

UPSC CSE 2022 MAINS PAPER 7 SEPTEMBER 25, 2022 STATISTICS OPTIONAL PAPER-II QUESTION PAPER
सांख्यिकी (प्रश्न-पत्र-II)

निर्धारित समय : तीन घण्टे

अधिकतम अंक : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(उत्तर देने के पूर्व निम्नलिखित निर्देशों को कृपया सावधानीपूर्वक पढ़िए)

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपे हुए हैं।

उम्मीदवार को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू० सी० ए०) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

किसी प्रश्न का उत्तर देने के लिए जहाँ जरूरत हो, आँकड़े मान लीजिए तथा उसको स्पष्ट रूप से सूचित कीजिए।

चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, प्रश्न के उत्तर देने की जगह पर ही अंकित किए जाएँ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

STATISTICS (PAPER-II)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

There are EIGHT questions divided in two Sections and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Wherever any assumptions are made for answering a question, they must be clearly indicated. Charts/Figures, wherever required, shall be drawn in the space provided for answering the question itself.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड—A / SECTION—A

1. (a) प्रक्रम नियंत्रण और उत्पाद नियंत्रण में विभेदन कीजिए। एक प्रक्रम नियंत्रण अध्ययन में आने वाले परिवर्तन के विभिन्न स्रोतों की व्याख्या कीजिए। सुझाए कि इनको प्रक्रम से कैसे विलुप्त किया जा सकता है।

Distinguish between process control and product control. Explain the various sources of variation encountered in a process control study. Suggest how they can be eliminated from the process.

10

- (b) ABC कंपनी का प्रबंधन एक नये उत्पाद के विपणन के प्रश्न पर विचार कर रहा है। इस परियोजना में निर्धारित लागत ₹ 4,000 की आवश्यकता है। तीन कारक अनिश्चित हैं, जैसे बिक्री मूल्य, परिवर्तनीय लागत और वार्षिक बिक्री मात्रा। इस उत्पाद का जीवन केवल एक वर्ष का है। प्रबंधन के पास तीन कारकों का डेटा निम्नलिखित है :

बिक्री मूल्य (₹)	प्रायिकता	परिवर्तनीय लागत (₹)	प्रायिकता	बिक्री मात्रा (इकाइयाँ)	प्रायिकता
3	0.2	1	0.3	2000	0.3
4	0.5	2	0.6	3000	0.3
5	0.3	3	0.1	5000	0.4

तीस यादृच्छिक संख्याओं के अनुक्रम 81, 32, 60, 04, 46, 31, 67, 25, 24, 10, 40, 02, 39, 68, 08, 59, 66, 90, 12, 64, 79, 31, 86, 68, 82, 89, 25, 11, 98, 16 पर विचार कीजिए और इस अनुक्रम का प्रयोग करते हुए (पहले अभिप्रयोग के लिए पहली 3 यादृच्छिक संख्याएँ आदि) 10 अभिप्रयोगों के आधार पर उपरोक्त परियोजना के लिए औसत लाभ का अनुकार (सिमुलेट) कीजिए।

The management of ABC company is considering the question of marketing a new product. The fixed cost required in the project is ₹ 4,000. Three factors are uncertain, viz., selling price, variable cost and annual sales volume. The product has life of only one year. The management has the data on three factors as under :

Selling Price (₹)	Probability	Variable Cost (₹)	Probability	Sales Volume (units)	Probability
3	0.2	1	0.3	2000	0.3
4	0.5	2	0.6	3000	0.3
5	0.3	3	0.1	5000	0.4

Consider the sequence of thirty random numbers 81, 32, 60, 04, 46, 31, 67, 25, 24, 10, 40, 02, 39, 68, 08, 59, 66, 90, 12, 64, 79, 31, 86, 68, 82, 89, 25, 11, 98, 16 and using the sequence (first 3 random numbers for the first trial, etc.), simulate the average profit for the above project on the basis of 10 trials.

