षता किसके द्वारा दी गयी है?

- (A)  $E = 1 + \frac{\sigma_c^2}{s_E^2}$
- (B)  $E = 1 + \frac{\sigma_r^2}{s_E^2}$
- (C)  $E = 1 - \frac{\sigma_c^2}{s_E^2}$
- (D) उपरोक्त में कोई नहीं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

75. The precision of the experiment in a 'Design of experiments' is :

- (A) inversely proportional to the square root of the replications
- (B) directly proportional to the square root of the replications
- (C) inversely proportional to the square of the replications
- (D) directly proportional to the square of the replications

76. At every iteration of simplex method for minimization problem :

- (a) A variable in the current basis is replaced by most negative  $(Z_j - C_j)$
- (b) The variable which have  $\min \left\{ \frac{X_{Bi}}{Y_i} \right\}$  will be outgoing vector and obtain the pivotal element
- (c) The corresponding  $X_B$  will enters the basis, and
- (d) Corresponding cost will be included in the column  $C_B$

Code :

- (A) (b)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (a)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (C) (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (D) (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)

75. 'डिजाइन प्रयोग' में, प्रयोग की सटीकता होती है :

- (A) प्रतिकृति के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती
- (B) प्रतिकृति के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती
- (C) प्रतिकृति के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती
- (D) प्रतिकृति के वर्ग का अनुक्रमानुपाती

76. समस्या न्यूनीकरण के लिए, सिम्पलैक्स विधि प्रत्येक पुनरावृत्ति पर :

- (a) करेंट बेसीस में चर को सर्वाधिक  $(Z_j - C_j)$  से प्रतिस्थापित किया जायेगा
- (b) चर, जिसमें  $\min \left\{ \frac{X_{Bi}}{Y_i} \right\}$  है, आऊटगोइंग वेक्टर होगा तथा पिवटल अवयव प्राप्त करेगा
- (c) संगत  $X_B$  बेसीस में प्रवेश करेगा
- (d) संगत लागत कॉलम  $C_B$  में सम्मिलित किया जायेगा

कूट :

- (A) (b)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (a)
- (B) (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (C) (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (D) (b)  $\rightarrow$  (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

77. When we collect data from a field by filling the "questionnaire" related to objective of the project work by a researcher is called :

- (A) Secondary data
- (B) Qualitative and Secondary type of data
- (C) Primary and ungrouped data
- (D) Primary and grouped data

78. When we calculate the correlation-coefficient between two random variables X and Y and the obtaining Probable Error of correlation coefficient 'r', then we say that P.E.(r) is necessary because :

- (a) P.E.(r) is a measure of reliability of an observed correlation coefficient
- (b) P.E.(r) also enables us to find the limit within which the population correlation coefficient can be expected to vary i.e. we get the limits by using the formula  $r \pm P.E.(r)$
- (c) We conclude that, if  $r < P.E.(r)$ , correlation is significant.

Choose the correct answer :

- (A) only (a) and (b) are correct statements
- (B) only (a) and (c) are true
- (C) only (b) and (c) are true
- (D) all (a), (b) and (c) are correct

77. जब किसी अनुसंधानकर्ता द्वारा परियोजना कार्य के उद्देश्य से संबंधित, क्षेत्र से डाटा संग्रह को "प्रश्नावली" में दर्ज किया जाता है तो इसे कहते हैं :

- (A) द्वितीयक डाटा
- (B) गुणात्मक तथा द्वितीयक प्रकार का डाटा
- (C) प्राथमिक तथा असमूहित डाटा
- (D) प्राथमिक तथा समूहित डाटा

78. जब, दो यादृच्छिक चरों X तथा Y के मध्य सहसंबंध गुणांक परिकलित करके, सहसंबंध गुणांक के संभावित त्रुटि प्राप्त किया जाता है। तब P.E.(r) को आवश्यक बताया जाता है क्योंकि :

- (a) P.E.(r), प्रेक्षित सहसम्बन्ध गुणांक की विश्वसनीयता का माप होता है।
- (b) P.E.(r) से सीमा अर्थात  $r \pm P.E.(r)$  सूत्र के उपयोग से प्राप्त सीमा जिसके भीतर समष्टि सहसंबंध गुणांक में परिवर्तन की आशा की जाती को ज्ञात करने में सहायता मिलती है।
- (c) निष्कर्ष निकलता है कि यदि  $r < P.E.(r)$ , सहसंबंध सार्थक है।

सही उत्तर चुनिए :

- (A) केवल कथन (a) तथा (b) सही हैं
- (B) केवल कथन (a) तथा (c) सत्य हैं
- (C) केवल कथन (b) तथा (c) सत्य हैं
- (D) सभी (a), (b) तथा (c) सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

79. Suppose  $X$  and  $Y$  are two random variables such that  $E(X)$ ,  $E(Y)$  and  $E(X+Y)$  exists, then which of the following is **not** always true ?

