Prepp
Your Personal Exams Guide

CSIR NET DECEMBER 18, 2016 MATHEMATICS SCIENCES SET A QUESTION PAPER

H

2016 (II)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

4 विषय कोड

A पुस्तिका कोड

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

1. ***आपने हिन्दी को माध्यम चुना है ।*** *इस परीक्षा पुस्तिका में एक सौ बीस* (20 *भाग* 'A' *में* + 40 *भाग* 'B' + 60 *भाग* 'C' *में*) *बहुल विकल्प प्रश्न* (MCQ)*दिए गए हैं । आपको भाग* 'A' *में से अधिकतम* 15 *और भाग* 'B' *में* 25 *प्रश्नों तथा भाग* 'C' *में से* 20 *प्रश्नों के उत्तर देने हैं । यदि निर्धारित से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग* 'A' *से* 15, *भाग* 'B' *से* 25 *तथा भाग* 'C' *से* 20 *उत्तरों की जांच की जाएगी ।*
2. ***ओ.एम.आर.*** *उत्तर पत्रक अलग से दिया गया है । अपना रोल नम्बर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पृष्ठ पूरे और सही हैं तथा कहीं से कटे–फटे नहीं हैं । यदि ऐसा है तो आप इन्विजीलेटर से उसी कोड की पुस्तिका बदलने का निवेदन कर सकते हैं। इसी तरह से* ***ओ.एम.आर.*** *उत्तर पत्रक को भी जांच लें । इस पुस्तिका में रफ काम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने संलग्न हैं ।*
3. ***ओ.एम.आर.*** *उत्तर पत्रक के पृष्ठ* 1 *में दिए गए स्थान पर अपना रोल नम्बर, नाम तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए, साथ ही अपना हस्ताक्षर भी अवश्य करें ।*
4. ***आप अपनी ओ.एम.आर. उत्तर पत्रक में रोल नंबर, विषय कोड, पुस्तिका कोड और केन्द्र कोड से संबंधित समुचित वृतों को काले बॉल पेन से अवश्य काला करें। यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह ओ.एम.आर.*** *उत्तर पत्रक* ***में दिए गए निर्देशों का पूरी सावधानी से पालन करें, ऐसा न करने पर कम्प्यूटर विवरणों का सही तरीके से अकूटित नहीं कर पाएगा, जिससे अंततः आपको हानि, जिससे आपकी ओ.एम.आर.*** *उत्तर पत्रक* ***की अस्वीकृति भी शामिल, हो सकती है ।***
5. *भाग* 'A' *में प्रत्येक प्रश्न* 2 *अंक* , *भाग* 'B' *में प्रत्येक प्रश्न के* 3 *अंक तथा भाग* 'C' *में प्रत्येक प्रश्न* 4.75 *अंक का है । प्रत्येक गलत उत्तर का ऋणात्मक मूल्यांकन भाग* 'A' *में* @ 0.5 *अंक तथा भाग* 'B' *में* @ 0.75 *अंक से किया जाएगा । भाग* 'C' *के उत्तरों के लिए ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं है ।*
6. *भाग* 'A' *तथा भाग* 'B' *के प्रत्येक प्रश्न के नीचे चार विकल्प दिए गए हैं । इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अथवा "सर्वोत्तम हल" है । आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम हल ढूंढना है । भाग* 'C' *में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकते हैं । भाग* 'C' *में प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही चयन करने पर ही क्रेडिट प्राप्त होगा । सब सही विकल्पों का चयन नहीं करने पर कोइ आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा ।*
7. *नकल करते हुए या अनुचित तरीकों का प्रयोग करते हुए पाए जाने वाले परीक्षार्थियों का इस और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य ठहराया जा सकता है ।*
8. ***परीक्षार्थी*** *को उत्तर या रफ पन्नों के अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए ।*
9. *केलकूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है ।*
10. ***परीक्षा समाप्ति पर छिद्र बिन्दु चिन्हित स्थान से OMR उत्तर पत्रक को विभाजित करें। इन्विजीलेटर को मूल OMR उत्तर पत्रक सौंपने के पश्चात आप इसकी कॉर्बनलैस प्रतिलिपि ले जा सकते हैं।***
11. *हिन्दी माध्यम/संस्करण के प्रश्न में विसंगति होने/पाये जाने पर अंग्रेजी संस्करण प्रमाणिक होगा ।*
12. *केवल परीक्षा की पूरी अवधि तक बैठने वाले* ***परीक्षार्थी*** *को ही परीक्षा पुस्तिका साथ ले जाने की अनुमति दी जाएगी ।*

रोल नंबर : ....

अभ्यर्थी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ ।

नाम : ....

....
इन्विजीलेटर के हस्ताक्षर

भाग \PART 'A'

1. तीन बहनों के मकान एक ही पंक्ति में हैं, लेकिन मंझली बहन बीच वाले मकान में नहीं रहती है। सुबह के समय सबसे बड़ी बहन के मकान की छाया सबसे छोटी बहन के मकान पर पड़ती है। कौन-सा निष्कर्ष शर्तिया निकाला जा सकता है?

1. सबसे छोटी बहन बीच में रहती है
2. सबसे बड़ी बहन बीच में रहती है।
3. सबसे छोटी या सबसे बड़ी बहन बीच में रहती है।
4. सबसे छोटी बहन का मकान मंझली बहन के मकान के पूर्व में है।

1. The houses of three sisters lie in the same row, but the middle sister does not live in the middle house. In the morning, the shadow of the eldest sister's house falls on the youngest sister's house. What can be concluded for sure?

1. The youngest sister lives in the middle.
2. The eldest sister lives in the middle.
3. Either the youngest or the eldest sister lives in the middle.
4. The youngest sister's house lies on the east of the middle sister's house.