10

- (c) यदि $N(t)$ एक प्वासों प्रक्रम है और $s < t$ है, तो $P(N(s) = k | N(t) = n)$ प्राप्त कीजिए और टिप्पणी दीजिए।

If $N(t)$ is a Poisson process and $s < t$, find $P(N(s) = k | N(t) = n)$ and comment.

10

- (d) खेलों के सिद्धांत में कौन-सी कल्पनाएँ की जाती हैं? मैक्सिमिन नियम और मिनिमैक्स नियम का वर्णन कीजिए।
पल्याण बिन्दु रहित खेलों के लिए बीजीय विधि को समझाइए।

What are the assumptions made in the theory of games? Describe the maximin principle and minimax principle. Explain the algebraic method for games without saddle point.

10

- (e) जीवन-परीक्षण प्रयोगों में खंड-वर्जन के क्या महत्त्व हैं? प्रकार-2 के खंड-वर्जित प्रतिदर्श का प्रयोग करके, चरघातांकी बंटन, जिसका माध्य θ है, के प्राचलों के आकलन का वर्णन कीजिए।

What are the importances of censoring in life-testing experiments? Discuss the estimation of parameters involved in exponential distribution with mean θ , using type-2 censored sample.

10

2. (a) एक प्रक्रम से प्रत्येक घंटे आमाप $n = 5$ यूनियों के प्रतिदर्श लिये जाते हैं। किसी विशेष गुणता-अभिलक्षण के लिए \bar{x} और \bar{R} के मानों को निकाला जाता है। 25 प्रतिदर्शों को एकत्रित करने के बाद, हम प्राप्त करते हैं $\bar{x} = 20$ और $\bar{R} = 4.56$.

- (i) \bar{x} और R के लिए तीन-सिग्मा नियंत्रण सीमाएँ क्या हैं?
(ii) यदि दोनों संचित्र (चार्ट) नियंत्रण प्रदर्शित करते हैं, तो प्रक्रम मानक विचलन का आकलन कीजिए।
(iii) मान लीजिए कि प्रक्रम उत्पादन प्रसामान्यतः बंटित है। यदि विनिर्देश 19 ± 5 हैं, तो प्रक्रम सामर्थ्य के बारे में आपके निष्कर्ष क्या हैं?
(iv) यदि प्रक्रम माध्य 24 पर स्थानांतरित हो जाता है, तो प्रथम परवर्ती प्रतिदर्श पर इस स्थानांतरण को न पहचान पाने की प्रायिकता क्या है?

$$(d_2 = 2.326, D_1 = 0, D_2 = 4.918, D_3 = 0, \\ D_4 = 2.114, A = 1.342, A_2 = 0.577, \\ A_3 = 1.427, C_4 = 0.940, B_3 = 0, B_4 = 2.089)$$

Samples of size $n = 5$ units are taken from a process every hour. The \bar{x} and \bar{R} values for a particular quality characteristic are determined. After 25 samples have been collected, we obtain $\bar{x} = 20$ and $\bar{R} = 4.56$.

- (i) What are the three-sigma control limits for \bar{x} and R ?
(ii) Estimate the process standard deviation if both the charts exhibit control.
(iii) Assume that the process output is normally distributed. If the specifications are 19 ± 5 , what are your conclusions regarding the process capability?
(iv) If the process mean shifts to 24, what is the probability of not detecting this shift on the first subsequent sample?

$$(d_2 = 2.326, D_1 = 0, D_2 = 4.918, D_3 = 0, \\ D_4 = 2.114, A = 1.342, A_2 = 0.577, \\ A_3 = 1.427, C_4 = 0.940, B_3 = 0, B_4 = 2.089)$$

15

- (b) एक वेबुल बंटन को परिभाषित कीजिए जिसका मापक्रम प्राचल α और आकृति प्राचल β है। मॉडल का संकटग्रस्तता फलन और विश्वसनीयता फलन प्राप्त कीजिए। यह भी दर्शाइए कि आकृति प्राचल के उपयुक्त विकल्प के आधार पर, बंटन वर्धमान, स्थिर और हासमान विफलता दर को संतुष्ट करता है।

Define a Weibull distribution with scale parameter α and shape parameter β . Obtain the hazard function and reliability function of the model. Show also that the distribution satisfies increasing, constant and decreasing failure rate based on suitable choice of the shape parameter.