- (A)  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
- (B)  $E(cX) = cE(X)$ ,  $c$  is real constant
- (C)  $E\left(\frac{X+Y}{X}\right) = \frac{E(X) + E(Y)}{E(X)}$
- (D) If  $X \geq 0$  a.s. then  $EX \geq 0$

80. Suppose  $\{X_n, n \geq 0\}$  is a sequence of random variables such that  $0 \leq X_n \uparrow X$  then  $E(X_n) \uparrow E(X)$  is a statement of :

- (A) Fatou's Lemma
- (B) Dominated convergence theorem
- (C) Bounded convergence theorem
- (D) Monotone convergence theorem

81. Which of the following is pure birth process ? Where  $\lambda_n$  and  $\mu_n$  denote the rates of arrival and departure respectively :

- (A)  $\lambda_n = \lambda$  and  $\mu_n = \mu, n > 0$
- (B)  $\lambda_n = \lambda$  and  $\mu_n = 0, n > 0$
- (C)  $\lambda_n = 0$  and  $\mu_n = \mu, n > 0$
- (D)  $\lambda_n = 0$  and  $\mu_n = 0, n > 0$

79. मान लीजिए कि  $X$  तथा  $Y$  दो यादृच्छिक चर इस प्रकार हैं कि  $E(X)$ ,  $E(Y)$  तथा  $E(X+Y)$  का अस्तित्व है तब निम्न में से कौन सा सदैव सत्य होगा ?

- (A)  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
- (B)  $E(cX) = cE(X)$ ,  $c$  वास्तविक अचर है
- (C)  $E\left(\frac{X+Y}{X}\right) = \frac{E(X) + E(Y)}{E(X)}$
- (D) यदि  $X \geq 0$  a.s. तब  $EX \geq 0$

80. मान लीजिए कि यादृच्छिक चरों का  $\{X_n, n \geq 0\}$  इस प्रकार का अनुक्रम है कि  $0 \leq X_n \uparrow X$  तब  $E(X_n) \uparrow E(X)$  किसका कथन है ?

- (A) फॉटस लेमा
- (B) डोमिनेटेड अभिसारी प्रमेय
- (C) परिबद्ध अभिसारी प्रमेय
- (D) एकल अभिसारी प्रमेय

81. निम्न में से कौन सा शुद्ध उत्पत्ति प्रक्रिया है ? जब  $\lambda$  तथा  $\mu_n$ , क्रमशः आगमन तथा प्रस्थान की दरें दर्शाता है :

- (A)  $\lambda_n = \lambda$  और  $\mu_n = \mu, n > 0$
- (B)  $\lambda_n = \lambda$  और  $\mu_n = 0, n > 0$
- (C)  $\lambda_n = 0$  और  $\mu_n = \mu, n > 0$
- (D)  $\lambda_n = 0$  और  $\mu_n = 0, n > 0$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

82. Suppose  $\{N(t), t \geq 0\}$  is a Poisson process and  $S_n$  denote the time epoch at which  $n^{\text{th}}$  Poisson event occur. Then which of the following statements are true ?

- (a)  $\{N(t), t \geq 0\}$  is a counting process
- (b)  $N(t) \geq n \Leftrightarrow S_n \leq t$
- (c)  $N(t) > n \Leftrightarrow S_n > t$

Code :

- (A) All (a), (b) and (c)
- (B) (b) and (c) only
- (C) (a) and (c) only
- (D) (a) and (b) only

83. The mean of a Binomial distribution is 3 and variance is 4, then the value of probability of failure ( $q$ ) while tossing a coin so obtained is any of the following choose the correct answer :

- (A)  $q = \frac{1}{3}$
- (B)  $q = \frac{4}{3}$
- (C)  $q = \frac{2}{3}$
- (D)  $q = \frac{5}{3}$

82. मान लीजिए कि,  $\{N(t), t \geq 0\}$  एक प्वासों प्रक्रिया है तथा  $S_n$ , समय इपोक जिस पर  $n$  वाँ प्वासों घटना घटती है, तब निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है?