2. एक महिला रूपये X तथा Y पैसे लेकर खरीददारी करने निकलती है तथा रूपये 3.50 खर्च करने के पश्चात् उसके पास रूपये $2Y$ तथा $2X$ पैसे बचते हैं। वह धन राशि जिसे लेकर वह महिला खरीददारी करने निकलती है, वह है:

1. रूपये 48.24
2. रूपये 28.64
3. रूपये 32.14
4. रूपये 23.42

2. A woman starts shopping with Rs. X and Y paise, spends Rs. 3.50 and is left with Rs. $2Y$ and $2X$ paise. The amount she started with is

1. Rs. 48.24
2. Rs. 28.64
3. Rs. 32.14
4. Rs. 23.42

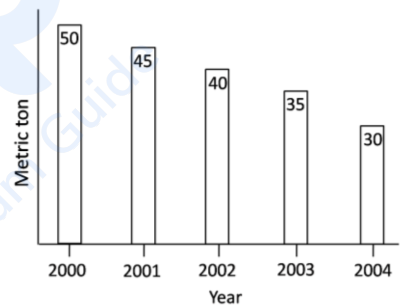
3. एक खान 10000टन तांबे का खनिज जिसमें 1.5 भार % तांबा है, एक स्मेलटर को प्रदान करती है। स्मेलटर खनिज से 80% ताँबा उसी दिन निकालता है। कितने टन/प्रतिदिन ताँबा बनाया जाता है?

1. 80
2. 12
3. 120
4. 150

3. A mine supplies 10000 tons of copper ore, containing an average of 1.5 wt% copper, to a smelter every day. The smelter extracts 80% of the copper from the ore on the same day. What is the production of copper in tons/day?

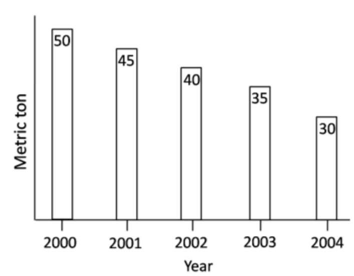
1. 80
2. 12
3. 120
4. 150

4. विभिन्न वर्षों में हुई किसी देश की गेहूँ की पैदावार को दर्शाया गया है। किस वर्ष में प्रतिशत पैदावार सर्वाधिक घटी?



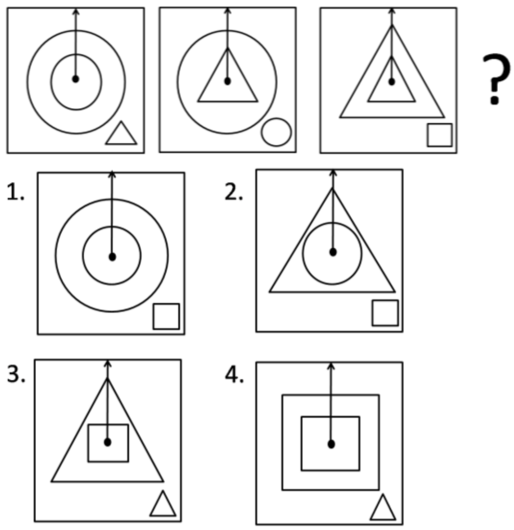
1. 2001
2. 2002
3. 2003
4. 2004

4. Wheat production of a country over a number of years is shown. Which year recorded highest percent reduction in production over the previous year?

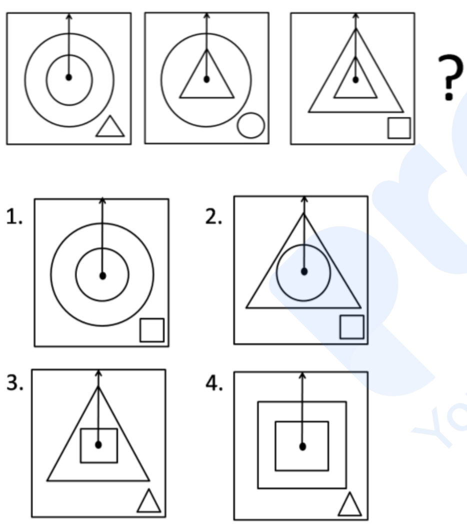


1. 2001
2. 2002
3. 2003
4. 2004

5. दिये गये क्रम में अगला प्रतिमान कौन-सा होगा?



5. What is the next pattern in the given sequence?



6. संपूर्ण रूप से समुद्रजल के अंदर बैठा एक व्यक्ति सूर्य का लगातार प्रेक्षण करता है। जल के बाहर किसी व्यक्ति की तुलना में जल के अंदर बैठा व्यक्ति निम्न में से कौन-सा प्रेक्षण करेगा?

1. ना तो सूर्योदय/सूर्यास्त का समय, ना ही क्षितिज की कोणीय दूरी बदलेगी।
2. सूर्योदय देर से होगा, सूर्यास्त पहले होगा, परंतु क्षितिज की कोणीय दूरी अपरिवर्तित रहेगी।
3. सूर्योदय/सूर्यास्त का समय अपरिवर्तित होगा, परंतु क्षितिज की कोणीय दूरी सिकुड़ जायेगी।
4. दिन की समयावधि व क्षितिज की कोणीय दूरी दोनों घटेंगें।

6. A person completely under sea water tracks the Sun. Compared to an observer above water, which of the following observations would be made by the underwater observer?

1. Neither the time of sunrise or sunset nor the angular span of the horizon changes.
2. Sunrise is delayed, sunset is advanced, but there is no change in the angular span of the horizon.
3. Sunrise and sunset times remain unchanged, but the angular span of the horizon shrinks.
4. The duration of the day and the angular span of the horizon, both decrease.