15

- (c) एक कंपनी निम्नलिखित स्वीकरण-प्रतिचयन कार्यविधि का प्रयोग करती है—एक प्रतिदर्श लिया गया है प्रचय के 10% के बराबर। यदि प्रतिदर्श में 2% या उससे कम मद दोषपूर्ण हैं, तो प्रचय स्वीकार किया जाता है, अन्यथा यह अस्वीकार कर दिया जाता है। यदि जमा किया गया प्रचय 5000 इकाइयों से 10000 इकाइयों के आमाप में बदलता है, तो आप इस आयोजना द्वारा सुरक्षा के बारे में क्या कह सकते हैं? यदि एल० टी० पी० डी० 0.05 है, तो क्या यह योजना उपभोक्ता को उचित सुरक्षा प्रदान करती है?

A company uses the following acceptance-sampling procedure—A sample equal to 10% of the lot is taken. If 2% or less of the items in the sample are defective, the lot is accepted, otherwise it is rejected. If the submitted lot varies in size from 5000 units to 10000 units, what can you say about the protection by this plan? If 0.05 is the LTPD, does this scheme offer reasonable protection to the consumer?

20

3. (a) एक अनुसंधान दल को 50 केमिस्टों की तादाद तक बढ़ाने की योजना है, जिसे बनाये रखना है। रंगरूटों की बर्बादी उनकी सेवा की लंबाई पर निर्भर करती है जो इस प्रकार है :

वर्ष	:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
कुल प्रतिशत जो वर्ष के अंत तक छोड़ गये	:	5	36	55	63	68	73	79	87	97	100

भर्ती की आवश्यक संख्या क्या है, जबकि आवश्यक तादाद बनाये रखने के लिए प्रतिवर्ष भर्ती जरूरी है? 8 वरिष्ठ पद हैं जिनके लिए सेवा की लंबाई मुख्य मानदंड है। सेवा की औसत लंबाई क्या है जिसके बाद अगला प्रवेशकर्ता इन पदों में से एक पर पदोन्नति की उम्मीद करता है?

It is planned to raise a research team to a strength of 50 chemists, which is to be maintained. The wastage of recruits depends on their length of service which is as follows :

Year	:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Total percentage who have left by the end of year	:	5	36	55	63	68	73	79	87	97	100

What is the required number of recruitments per year necessary to maintain the required strength? There are 8 senior posts for which the length of service is the main criterion. What is the average length of service after which the next entrant expects promotion to one of these posts?

20

- (b) एक पंक्ति प्रणाली की संरचना को समझाइए। M/M/1 पंक्ति प्रणाली की व्याख्या कीजिए और इसके स्थायी-अवस्था हल को निकालिए। व्यस्त अवधि बंटन की गणना भी कीजिए।

Explain the structure of a queuing system. Explain M/M/1 queuing system and obtain steady-state solution. Also calculate busy period distribution.