- (a)  $\{N(t), t \geq 0\}$  काउंटिंग प्रोसेस
- (b)  $N(t) \geq n \Leftrightarrow S_n \leq t$
- (c)  $N(t) > n \Leftrightarrow S_n > t$

कूट :

- (A) सभी (a), (b) तथा (c)
- (B) केवल (b) तथा (c)
- (C) केवल (a) तथा (c)
- (D) केवल (a) तथा (b)

83. यदि किसी द्विपद बंटन का माध्य 3 तथा प्रसरण 4 है तब सिक्का उछालने के दौरान प्राप्त असफलता ( $q$ ) की प्रायिकता का मान निम्न में कौन-सा सही है?

- (A)  $q = \frac{1}{3}$
- (B)  $q = \frac{4}{3}$
- (C)  $q = \frac{2}{3}$
- (D)  $q = \frac{5}{3}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

84. In order to Fit Normal distribution to the given data, calculate :

- Mean ( $\mu$ ) and standard deviation ( $\sigma$ ) from the given data.
- Calculate expected normal frequencies.
- Compute  $z_i = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma}$ , where  $x_i$  is the lower limit of  $i^{\text{th}}$  class interval.
- Then compute areas under Normal curve to the left ordinate at  $z = z_i$  i.e.  $\phi(z_i) = P(z < z_i)$  from the table.

Choose the **correct** sequence of calculation for Fitting a Normal curve.

- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (b)
- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)

84. दी गयी डाटा का प्रसामान्य बंटन को फिट करने क्रम में, परिकलन कीजिए :

- दी गयी डाटा से माध्य ( $\mu$ ) तथा मानक विचलन ( $\sigma$ )।
- प्रत्याशित प्रसामान्य फ्रिक्वेंसी।
- $z_i = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma}$  का परिकलन जहाँ  $i$  वाँ वर्ग अंतराल का नीचली सीमा है।
- सारणी से  $z = z_i$  अर्थात्,  $\phi(z_i) = P(z < z_i)$  पर आर्डिनेट की बाईं ओर सामान्य वक्र अंतर्गत क्षेत्रफल का परिकलन।

सामान्य वक्र फिट करने के लिए परिकलनों का अनुक्रम ज्ञात कीजिए :

- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (b)
- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

85. Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a random sample from exponential distribution with mean  $\theta$  then the Fisher information in the random sample is :

- (A)  $n\theta^2$
- (B)  $n\theta$
- (C)  $\frac{n}{\theta}$
- (D)  $\frac{n}{\theta^2}$

86. Consider the following hypotheses :

- (a)  $H_0 : \mu = \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu < \mu_0$
- (b)  $H_0 : \mu < \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu > \mu_0$
- (c)  $H_0 : \mu = \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu = \mu_1$

In case of random sample from normal distribution and if  $\sigma^2$  is known then which of the following is correct statement ?

- (A) a MP test exists for (a) and (b) only
- (B) a MP test exists for (a) and (c) only
- (C) a MP test exists for (b) and (c) only
- (D) a MP test exists for (c) only

85. माना कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  माध्य  $\theta$  के साथ घातांकीय बंटन से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। यादृच्छिक प्रतिदर्श में फीशर सूचना है :

- (A)  $n\theta^2$
- (B)  $n\theta$
- (C)  $\frac{n}{\theta}$
- (D)  $\frac{n}{\theta^2}$

86. निम्न परिकल्पना पर विचार कीजिए :

- (a)  $H_0 : \mu = \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu < \mu_0$
- (b)  $H_0 : \mu < \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu > \mu_0$
- (c)  $H_0 : \mu = \mu_0$  Vs  $H_1 : \mu = \mu_1$

प्रसामान्य बंटन से यादृच्छिक प्रतिदर्श के प्रकरण में यदि  $\sigma^2$  ज्ञात हो तो, निम्न में कौन सा सही कथन है ?

- (A) केवल (a) तथा (b) के लिए MP परीक्षण का अस्तित्व है।
- (B) केवल (a) तथा (c) के लिए MP परीक्षण का अस्तित्व है।
- (C) केवल (b) तथा (c) के लिए MP परीक्षण का अस्तित्व है।
- (D) केवल (c) के लिए MP परीक्षण का अस्तित्व है।

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

87. Match the following statements :

- (a) In a sampling from (i) unbiased and  
a  $N(\mu, \sigma^2)$  consistent  
population, then estimator of  $\mu$   
sample mean is
- (b) For a distribution, (ii)  $V(T_1) < V(T_2)$ ,  
not sample mean for all  $n$   
but sample median  
is a consistent  
estimator
- (c) In a sampling from (iii) Consistent  
a Normal population estimator of  
the  $N(\mu, \sigma^2)$ , where  $\sigma^2$  the population  
is known,  $\bar{x}$  is a mean
- (d) For two consistent (iv) Cauchy  
estimators  $T_1$  and  $T_2$  Distribution  
of parameter  $\theta$ , we  
get a relationship,  
such as