7. तीन वस्तुओं A, B तथा C को बेचने पर किसी व्यक्ति को A पर 10% लाभ, B पर 20% लाभ तथा C पर 10% हानि होती है। A तथा C के संयुक्त बेचान मूल्यों के दृष्टिगत उसे न हानि व लाभ होता है जबकि B तथा C के संयुक्त बेचान मूल्यों के दृष्टिगत उसे 5% लाभ होता है। उस व्यक्ति को होने वाली विशुद्ध हानि या लाभ क्या है?

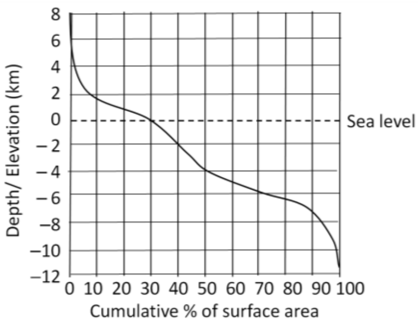
1. 10% लाभ
2. 20% लाभ
3. 10.66% लाभ
4. 6.66% लाभ

7. A man sells three articles A, B, C and gains 10% on A, 20% on B and loses 10% on C. He breaks even when combined selling prices of A and C are considered, whereas he gains 5% when combined selling prices of B and C are considered. What is his net loss or gain on the sale of all the articles?

1. 10% gain
2. 20% gain
3. 10.66% gain
4. 6.66% gain

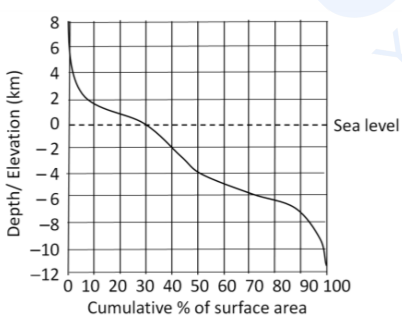
Your Personal Exams Guide

8. भूसतह के क्षेत्रफल का विभिन्न ऊँचाइयों व गहराइयों (समुद्र जलस्तर के सापेक्ष) पर वितरण चित्र में दर्शाया गया है। इसके आधार पर निम्न में से कौन-सा कथन **असत्य** है?



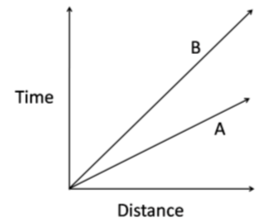
1. पृथ्वी की सतह का अधिकतर भाग समुद्र जलस्तर से नीचे है।
2. समुद्र जलस्तर से ऊपर की सतह के कुल क्षेत्रफल का अधिकतर भार 2 कि.मी. ऊँचाई से नीचे है।
3. समुद्र जलस्तर से नीचे की सतह के कुल क्षेत्रफल का सबसे कम भार 4 कि.मी. गहराई से नीचे है
4. समुद्र जलस्तर से सर्वाधिक गहराई की दूरी समुद्र जलस्तर से सर्वाधिक ऊँचाई से अधिक है।

8. Based on the distribution of surface area of the Earth at different elevations and depths (with reference to sea-level) shown in the figure, which of the following is FALSE?

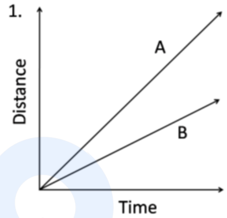


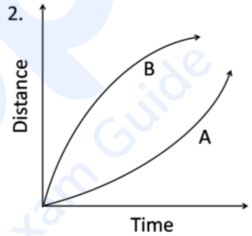
1. Larger proportion of the surface of the Earth is below sea-level
2. Of the surface area above sea-level, larger proportion lies below 2 km elevation
3. Of the surface area below sea-level, smaller proportion lies below 4 km depth
4. Distance from sea level to the maximum depth is greater than that to the maximum elevation

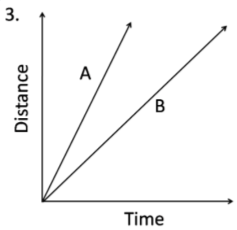
9. दो वस्तुओं A तथा B के समय-दूरी ग्राफ को नीचे दर्शाया गया है।

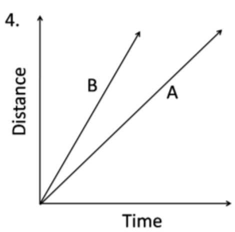


यदि अक्षों की अदला-बदली कर दी जाये तो इसी सूचना को नीचे दिये गये ग्राफों में से कौन-सा ग्राफ दर्शाता है?

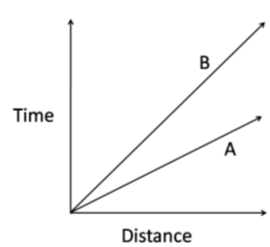
1.


2.


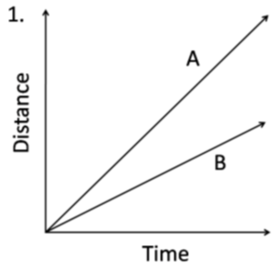
3.


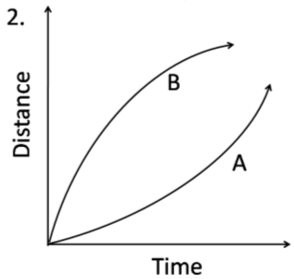
4.


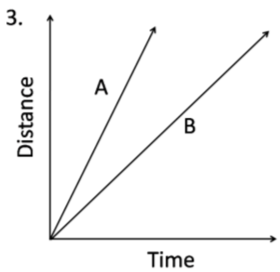
9. Time-distance graph of two objects A and B are shown.