15

- (c) एक कंपनी जो एक वर्ष में 50 सप्ताह तक काम करती है, वह अपने कॉपर केबिल के स्टॉक के बारे में चिंतित है। इसकी लागत ₹ 240 प्रति मीटर है और सप्ताह में 8000 मीटर की मांग है। प्रत्येक पुनःपूर्ति की लागत प्रशासन के लिए ₹ 1,050 और डिलीवरी के लिए ₹ 1,650 है, जबकि होल्डिंग लागत एक वर्ष में धारित मूल्य का 25 प्रतिशत अनुमानित है। यह मानते हुए कि कोई कमी की अनुमति नहीं है, कंपनी के लिए इष्टतम सूची नीति क्या है? यह विश्लेषण कैसे भिन्न होगा यदि कंपनी लागत को कम करने के बजाय अपने लाभ को अधिकतम करना चाहती है? यदि कंपनी ₹ 360 प्रति मीटर के लिए केबिल बेचती है, तो सकल लाभ क्या है?

A company that operates for 50 weeks in a year is concerned about its stocks of copper cable. This costs ₹ 240 a metre and there is a demand for 8000 metres a week. Each replenishment costs ₹ 1,050 for administration and ₹ 1,650 for delivery, while holding costs are estimated at 25 percent of value held a year. Assuming that no shortages are allowed, what is the optimal inventory policy for the company? How would this analysis differ if the company wants to maximize its profits rather than minimize cost? What is the gross profit if the company sells the cable for ₹ 360 a metre?

15

4. (a) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल दण्ड विधि का प्रयोग करके निकालिए :

$$\text{अधिकतमीकरण } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$$

निम्न प्रतिबन्धों के अंतर्गत

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Use penalty method to solve the following linear programming problem :

$$\text{Maximize } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$$

subject to the constraints

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

20

- (b) एक एयरलाइन जो सप्ताह में सातों दिन परिचालन करती है, उसकी समय-सारणी नीचे दर्शाई गई है। चालक-दल को उड़ानों के बीच कम-से-कम 5 घंटे का विश्रामकाल लेना चाहिए। उन उड़ानों की जोड़ी प्राप्त कीजिए जिनमें घर से दूर विश्रामकाल का समय न्यूनतम हो। किसी भी दी गई जोड़ी के लिए चालक-दल उस शहर पर आधारित होगा जहाँ विश्रामकाल कम होगा :

दिल्ली-जयपुर			जयपुर-दिल्ली		
उड़ान सं०	प्रस्थान	आगमन	उड़ान सं०	प्रस्थान	आगमन
1	7:00 AM	8:00 AM	101	8:00 AM	9:15 AM
2	8:00 AM	9:00 AM	102	8:30 AM	9:45 AM
3	1:30 PM	2:30 PM	103	12 मध्याह्न	1:15 PM
4	6:30 PM	7:30 PM	104	5:30 PM	6:45 PM

प्रत्येक जोड़ी के लिए उस शहर का भी उल्लेख कीजिए जहाँ चालक-दल को आधारित होना चाहिए।

An airline that operates seven days a week has the time-table shown below. Crew must have a minimum layover of 5 hours between flights. Obtain the pairing of flights that minimizes layover time away from home. For any given pairing, crew will be based at the city that results in the smaller layover :

Delhi-Jaipur			Jaipur-Delhi		
Flight No.	Departure	Arrival	Flight No.	Departure	Arrival
1	7:00 AM	8:00 AM	101	8:00 AM	9:15 AM
2	8:00 AM	9:00 AM	102	8:30 AM	9:45 AM
3	1:30 PM	2:30 PM	103	12 Noon	1:15 PM
4	6:30 PM	7:30 PM	104	5:30 PM	6:45 PM

For each pair, also mention the city where the crew should be based. 15

- (c) अनुक्रमिक प्रतिचयन आयोजनाएँ क्या हैं? एक अनुक्रमिक प्रतिचयन आयोजना सुझाइए जिसके लिए $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$ और $\beta = 0.10$ हो।

What are sequential sampling plans? Suggest a sequential sampling plan for which $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$ and $\beta = 0.10$. 15

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) निम्नलिखित आँकड़ों पर शृंखलित आपेक्षिक विधि का प्रयोग कीजिए और ऋतुनिष्ठ सूचकांकों की गणना कीजिए :