Choose the correct option :

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (iii) (ii) (i)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (iii) (iv) (i) (ii)
- (D) (iii) (i) (iv) (ii)

87. निम्न को सुमेलित कीजिए :

- (a)  $N(\mu, \sigma^2)$  समष्टि से (i)  $\mu$  का निष्पक्ष तथा  
प्रतिदर्श में प्रतिदर्श संगत आकलक  
माध्य है
- (b) किसी बंटन के लिए (ii)  $V(T_1) < V(T_2)$ ,  
प्रतिदर्श माध्य नहीं सभी  $n$  के लिए  
बल्कि प्रतिदर्श माध्यका  
संगत आकलक है
- (c) सामान्य समष्टि (iii) समष्टि माध्य के  
 $N(\mu, \sigma^2)$  जहाँ  $\sigma^2$  लिए संगत  
 $\bar{x}$  है से ली गयी आकलक  
प्रतिदर्श में
- (d) प्राचल  $\theta$  का दो संगत (iv) कौसी बंटन  
आकलक  $T_1$  तथा  $T_2$   
के लिए इस प्रकार का  
संबंध मिलता है

सही उत्तर चुनिए :

- (a) (b) (c) (d)
- (A) (iv) (iii) (ii) (i)
- (B) (ii) (iii) (iv) (i)
- (C) (iii) (iv) (i) (ii)
- (D) (iii) (i) (iv) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

88. Obtain the correct matching :

- (a) If  $T_1$  is the most efficient estimator with variance  $V_1$  and  $T_2$  is any other estimator with variance  $V_2$ , the efficiency of  $T_2$  is (i)  $\sqrt{e}$
- (b) The correlation coefficient between a most efficient estimator and any other estimator with efficient  $e$  is equal to (ii)  $\rho \geq 2e - 1$  ( $e$  is the efficiency of estimator)
- (c) If  $T_1$  and  $T_2$  are two unbiased estimator of  $\gamma(\theta)$ , having the same variance and corr. coefficient is ' $\rho$ ', then we get the formula (iii) if that parameter contains all the information in the sample regarding the parameter
- (d) An estimator is said to be sufficient for a parameter  $\theta$ , if (iv)  $E = \frac{V_1}{V_2} \leq 1$

Code :

- |     | (a)   | (b)   | (c)  | (d)   |
|-----|-------|-------|------|-------|
| (A) | (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |
| (B) | (iii) | (iv)  | (ii) | (i)   |
| (C) | (iv)  | (iii) | (ii) | (i)   |
| (D) | (iv)  | (i)   | (ii) | (iii) |

88. निम्न को मिलाइए :

- (a) यदि  $T_1$  प्रसरण  $V_1$  के साथ अत्यधिक दक्ष आकलक है तथा  $T_2$  प्रसरण  $V_2$  के साथ कोई अन्य आकलक है तो  $T_2$  की दक्षता होगी (i)  $\sqrt{e}$
- (b) अत्यधिक दक्ष आकलक तथा  $e$  दक्षता का किसी अन्य आकलक के मध्य सहसंबंध गुणांक किसके बराबर होगा (ii)  $\rho \geq 2e - 1$  ( $e$  आकलक की दक्षता)
- (c) यदि  $T_1$  तथा  $T_2$   $\gamma(\theta)$  के दो निष्पक्ष आकलक हैं जिसके प्रसरण तथा सहसंबंध गुणांक ' $\rho$ ' है तब प्राप्त सूत्र होगा (iii) यदि वह प्राचल, प्राच से संबंधित प्रतिदर्श सभी सूचनाएँ निहित

- (d) प्राचल के लिए आकलक  $\theta$  को पूर्ण, माना जायेगा यदि (iv)  $E = \frac{V_1}{V_2} \leq 1$

कूट :

- |     | (a)   | (b)   | (c)  | (d)   |
|-----|-------|-------|------|-------|
| (A) | (ii)  | (iii) | (iv) | (i)   |
| (B) | (iii) | (iv)  | (ii) | (i)   |
| (C) | (iv)  | (iii) | (ii) | (i)   |
| (D) | (iv)  | (i)   | (ii) | (iii) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

89. Consider the linear regression of  $X_1$  on  $\underline{X}^{(2)} = (X_2, X_3, \dots, X_p)'$  where  $E(\underline{X}) = 0$

and dispersion matrix of  $\begin{pmatrix} X_1 \\ \underline{X}^{(2)} \end{pmatrix}$  is

$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \underline{\sigma} \\ \underline{\sigma}' & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$ . Then the best linear predictor of  $X_1$  on  $X_2, X_3, \dots, X_p$  is :