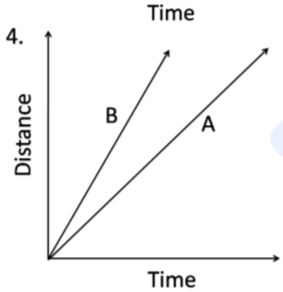


If the axes are interchanged, then the same information is shown by









10. तीन बक्सों में प्रत्येक में 30 चॉकलेट हैं, इन्हें लेकर एक सेल्समैन यात्रा कर रहा है। यात्रावधि में उसे 30 टोल बूथ से गुजरना पड़ता है। प्रत्येक टोल बूथ पर एक निरीक्षक जिन बक्सों में चॉकलेट है उनमें से प्रति बक्सा एक चॉकलेट टैक्स के रूप में लेता है। सब टोल बूथ से गुजरने के पश्चात् उसके पास अधिकतम कितनी चॉकलेट बची रहेंगी?

1. 0
2. 30
3. 25
4. 20

10. A chocolate salesman is travelling with 3 boxes with 30 chocolates in each box. During his journey he encounters 30 toll booths. Each toll booth inspector takes one chocolate per box that contains chocolate(s), as tax. What is the largest number of chocolates he can be left with after passing through all toll booths?

1. 0
2. 30
3. 25
4. 20

11. एक दूधवाला 90 लीटर दूध में 10 लीटर पानी मिलाता है। कुल दुध का 1/5th भाग बेचने के बाद वह शेष भाग में बेचे हुए भाग की मात्रा के समान और पानी मिलाता है। इस मिश्रण में पानी व दूध का अनुपात है:

1. 72:28
2. 28:72
3. 20:80
4. 30:70

11. A milkman adds 10 litres of water to 90 litres of milk. After selling 1/5th of the total quantity, he adds water equal to the quantity he has sold. The proportion of water to milk he sells now would be

1. 72:28
2. 28:72
3. 20:80
4. 30:70

12. दो नारियलों की गुठलियों के अन्दर की जगह गोलाकार है, एवं प्रथम का आन्तरिक व्यास दूसरे के आन्तरिक व्यास का दोगुना है। बड़े आकार वाला एक द्रव से आधा जबकि छोटा पूरा भरा है। निम्न कथनों में से कौन-सा कथन सही है?

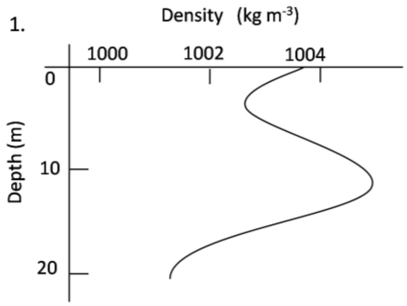
1. बड़े नारियल में छोटे से 4 गुना अधिक द्रव है।
2. बड़े नारियल में छोटे से 2 गुना अधिक द्रव है।
3. दोनों नारियलों में द्रव समान आयतन में है।
4. छोटे नारियल में बड़े से 2 गुना द्रव है।

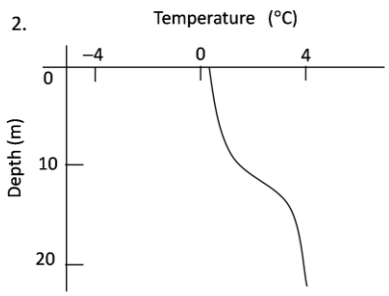
12. Two coconuts have spherical space inside their kernels, with the first having an inner diameter twice that of the other. The larger one is half filled with liquid, while the smaller is completely filled. Which of the following statements is correct?

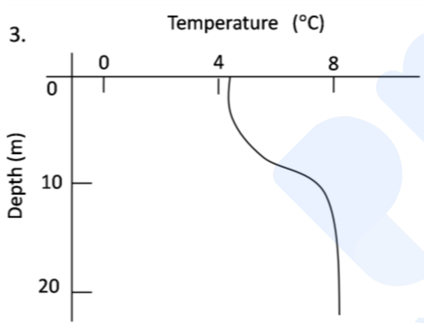
1. The larger coconut contains 4 times the liquid in the smaller one.
2. The larger coconut contains twice the liquid in the smaller one.
3. The coconuts contain equal volumes of liquid.
4. The smaller coconut contains twice the liquid in the larger one.

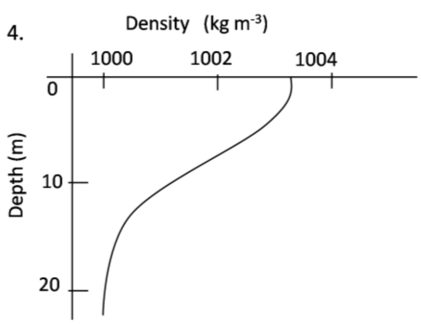
prepp Your Personal Exam Guide

13. निम्न ग्राफ़ों में से कौन-सा मीठे पानी के स्थायी झील को दर्शाता है? (अर्थात् जल की ऊर्ध्वाधर गतिशीलता नहीं)

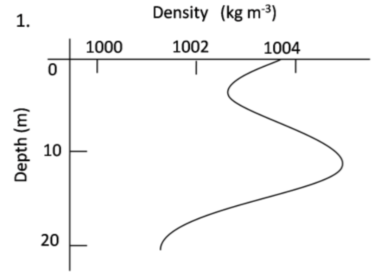
1.


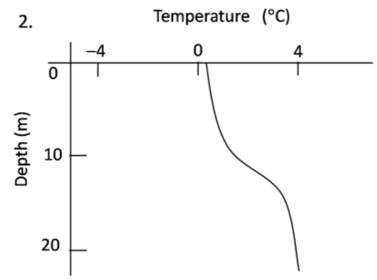
2.