चावल का मूल्य (₹ में प्रति 10 किलोग्राम)

	वर्ष			
कार्टर	2001	2002	2003	2004
1	75	86	90	100
2	60	65	72	78
3	54	63	66	72
4	59	80	82	93

Apply the method of link relatives to the following data and calculate the seasonal indices :

Price of Rice (in ₹ per 10 kg)

	Year			
Quarter	2001	2002	2003	2004
1	75	86	90	100
2	60	65	72	78
3	54	63	66	72
4	59	80	82	93

- (b) द्विचर रैखिक निदर्श $Y = \alpha + \beta X + u$ में α और β के ओ० एल० एस० आकलनों के प्रतिचयन बंटनों के माध्यों और प्रसरणों को व्युत्पन्न कीजिए।

Derive the means and variances of the sampling distributions of the OLS estimates of α and β in the two-variable linear model $Y = \alpha + \beta X + u$. 10

- (c) प्रचलित संकेतनों में, समीकरण $y = Y_1\beta + X_1\gamma + u$ पर विचार कीजिए, जहाँ y एक $(n \times 1)$ सदिश है, Y_1 एक $(n \times (g-1))$ आव्यूह है, X_1 एक $(n \times k)$ आव्यूह है। आकलन की द्विचरण न्यूनतम वर्ग विधि के लिए समीकरणों को व्युत्पन्न कीजिए।

Consider, in the usual notations, the equation $y = Y_1\beta + X_1\gamma + u$, where y is an $(n \times 1)$ vector, Y_1 is an $(n \times (g-1))$ matrix, X_1 is an $(n \times k)$ matrix. Derive the equations for the two-stage least square method of estimation.

10

- (d) यदि वय सारणी में उत्तरजीविता फलन $l(x)$, x और $x+1$ के बीच रैखिक है तथा किसी विशेष व्यक्तियों के समूह के लिए आयु 40 और 41 पर जीवन की पूर्ण प्रत्याशा क्रमशः 21.39 वर्ष और 20.91 वर्ष हैं, और $l(40) = 41176$, तब आयु 41 तक पहुँचने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

If the survivorship function $l(x)$ in life table is linear between x and $x+1$, and complete expectations of life at ages 40 and 41 for a particular group of persons are 21.39 years and 20.91 years respectively and $l(40) = 41176$, find the number of persons that attain the age 41.

10

- (e) निम्नलिखित बारम्बारता बंटन के लिए परीक्षण समंक x के संगत (T -समंकों) का परिकलन कीजिए :

x	1	2	3	4	5
f	2	3	8	6	1

(संचयी प्रसामान्य बंटन सारणी पृष्ठ सं० 9 में दी गई है)

Compute the T -scores corresponding to test score x for the following frequency distribution :

x	1	2	3	4	5
f	2	3	8	6	1

(Cumulative Normal Distribution Table is given in Page No. 9)

10

6. (a) एक ए० आर० एम० ए० (p, q) प्रक्रम में क्रम वर्ण के लिए अकैके सूचना मानदंड की व्याख्या कीजिए।

Explain Akaike information criterion for order selection in an ARMA (p, q) process.

15

- (b) स्वसहसंबंध गुणांक को परिभाषित कीजिए। साधारण न्यूनतम वर्गों के लिए इसके परिणाम क्या हैं? प्रचलित संकेतनों में, ए० आर० (स्वसमाश्रयी)(1) विक्षोभ के साथ, निदर्श $Y = X\beta + u$ के अधिकतम संभावित आकलन का वर्णन कीजिए।

Define autocorrelation coefficient. What are its consequences for ordinary least squares? Discuss the maximum likelihood estimation of the model, in the usual notations, $Y = X\beta + u$ with AR (autoregressive)(1) disturbance.