- (A)  $X_1 - \underline{\sigma}' \Sigma_{22}^{-1} \underline{X}^{(2)}$   
(B)  $\underline{\sigma}' \Sigma_{22}^{-1} \underline{X}^{(2)}$   
(C)  $\sigma' \Sigma_{22} \underline{X}^{(2)}$   
(D)  $\underline{\sigma} \Sigma_{22} \underline{X}^{(2)}$

90. Let  $\hat{R}$  be the sample multiple correlation coefficient based on a random sample  $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$  from  $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$ . Then the test statistic for testing  $H_0 : \rho_{1.23\dots p} = 0$  is :

- (A)  $\frac{(n-p)}{(p-1)} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(B)  $\frac{(n-p-1)}{(p-1)} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(C)  $\frac{(n-p+1)}{(n-1)p} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(D)  $\frac{(n-p)}{(p-1)} \frac{(1 - \hat{R}^2)}{(\hat{R}^2)}$

89.  $X_1$  पर  $\underline{X}^{(2)} = (X_2, X_3, \dots, X_p)'$  के रैखिक समाश्रयण पर विचार कीजिए जहाँ  $E(\underline{X}) = 0$  तथा

$\begin{pmatrix} X_1 \\ \underline{X}^{(2)} \end{pmatrix}$  का डिस्पर्सन आव्यूह  $\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \underline{\sigma} \\ \underline{\sigma}' & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$  है।

तब  $X_2, X_3, \dots, X_p$  पर  $X_1$  का सर्वाधिक रैखिक आकलक होगा :

- (A)  $X_1 - \underline{\sigma}' \Sigma_{22}^{-1} \underline{X}^{(2)}$   
(B)  $\underline{\sigma}' \Sigma_{22}^{-1} \underline{X}^{(2)}$   
(C)  $\sigma' \Sigma_{22} \underline{X}^{(2)}$   
(D)  $\underline{\sigma} \Sigma_{22} \underline{X}^{(2)}$

90.  $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$  से ली गयी यादृच्छिक प्रतिदर्श  $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$  पर आधारित  $\hat{R}$  प्रतिदर्श गुणक, सहसंबंध गुणांक है तब  $H_0 : \rho_{1.23\dots p} = 0$  परीक्षण के लिए, परीक्षण सांख्यिकी है :

- (A)  $\frac{(n-p)}{(p-1)} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(B)  $\frac{(n-p-1)}{(p-1)} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(C)  $\frac{(n-p+1)}{(n-1)p} \frac{\hat{R}^2}{(1 - \hat{R}^2)}$   
(D)  $\frac{(n-p)}{(p-1)} \frac{(1 - \hat{R}^2)}{(\hat{R}^2)}$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

91. A block design in which there are ' $v$ ' treatments and ' $b$ ' blocks each of size ' $k$ ' such that each of the treatment is replicated ' $r$ ' times and each pair of treatments occurs once and only once in the same block where  $v$ ,  $b$ ,  $r$  and  $k$  are known as parameters of this design. Which is the correct answer ?

- (A) Balanced Incomplete Block Design (BIBD)  
(B) Incomplete Block Design (IBD)  
(C) Latin Square Design (LSD)  
(D) Factorial Design

92. In a  $2^n$  - Factorial Experiment conducted in  $2^k$  - blocks ( $k=2, 3, \dots$ ) of equal sizes per replicate, we get - match the correct answers :

- (a) Total number of Experimental Units (i)  $2^k$   
(b) Total number of Blocks (ii)  $(2^k - 1)$   
(c) Number of Units (plots) in each block (iii)  $2^n$   
(d) Number of orthogonal block contrast  $(2^k - 1)$  (iv)  $2^{n-k}$

Which will be orthogonal to treatment contrast in the replicate ?

- |     | (a)   | (b)   | (c)  | (d)  |
|-----|-------|-------|------|------|
| (A) | (iii) | (iv)  | (ii) | (i)  |
| (B) | (iii) | (i)   | (iv) | (ii) |
| (C) | (ii)  | (iii) | (iv) | (i)  |
| (D) | (iv)  | (iii) | (ii) | (i)  |

91. एक ब्लॉक डिजाइन जिसमें, ' $v$ ' ट्रीटमेंट्स तथा ' $b$ ' ब्लॉक्स (प्रत्येक ' $k$ ' साइज का) इस प्रकार है कि प्रत्येक ट्रीटमेंट ' $r$ ' बार प्रतिकृत होता है तथा उस ब्लॉक में ट्रीटमेंट का प्रत्येक जोड़ी केवल और केवल एक बार प्रकट होता है जहाँ  $v$ ,  $b$ ,  $r$  तथा  $k$  इस डिजाइन के प्राचल हैं। सही उत्तर चुनिए।