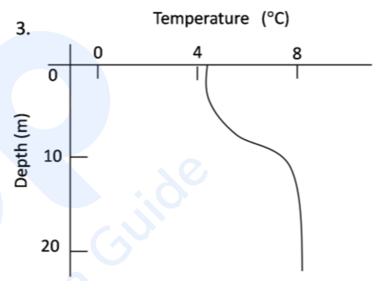
3.


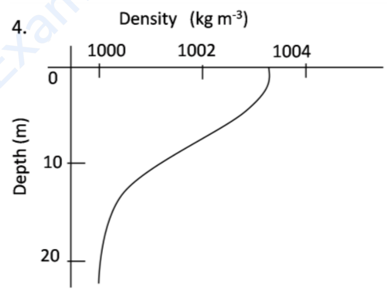
4.


13. Which of the following graphs represents a stable fresh water lake?(i.e., no vertical motion of water)

1.


2.


3.


4.


14. एक बाघ, हवा की विपरीत दिशा से अपने शिकार की ताक में रहता है। इसका कारण है कि

1. हवा उसे अपने शिकार का अन्तिम जानलेवा हमला करने में सहायता करती है।
2. हवा अपने साथ शिकार की गंध को बाघ तक पहुँचाती है जिससे उसे शिकार को ढूंढने में आसानी होती है।
3. हवा की विपरीत दिशा में सामान्यतः घनी हरियाली होने से उसे बेहतर छद्म आवरण मिलता है।
4. हवा की विपरीत दिशा में बाघ की स्थिति उसकी गंध को शिकार तक नहीं पहुंचने देने में मदद करती है।

Prepp Your Personal Exams Guide

14. A tiger usually stalks its prey from a direction that is upwind of the prey. The reason for this is

1. the wind aids its final burst for killing the prey
2. the wind carries the scent of the prey to the tiger and helps the tiger locate the prey easily
3. the upwind area usually has denser vegetation and better camouflage
4. the upwind location aids the tiger by not letting its smell reach the prey

15. एक सेलफोन टावर (मीनार) से 1W शक्ति का विकिरण होता है। आपके सेलफोन के ट्रांसमीटर से 0.1 mW शक्ति का विकिरण होता है। यदि आप टावर से 100m की दूरी पर है, और फोन आप के कान से सटा हुआ है, तो आपके सिर तक टॉवर से पहुंचने वाली ऊर्जा (E_1) तथा आपके फोन से पहुंचने वाली ऊर्जा (E_2) की सही तुलना होगी

1. $E_1 >> E_2$
2. $E_2 >> E_1$
3. $E_1 = E_2$, जो संपर्क बनाने के लिए जरूरी है
4. दी गयी जानकारी लगभग तुलना के हेतु पर्याप्त नहीं है।

15. A cellphone tower radiates 1W power while the handset transmitter radiates 0.1 mW power. The correct comparison of the radiation energy received by your head from a tower 100m away (E_1) and that from a handset held to your ear (E_2) is

1. $E_1 >> E_2$
2. $E_2 >> E_1$
3. $E_1 = E_2$ for communication to be established
4. insufficient data even for a rough comparison

16. एक स्प्रिंग की पेचदूरी 5 मि.मी. है। स्प्रिंग का व्यास 1 सेंमी है। यह स्प्रिंग अपनी अक्ष पर 2 चक्कर प्रति सै. की गति से घूमती है। स्प्रिंग अपनी अक्ष के समांतर किस गति से चलती प्रतीत होती है?

1. 1 mm/s
2. 5 mm/s
3. 6 mm/s
4. 10 mm/s

16. The pitch of a spring is 5 mm. The diameter of the spring is 1 cm. The spring spins about its axis with a speed of 2 rotations/s. The spring appears to be moving parallel to its axis with a speed of

1. 1 mm/s
2. 5 mm/s
3. 6 mm/s
4. 10 mm/s

17. एक फ़र्श का आकार 18×24 है। उन एक रूपी वर्गाकार टाइलों की न्यूनतम संख्या कितनी होगी जिससे कि संपूर्ण फ़र्श किसी भी टाइल को तोड़े बिना ढका जा सके?

1. 6
2. 24
3. 8
4. 12

17. The dimensions of a floor are 18×24. What is the smallest number of identical square tiles that will pave the entire floor without the need to break any tile?

1. 6
2. 24
3. 8
4. 12

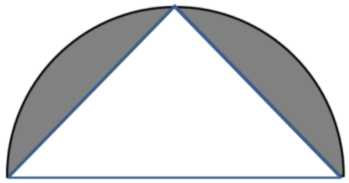
18. एक पारिस्थितिकी वैज्ञानिक तोतों की विरल आबादी वाले क्षेत्र में उनकी आबादी का अनुमान लगाने के लिए 30 तोतों को पकड़ कर उन की गरदनों में एक-एक मुद्रिका पहना देता है। एक सप्ताह बाद वह फिर 40 तोतों को पकड़ लेता है, और पाता है कि उन में से 8 तोतों की गर्दनों में मुद्रिका है। इन जानकारी के आधार पर तोतों की अनुमानित आबादी कितनी बतायी जायेगी?

1. 70
2. 150
3. 160
4. 100

18. To determine the number of parrots in a sparse population, an ecologist captures 30 parrots and puts rings around their necks and releases them. After a week he captures 40 parrots and finds that 8 of them have rings on their necks. What approximately is the parrot population?

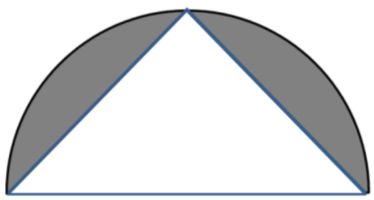
1. 70
2. 150
3. 160
4. 100

19. एक अर्ध वृत्त के चाप के मध्य बिन्दु को उसके व्यास के अंतिम बिन्दुओं से सीधी रेखाओं से जोड़ा गया हैं। चित्र में दर्शाये छायांकित क्षेत्र तथा त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात बतायें?