20

- (c) औद्योगिक आँकड़ों के संग्रह की विधि की व्याख्या कीजिए। (i) आँकड़ों के संग्रह के लिए राजकीय प्रकाशनों का और (ii) औद्योगिक उत्पादन से संबंधित विभिन्न राजकीय एजेंसियों द्वारा एकत्र किये गये आँकड़ों का वर्णन कीजिए।

Explain the method of collection of industrial data. Describe the (i) official publications for data collection and (ii) statistics collected by the various official agencies pertaining to industrial production.

15

7. (a) मर्त्यता माप के विभिन्न सूचकांक क्या हैं? उनके मानकीकरण के लिए उद्देश्य एवं कार्यविधि की व्याख्या कीजिए।
What are the various indices of mortality measure? Explain the purpose and procedure for standardizing them. 20
- (b) साधारण संकेतनों के साथ, जनसंख्या वृद्धि निदर्श के लिए वृद्धिघात वक्र प्राप्त कीजिए, जो कि दिया जाता है
 $P(t) = \frac{L}{1 + e^{r(\beta - t)}}$; $t > 0$, $\beta > 0$, $r > 0$ के द्वारा। इसके किन्हीं तीन गुणों का भी वर्णन कीजिए।
With usual notations, obtain logistic curve as given by
 $P(t) = \frac{L}{1 + e^{r(\beta - t)}}$; $t > 0$, $\beta > 0$, $r > 0$ for population growth model. Also discuss its any three properties. 15
- (c) किस तरह से संपूर्ण जननक्षमता दर (टी० एफ० आर०), सकल जनन दर (जी० आर० आर०) और नेट जनन दर (एन० आर० आर०), प्रजनन के एक माप के रूप में, एक-दूसरे से भिन्न होते हैं?
In what way do total fertility rate (TFR), gross reproduction rate (GRR) and net reproduction rate (NRR) differ from one another as a measure of reproduction? 15
8. (a) थोक मूल्य सूचकांक की संकल्पना कैसे काम करती है? थोक मूल्य सूचकांक के प्रमुख घटकों का वर्णन कीजिए।
कृषि में क्षेत्र, उत्पादन और उपज के सूचकांकों की कार्य-प्रणाली की व्याख्या कीजिए।
How does the concept of wholesale price index work? Describe the major components of wholesale price index. Explain the methodology of index numbers of area, production and yield in agriculture. 15
- (b) G/M/1 निदर्श की व्याख्या कीजिए और दर्शाइए कि स्थायी-अवस्था आगमन बिन्दु प्रणाली में गुणोत्तर बंटन होता है।
Explain G/M/1 model and show that the steady-state arrival point system has a geometric distribution. 20
- (c) यदि $e(x)$, वय सारणी समष्टि में, आयु x तक पहुँचने के बाद, $l(x)$ व्यक्तियों में से प्रत्येक व्यक्ति द्वारा जिये गये जीवन के पूर्ण वर्षों की संख्याओं का औसत है, और $q(x)$, आयु x तक पहुँचने के बाद, एक वर्ष में मरने की प्रायिकता है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$q(x) = \frac{1 - (e(x) - e(x+1))}{1 + e(x+1)}$$

If $e(x)$ is the average number of complete years of life lived by each of $l(x)$ persons in life table population after attaining age x , and $q(x)$ is the probability of dying within one year following the attainment of age x , prove that