- (A) बैलेंस्ड इनकंप्लिट ब्लॉक डिजाइन (BIBD)  
(B) इनकंप्लिट ब्लॉक डिजाइन (IBD)  
(C) लैटिन स्क्वायर डिजाइन (LSD)  
(D) फैक्टोरियल डिजाइन

92.  $2^n$  - फैक्टोरियल प्रयोग जिसे प्रत्येक प्रतिकृति एवं समान साइज के  $2^k$  - ब्लॉकों जहाँ ( $k=2, 3, \dots$ ) हैं में की गयी है। जहाँ हमें मिलता है सही उत्तर को सुमेलित कीजिए :

- (a) प्रायोगिक इकाइयों की कुल संख्या (i)  $2^k$   
(b) ब्लॉकों की कुल संख्या (ii)  $(2^k - 1)$   
(c) प्रत्येक ब्लॉक में इकाइयों की संख्या (iii)  $2^n$   
(d) लांबिक ब्लॉक स्थिरांक  $(2^k - 1)$  की संख्या जो प्रतिकृति में ट्रीटमेंट कांस्ट्रास्ट के लांबिक होगा (iv)  $2^{n-k}$

- |     | (a)   | (b)   | (c)  | (d)  |
|-----|-------|-------|------|------|
| (A) | (iii) | (iv)  | (ii) | (i)  |
| (B) | (iii) | (i)   | (iv) | (ii) |
| (C) | (ii)  | (iii) | (iv) | (i)  |
| (D) | (iv)  | (iii) | (ii) | (i)  |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

93. In linear programming problem, to obtain the feasible solution, the conditions to be satisfied are as given below :

- (a) The objective function must be of maximization type
- (b) All the decision variables must be non-negative
- (c) The feasible region must be bounded by the constraints given

Which of the above criteria are correct ?

- (A) (a) and (b) only
- (B) (b) and (c) only
- (C) (a) and (c) only
- (D) all (a), (b) and (c) are correct

93. रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या में, संभावित हल प्राप्त करने के लिए निम्न प्रकार से दी गयी शर्तों की संतुष्टि आवश्यक है :

- (a) उद्देश्य फलन उच्चिष्ठ प्रकार का होना चाहिए
- (b) सभी निर्णय चरों का ऋणेतर होना चाहिए
- (c) प्रत्येक संभावित क्षेत्र दी गयी प्रतिबंधों से परिबद्ध होना चाहिए

उपरोक्त में कौन सा मानदंड सही है ?

- (A) केवल (a) तथा (b)
- (B) केवल (b) तथा (c)
- (C) केवल (a) तथा (c)
- (D) (a), (b) तथा (c) सभी सही हैं

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

94. In a Markovian Queue, we have some special characteristics as given below. Obtain the correct matching :

(a) Expected length of non-empty Queue is (i)  $\frac{1}{S!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^S P_0$

(b) Cumulative Probability distribution of waiting time for a customer in M/M/I is (ii)  $\frac{\mu}{(\mu - \lambda)}$

(c) The Potential loss of customer, when customer leaves the queue before getting services (iii) Customer service level

(d) The Efficiency of queue is measured by (iv)  $(1 - \rho)e^{-\mu t(1 - \rho)}$

Choose the correct matching :

- |     |       |       |      |
|-----|-------|-------|------|
| (a) | (b)   | (c)   | (d)  |
| (A) | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (B) | (ii)  | (iv)  | (i)  |
| (C) | (iii) | (iv)  | (i)  |
| (D) | (iii) | (i)   | (iv) |

94. मार्कोवियन क्यू में निम्नानुसार कुछ विशेष अभिलक्षण मिलते हैं उनका सही मिलान कीजिए :

(a) अरिक्त क्यू का प्रत्याशी लम्बाई (i)  $\frac{1}{S!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^S P_0$

(b) M/M/I में किया ग्राहक का प्रतीक्षा समय की संचित प्रायिकता बंटन है (ii)  $\frac{\mu}{(\mu - \lambda)}$

(c) सर्विस प्राप्ति के पूर्व जब कोई ग्राहक क्यू से हट जाता है तब ग्राहक का संभावित हानि (iii) ग्राहक सर्विस स्तर

(d) क्यू की दक्षता मापी जाती है (iv)  $(1 - \rho)e^{-\mu t(1 - \rho)}$

सही उत्तर चुनिए :