1. $\frac{\pi}{2}-1$
2. $\frac{\pi-1}{2}$
3. $\pi-1/2$
4. $2\pi-1/4$

19. The mid-point of the arc of a semicircle is connected by two straight lines to the ends of the diameter as shown. What is the ratio of the shaded area to the area of the triangle?



1. $\frac{\pi}{2}-1$
2. $\frac{\pi-1}{2}$
3. $\pi-1/2$
4. $2\pi-1/4$

20. जिन तालाबों में हायसिन्थ जैसी जल वनस्पति अत्यधिक मात्रा में पनपती हो, उन तालाबों में मछली की आबादी कम पायी जाती है, जिसका कारण है

1. हायसिन्थ (जल वनस्पति) सूरज की रोशनी को तालाब के तल तक पहुंचने से रोकती है।
2. सड़ने वाली हायसिन्थ (जन वनस्पति) पानी में घुले ऑक्सिजन को नष्ट करती है।
3. हायसिन्थ जैसी जल वनस्पति मछलियों के लिए पर्याप्त आहार नहीं होती।
4. हायसिन्थ (जल वनस्पति) पानी में जहरीले पदार्थ छोड़ती है।

20. Why is there low fish population in lakes that have large hyacinth growth?

1. Hyacinth prevents sunlight from reaching the depths of the lake.
2. Decaying matter from hyacinth consumes dissolved oxygen in copious amounts.
3. Hyacinth is not a suitable food for fishes.
4. Hyacinth releases toxins in the water.

भाग \PART 'B'

Unit-1

21. इन अनुक्रमों के समुच्चयों पर विचारें:

$X=\{(x_n): x_n \epsilon \{0,1\}, n \epsilon \mathbb{N}\}$ तथा

$Y=\{(x_n) \epsilon X:$ अत्याधिकत: परिमितत: बहुल n के लिए $x_n=1$ है$\}$.

तो

1. X गणनीय है, Y परिमित है।
2. X अगणीय है, Y गणनीय है।
3. X गणनीय है, Y गणनीय है।
4. X अगणनीय है, Y अगणनीय है।

21. Consider the sets of sequences

$X=\{(x_n): x_n \epsilon \{0,1\}, n \epsilon \mathbb{N}\}$ and

$Y=\{(x_n) \epsilon X: x_n=1$ for at most finitely many $n\}$.

Then

1. X is countable, Y is finite.
2. X is uncountable, Y is countable.
3. X is countable, Y is countable.
4. X is uncountable, Y is uncountable.

22. आव्यूह $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

1. धनात्मक-निश्चित है।
2. अऋणात्मक-निश्चित है, परंतु धनात्मक-निश्चित नहीं।
3. ऋणात्मक-निश्चित है।
4. न तो ऋणात्मक-निश्चित है, न धनात्मक निश्चित।

22. The matrix

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ is

1. positive definite.
2. non-negative definite but not positive definite.
3. negative definite.
4. neither negative definite nor positive definite.

23. मानें कि $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x^2, y^2 + \sin x)$ से दिया जाता है। तो (x,y) पर f का अवकलज है इससे दिया गया रैखिक रूपांतरण:

1. $\begin{pmatrix} 2x & 0 \\ \cos x & 2y \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 2y & \cos x \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 2y & \cos x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 2x & 2y \\ 0 & \cos x \end{pmatrix}$

23. Let $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ be given by
$f(x,y) = (x^2, y^2 + \sin x)$.
Then the derivative of f at (x,y) is the linear transformation given by

1. $\begin{pmatrix} 2x & 0 \\ \cos x & 2y \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 2y & \cos x \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 2y & \cos x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 2x & 2y \\ 0 & \cos x \end{pmatrix}$

24. एक फलन $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = xy$ से परिभाषित है। मानें कि $v = (1,2)$ तथा $a = (a_1, a_2)$ $\mathbb{R}^2$ के दो अवयव हैं। a पर f का v की दिशा में दिक्-अवकलनज है

1. $a_1 + 2a_2$
2. $a_2 + 2a_1$
3. $\frac{a_2}{2} + a_1$
4. $\frac{a_1}{2} + a_2$

24. A function $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ is defined by $f(x,y) = xy$. Let $v = (1,2)$ and $a = (a_1, a_2)$ be two elements of $\mathbb{R}^2$. The directional derivative of f in the direction of v at a is:

1. $a_1 + 2a_2$
2. $a_2 + 2a_1$
3. $\frac{a_2}{2} + a_1$
4. $\frac{a_1}{2} + a_2$

25.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \sum_{j=0}^{2n-1} j^3$$ इस समान है:

1. 4
2. 16
3. 1
4. 8

25.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \sum_{j=0}^{2n-1} j^3$$ equals

1. 4
2. 16
3. 1
4. 8

26. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ऐसे है कि $f(0) = 0$ । सभी x के लिए $\left|\frac{df}{dx}(x)\right| \leq 5$ है। हम इस निष्कर्ष पर पहुंच सकते हैं कि $f(1)$

1. $(5, 6)$ में है।
2. $[-5, 5]$ में है।
3. $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$ में है।
4. $[-4, 4]$ में है।

26. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is such that $f(0) = 0$ and $\left|\frac{df}{dx}(x)\right| \leq 5$ for all x. We can conclude that $f(1)$ is in

1. $(5, 6)$.
2. $[-5, 5]$.
3. $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$.
4. $[-4, 4]$.

27. $\mathbb{R}^4$ के निम्न उपसमुच्चयों में से कौन-सा $\mathbb{R}^4$ का आधार है ?