$$q(x) = \frac{1 - (e(x) - e(x+1))}{1 + e(x+1)}$$

★ ★ ★

सारणी : संचयी प्रसामान्य बंटन

Table : Cumulative Normal Distribution

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$$

X	·00	·01	·02	·03	·04	·05	·06	·07	·08	·09
·0	·5000	·5040	·5080	·5120	·5160	·5199	·5239	·5279	·5319	·5359
·1	·5398	·5438	·5478	·5517	·5557	·5596	·5636	·5675	·5714	·5753
·2	·5793	·5832	·5871	·5910	·5948	·5987	·6026	·6064	·6103	·6141
·3	·6179	·6217	·6255	·6293	·6331	·6368	·6406	·6443	·6480	·6517
·4	·6554	·6591	·6628	·6664	·6700	·6736	·6772	·6808	·6844	·6879
·5	·6915	·6950	·6985	·7019	·7054	·7088	·7123	·7157	·7190	·7224
·6	·7257	·7291	·7324	·7357	·7389	·7422	·7454	·7486	·7517	·7549
·7	·7580	·7611	·7642	·7673	·7704	·7734	·7764	·7794	·7823	·7852
·8	·7881	·7910	·7939	·7967	·7995	·8023	·8051	·8078	·8106	·8133
·9	·8159	·8186	·8212	·8238	·8264	·8289	·8315	·8340	·8365	·8389
1·0	·8413	·8438	·8461	·8485	·8508	·8531	·8554	·8577	·8599	·8621
1·1	·8643	·8665	·8686	·8708	·8729	·8749	·8770	·8790	·8810	·8830
1·2	·8849	·8869	·8888	·8907	·8925	·8944	·8962	·8980	·8997	·9015
1·3	·9032	·9049	·9066	·9082	·9099	·9115	·9131	·9147	·9162	·9177
1·4	·9192	·9207	·9222	·9236	·9251	·9265	·9279	·9292	·9306	·9319
1·5	·9332	·9345	·9357	·9370	·9382	·9394	·9406	·9418	·9429	·9441
1·6	·9452	·9463	·9474	·9484	·9495	·9505	·9515	·9525	·9535	·9545
1·7	·9554	·9564	·9573	·9582	·9591	·9599	·9608	·9616	·9625	·9633
1·8	·9641	·9649	·9656	·9664	·9671	·9678	·9686	·9693	·9699	·9706
1·9	·9713	·9719	·9726	·9732	·9738	·9744	·9750	·9756	·9761	·9767
2·0	·9772	·9778	·9783	·9788	·9793	·9798	·9803	·9808	·9812	·9817
2·1	·9821	·9826	·9830	·9834	·9838	·9842	·9846	·9850	·9854	·9857
2·2	·9861	·9864	·9868	·9871	·9875	·9878	·9881	·9884	·9887	·9890
2·3	·9893	·9896	·9898	·9901	·9904	·9906	·9909	·9911	·9913	·9916
2·4	·9918	·9920	·9922	·9925	·9927	·9929	·9931	·9932	·9934	·9936
2·5	·9938	·9940	·9941	·9943	·9945	·9946	·9948	·9949	·9951	·9952
2·6	·9953	·9955	·9956	·9957	·9959	·9960	·9961	·9962	·9963	·9964
2·7	·9965	·9966	·9967	·9968	·9969	·9970	·9971	·9972	·9973	·9974
2·8	·9974	·9975	·9976	·9977	·9977	·9978	·9979	·9979	·9980	·9981
2·9	·9981	·9982	·9982	·9983	·9984	·9984	·9985	·9985	·9986	·9986
3·0	·9987	·9987	·9987	·9988	·9988	·9989	·9989	·9989	·9990	·9990
3·1	·9990	·9991	·9991	·9991	·9992	·9992	·9992	·9992	·9993	·9993
3·2	·9993	·9993	·9994	·9994	·9994	·9994	·9994	·9995	·9995	·9995
3·3	·9995	·9995	·9995	·9996	·9996	·9996	·9996	·9996	·9996	·9997
3·4	·9997	·9997	·9997	·9997	·9997	·9997	·9997	·9997	·9997	·9998
x	1·282	1·645	1·960	2·326	2·576	3·090	3·291	3·891	4·417	
$\phi(x)$	·90	·95	·975	·99	·995	·999	·9995	·99995	·999995	
$2[1 - \phi(x)]$	·20	·10	·05	·02	·01	·002	·001	·0001	·000001	

Prepp
Your Personal Exam Guide