- |     |       |       |      |
|-----|-------|-------|------|
| (a) | (b)   | (c)   | (d)  |
| (A) | (ii)  | (iii) | (iv) |
| (B) | (ii)  | (iv)  | (i)  |
| (C) | (iii) | (iv)  | (i)  |
| (D) | (iii) | (i)   | (iv) |

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

95. Match the following pairs of sampling design and expression for variance of unbiased estimator for population mean based on the sample drawn using corresponding sampling design :

(a) SRSWR (i)  $\sum_{i=1}^L \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{N_i} \right) w_i^2 S_i^2$

(b) SRSWOR (ii)  $\left( \frac{N-1}{nN} \right) S_y^2$

(c) Stratified Sampling (iii)  $\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$

(d) Systematic sampling (iv)  $\left( \frac{N-n}{nN} \right) S_y^2$

Code :

(a) (b) (c) (d)

(A) (iv) (ii) (i) (iii)

(B) (ii) (iv) (i) (iii)

(C) (iv) (i) (iii) (ii)

(D) (i) (iv) (iii) (ii)

95. संगत सैम्पलिंग डिजाइन के उपयोग से प्राप्त सैम्पल पर आधारित समष्टि माध्य के लिए निष्पक्ष आकलक के प्रसरण के लिए सैम्पलिंग डिजाइन तथा व्यंजक के जोड़ियों को सुमेलित कीजिए :

(a) SRSWR (i)  $\sum_{i=1}^L \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{N_i} \right) w_i^2 S_i^2$

(b) SRSWOR (ii)  $\left( \frac{N-1}{nN} \right) S_y^2$

(c) स्तरीकृत सैम्पलिंग (iii)  $\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$

(d) आयोजित सैम्पलिंग (iv)  $\left( \frac{N-n}{nN} \right) S_y^2$

कूट :

(a) (b) (c) (d)

(A) (iv) (ii) (i) (iii)

(B) (ii) (iv) (i) (iii)

(C) (iv) (i) (iii) (ii)

(D) (i) (iv) (iii) (ii)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

96. Form the proper sequence of following steps of sample surveys according to their time sequence of performing :

(a) Organisation of field work

(b) Analysis of data and report preparation

(c) Selection of sampling frame and sampling units

(d) Selection of proper sampling design

Code :

(A) (a) → (b) → (c) → (d)

(B) (b) → (c) → (d) → (a)

(C) (c) → (d) → (a) → (b)

(D) (c) → (d) → (b) → (a)

96. सैम्पल सर्वे के निम्न चरणों को उचित अनुक्रम व रचना, उनके प्रदर्शन के समयानुक्रम में कीजिए :

(a) क्षेत्र कार्य का संगठन

(b) डाटा विश्लेषण तथा रिपोर्ट बनाना

(c) सैम्पलिंग फ्रेम तथा सैम्पलिंग यूनिटों का चयन

(d) उचित सैम्पलिंग डिजाइन का चयन

कूट :

(A) (a) → (b) → (c) → (d)

(B) (b) → (c) → (d) → (a)

(C) (c) → (d) → (a) → (b)

(D) (c) → (d) → (b) → (a)

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

97. The major steps involved in the solution of a 'testing of hypothesis' may be :

- A researcher must have explicit knowledge of the nature of the population distribution and the parameters of interest i.e. parameters about which the hypothesis are setup.
- Write the (prepare) the null hypothesis ( $H_0$ ) and the alternative hypothesis  $H_1$  related to problem.
- Choose the suitable test-statistics, according to nature of data.
- Compare the calculated result with Tabulated value and according accept or reject  $H_0$  according to critical Region  $W$  or  $\bar{W}$ .

Choose the **correct** sequence :

- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (b)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)

98. In a University examination 65% of the candidates passed in English, 90% passed in the language and 60% passed in the main subjects. Then the percentage of students who have passed the whole examination is calculated as given below.

Choose the **correct** answer :

- 15%
- 25%
- 20%
- 38%

97. 'परिकल्पना परीक्षण' के हल में सम्मिलित मु चरण हो सकते हैं :

- एक अनुसंधानकर्ता को, समष्टि बंटन व अभिरुचि (अर्थात व प्राचलों का ज्ञान व पर परिकल्पना आधारित है) का सुस्पष्ट होना आवश्यक है।
- समस्या से संबंधित रिक्त परिकल्पना ( $H_0$ ) तथा वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1$  की तैय करना।
- डाटा की प्रकृति के अनुसार, उपयुक्त टेस्ट स्टैटिस्टिक्स का चयन करना
- परिकल्पित परिणाम को सारणीकृत मानों तुलना करना तथा निर्णायक क्षेत्र  $W$  अथवा  $\bar{W}$  के अनुसार  $H_0$  को स्वीकार अथवा नि करना