$B_1 = \{(1,0,0,0), (1,1,0,0), (1,1,1,0), (1,1,1,1)\}$

$B_2 = \{(1,0,0,0), (1,2,0,0), (1,2,3,0), (1,2,3,4)\}$

$B_3 = \{(1,2,0,0), (0,0,1,1), (2,1,0,0), (-5,5,0,0)\}$

1. B_1 तथा B_2, परंतु B_3 नहीं।
2. B_1, B_2 तथा B_3 ।
3. B_1 तथा B_3, परंतु B_2 नहीं ।
4. मात्र B_1

27. Which of the following subsets of $\mathbb{R}^4$ is a basis of $\mathbb{R}^4$?

$B_1 = \{(1,0,0,0), (1,1,0,0), (1,1,1,0), (1,1,1,1)\}$

$B_2 = \{(1,0,0,0), (1,2,0,0), (1,2,3,0), (1,2,3,4)\}$

$B_3 = \{(1,2,0,0), (0,0,1,1), (2,1,0,0), (-5,5,0,0)\}$

1. B_1 and B_2 but not B_3
2. B_1, B_2 and B_3
3. B_1 and B_3 but not B_2
4. Only B_1

28. मानें कि

$D_1 = \det\begin{pmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{pmatrix}$ तथा

$D_2 = \det\begin{pmatrix} -x & a & -p \\ y & -b & q \\ z & -c & r \end{pmatrix}$ हैं। तो

1. $D_1 = D_2$
2. $D_1 = 2D_2$
3. $D_1 = -D_2$
4. $2D_1 = D_2$

28. Let

$D_1 = det\begin{pmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{pmatrix}$ and

$D_2 = det\begin{pmatrix} -x & a & -p \\ y & -b & q \\ z & -c & r \end{pmatrix}$. Then

1. $D_1 = D_2$
2. $D_1 = 2D_2$
3. $D_1 = -D_2$
4. $2D_1 = D_2$

29. आव्यूह $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, जहां $\theta = \frac{2\pi}{31}$ है, पर विचारें। तो A^{2015} इस समान है:

1. A
2. I
3. $\begin{pmatrix} \cos 13\theta & \sin 13\theta \\ -\sin 13\theta & \cos 13\theta \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

29. Consider the matrix

$A = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, where $\theta = \frac{2\pi}{31}$

Then A^{2015} equals

1. A
2. I
3. $\begin{pmatrix} \cos 13\theta & \sin 13\theta \\ -\sin 13\theta & \cos 13\theta \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

30. मानें कि J एक $n \times n$ आव्यूह को निर्दिष्ट करता है, जिसकी सभी प्रविष्टियां 1 है तथा मानें कि B एक $(3n) \times (3n)$ आव्यूह है जो $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & J \\ 0 & J & 0 \\ J & 0 & 0 \end{pmatrix}$ से दिया जाता है। तो B की कोटि है:

1. $2n$
2. $3n - 1$
3. 2
4. 3

30. Let J denote the matrix of order $n \times n$ with all entries 1 and let B be a $(3n) \times (3n)$ matrix given by $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & J \\ 0 & J & 0 \\ J & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Then the rank of B is

1. $2n$
2. $3n - 1$
3. 2
4. 3

31. $\mathbb{R}$ से $\mathbb{R}$ तक के फ़लनों के निम्न समुच्चयों में से कौन-सा $\mathbb{R}$ पर एक सदिश समष्टि है?

$S_1 = \{f \mid \lim_{x\to 3} f(x) = 0\}$

$S_2 = \left\{g \middle| \lim_{x\to 3} g(x) = 1\right\}$

$S_3 = \left\{h \middle| \lim_{x\to 3} h(x) \text{ का अस्तित्व है}\right\}$

1. मात्र S_1.
2. मात्र S_2.
3. S_1 तथा S_3 , परंतु S_2 नहीं ।
4. सभी तीनों सदिश समष्टियां हैं।

31. Which of the following sets of functions from $\mathbb{R}$ to $\mathbb{R}$ is a vector space over $\mathbb{R}$?

$S_1 = \{f \mid \lim_{x\to 3} f(x) = 0\}$

$S_2 = \left\{g \middle| \lim_{x\to 3} g(x) = 1\right\}$

$S_3 = \left\{h \middle| \lim_{x\to 3} h(x) exists\right\}$

1. Only S_1
2. Only S_2
3. S_1 and S_3 but not S_2
4. All the three are vector spaces

32. मानें कि A एक $n \times m$ आव्यूह है, जिसकी हर प्रविष्टि $+1, -1$ या 0 है ताकि हर स्तंभ में ठीक-ठीक एक $+1$ तथा एक-1 है। हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

1. A की कोटी $\leq n - 1$
2. A की कोटी $= m$
3. $n \leq m$
4. $n - 1 \leq m$

32. Let A be an $n \times m$ matrix with each entry equal to $+1, -1$ or 0 such that every column has exactly one $+1$ and exactly one -1. We can conclude that

1. Rank $A \leq n - 1$
2. Rank $A = m$
3. $n \leq m$
4. $n - 1 \leq m$

Unit-2

33. श्रेणी

$$\sum_{n=1}^{\infty} z^{n^2}$$

की अभिसरण त्रिज्या है

1. 0
2. ∞
3. 1
4. 2

33. The radius of convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} z^{n^2}$$

is

1. 0
2. ∞
3. 1
4. 2

34. मानें कि सम्मिश्र समतल में $|z| = 3/2$ वृत्त C है जो वामावर्त दिशा में है। a का वह मान जिसके लिए

$$\int_C \left(\frac{z+1}{z^2-3z+2} + \frac{a}{z-1}\right) dz = 0$$

है,

1. 1
2. -1
3. 2
4. -2

34. Let C be the circle $|z| = 3/2$ in the complex plane that is oriented in the counter clockwise direction. The value of a for which

$$\int_C \left(\frac{z+1}{z^2-3z+2} + \frac{a}{z-1}\right) dz = 0$$

is

1. 1
2. -1
3. 2
4. -2

35. मानें कि f तथा g सर्वत्र वैश्लेषिक फलन हैं, तथा सभी $z \in \mathbb{C}$ के लिए $g(z) \neq 0$ है। यदि $|f(z)| \leq |g(z)|$ है, तो हम निष्कर्ष निकालते हैं कि