सही उत्तर का चयन कीजिए :

- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)
- (a)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (c)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (d)  $\rightarrow$  (b)
- (a)  $\rightarrow$  (c)  $\rightarrow$  (b)  $\rightarrow$  (d)

98. विश्वविद्यालय परीक्षा में 65% छात्र अंग्रेजी में, 90% भाषा पेपर में तथा 60% मुख्य विषयों में उत्तीर्ण हैं। सम्पूर्ण परीक्षा में पास होने वाले सभी छात्रों प्रतिशत का कलन निम्न जैसा है। सही उत्तर चयन कीजिए :

- 15%
- 25%
- 20%
- 38%

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

99. For a block design with incidence matrix

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ which of the following}$$

statements is true ?

- (A) Each treatment is replicated equal number of times
- (B) Each block is of same size
- (C) There are 16 responses observed for this design
- (D) The design is disconnected

100. Consider the following two statements.

- (a) A block design is balanced
- (b) A block design is connected

Then :

- (A)  $(b) \Rightarrow (a)$  but  $(a) \not\Rightarrow (b)$
- (B)  $(a) \Leftrightarrow (b)$
- (C)  $(a) \Rightarrow (b)$  but  $(b) \not\Rightarrow (a)$
- (D) neither  $(a) \Rightarrow (b)$  nor  $(b) \Rightarrow (a)$

- o o o -

99. इन्सीडेन्स आव्यूह

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ के साथ ब्लॉक डिजाइन के लिए}$$

कौन सा कथन सत्य है ?

- (A) प्रत्येक ट्रीटमेंट को एक समान बार प्रतिकृत किया गया है
- (B) प्रत्येक ब्लॉक समान साइज का है
- (C) इस डिजाइन के लिए 16 प्रतिक्रियाएँ प्रेक्षित की गयी हैं
- (D) डिजाइन वियोजित है

100. निम्न दोनों कथनों पर विचार कीजिए।

- (a) ब्लॉक डिजाइन संतुलित होता है
- (b) ब्लॉक डिजाइन योजित होता है

तब :

- (A)  $(b) \Rightarrow (a)$  परन्तु  $(a) \not\Rightarrow (b)$
- (B)  $(a) \Leftrightarrow (b)$
- (C)  $(a) \Rightarrow (b)$  परन्तु  $(b) \not\Rightarrow (a)$
- (D) न तो  $(a) \Rightarrow (b)$  न ही  $(b) \Rightarrow (a)$

- o o o -

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह

**SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिये जगह**

Prepp  
Your Personal Exam Guide

उत्तर अंकित करने का समय : 2 घंटे

Time for marking answers : 2 Hours

अधिकतम अंक : 200

Maximum Marks : 200

नोट :

1. निम्न विवरणों के साथ इस प्रश्न-पुस्तिका में 100 प्रश्न हैं - प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

भाग-I - 60 प्रश्न 1 - 60

भाग-II (A) गणित समूह - 40 प्रश्न 61 - 100

अथवा

भाग-II (B) सांख्यिकी समूह - 40 प्रश्न 61 - 100

2. भाग-I अनिवार्य है। अभ्यर्थी को भाग-II (A) अथवा भाग-II (B) का उत्तर देना आवश्यक है।

3. प्रश्नों के उत्तर, दी गई OMR उत्तर-शीट (आंसर-शीट) पर अंकित कीजिए।

4. ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं किया जावेगा।

5. किसी भी तरह के कैलकुलेटर या लॉग टेबल एवं मोबाइल फोन का प्रयोग वर्जित है।

6. OMR उत्तर-शीट (आंसर-शीट) का प्रयोग करते समय ऐसी कोई असावधानी न करें/बरतें जिससे यह फट जाये या उसमें मोड़ या सिलवट आदि पड़ जाये जिसके फलस्वरूप वह खराब हो जाये।

Note :

1. This Question Booklet contains 100 questions with details as follows-Each question carries 2 marks.

PART - I - 60 Questions 1 - 60

PART - II (A) Mathematics Group - 40 Questions 61 - 100

OR

PART - II (B) Statistics Group - 40 Questions 61 - 100

2. Part-I is compulsory. Candidate has to attempt Part-II (A) or Part-II (B).

3. Indicate your answers on the OMR Answer-Sheet provided.

4. No negative marking will be done.

5. Use of any type of calculator or log table and mobile phone is prohibited.

6. While using OMR Answer-Sheet care should be taken so that the Answer-Sheet does not get torn or spoiled due to folds and wrinkles.