1. सभी $z \in \mathbb{C}$ के लिए $f(z) \neq 0$.
2. f एक अचर फलन है।
3. $f(0) = 0$.
4. कुछ $C \in \mathbb{C}$ के लिए $f(z) = Cg(z)$ है।

35. Suppose f and g are entire functions and $g(z) \neq 0$ for all $z \in \mathbb{C}$. If $|f(z)| \leq |g(z)|$, then we conclude that

1. $f(z) \neq 0$ for all $z \in \mathbb{C}$.
2. f is a constant function.
3. $f(0) = 0$.
4. for some $C \in \mathbb{C}$, $f(z) = Cg(z)$.

36. मानें कि f, $0 < |z| < \epsilon, \epsilon > 0$ पर एक होलोमार्फिक फ़लन है जो लौरां श्रेणी

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n.$$

से दिया जाता है। यह भी दिये जाने पर कि $\lim_{z\to 0}|f(z)| = \infty$,
हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

1. सभी $n \geq 2$ के लिए $a_{-1} \neq 0$ तथा $a_{-n} = 0$ है।
2. कुछ $N \geq 1$ के लिए $a_{-N} \neq 0$ तथा सभी $n > N$ के लिए $a_{-n} = 0$ है।
3. सभी $n \geq 1$ के लिए $a_{-n} = 0$ है।
4. सभी $n \geq 1$ के लिए $a_{-n} \neq 0$ है।

36. Let f be a holomorphic function on $0 < |z| < \epsilon, \epsilon > 0$ given by a convergent Laurent series

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n.$$

Given also that
$\lim_{z\to 0}|f(z)| = \infty$,

We can conclude that

1. $a_{-1} \neq 0$ and $a_{-n} = 0$ for all $n \geq 2$
2. $a_{-N} \neq 0$ for some $N \geq 1$ and $a_{-n} = 0$ for all $n > N$
3. $a_{-n} = 0$ for all $n \geq 1$
4. $a_{-n} \neq 0$ for all $n \geq 1$

37. प्राकृतिक संख्या $n > 1$ के दिये जाने पर, ताकि $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$ है, हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

1. $n = p^k$ जहां p अभाज्य है, $k > 1$.
2. $n = pq$ जहां p तथा q भिन्न अभाज्य हैं।
3. $n = pqr$ जहां p, q, r भिन्न अभाज्य हैं।
4. $n = p$ जहां p एक अभाज्य है।

37. Given a natural number $n > 1$ such that $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$. We can conclude that
1. $n = p^k$ where p is prime, $k > 1$.
2. $n = pq$ where p and q are distinct primes.
3. $n = pqr$ where p, q, r are distinct primes.
4. $n = p$ where p is a prime.

38. मानें कि S_n, n प्रतीकों पर क्रमचय समूह को निर्दिष्ट करता है, तथा A_n सम क्रमचयों का उपसमूह है। निम्न में से कौन-सा सही है?
1. ऐसे एक परिमित समूह का अस्तित्व है, जो किसी भी $n \geq 1$ के लिए S_nका एक उपसमूह नहीं है।
2. कुछ $n \geq 1$ के लिए हर परिमित समूह A_n का एक उपसमूह है।
3. कुछ $n \geq 1$ के लिए हर परिमित समूह A_n का एक भागफल है।
4. $n > 3$ के लिए कोई भी परिमित आबेली समूह S_n का एक भागफल नहीं है।

38. Let S_n denote the permutation group on n symbols and A_n be the subgroup of even permutations. Which of the following is true?
1. There exists a finite group which is not a subgroup of S_n for any $n \geq 1$.
2. Every finite group is a subgroup of A_n for some $n \geq 1$.
3. Every finite group is a quotient of A_n for some $n \geq 1$.
4. No finite abelian group is a quotient of S_n for $n > 3$.

39. $\mathbb{F}_2$ पर, जो दो अवयवों का एक परिमित क्षेत्र है, व्युत्क्रमणीय 3×3 आव्यूहों की संख्या क्या है?

1. 168.　　2. 384.
3. 2^3.　　4. 3^2.

39. What is the number of non-singular 3×3 matrices over $\mathbb{F}_2$, the finite field with two elements?

1. 168.　　2. 384.
3. 2^3.　　4. 3^2.

40. मानें कि $\mathbb{R}^n$ पर G एक विवृत समुच्चय है। दो बिंदु $x, y \in G$ तुल्य कहलाते हैं यदि दोनों को एक संतत पथ द्वारा मिलाया जा सकता है, जो G के पूर्णतः अंदर है। तुल्यता वर्गों की संख्या है
1. मात्र एक।
2. अधिकतः परिमित।
3. अधिकतः गणनीय।
4. परिमित, गणनीय या अगणनीय हो सकता है।

40. Let G be an open set in $\mathbb{R}^n$. Two points $x, y \in G$ are said to be equivalent if they can be joined by a continuous path completely lying inside G. Number of equivalence classes is
1. only one.
2. at most finite.
3. at most countable.
4. can be finite, countable or uncountable.

Unit-3

41. मानें कि $(x(t), y(t))$ सा.अ.स. तंत्र

$$\frac{dx}{dt} = -x + ty$$
$$\frac{dy}{dt} = tx - y$$

का समाधान करते हैं। यदि $(x_1(t), y_1(t))$ तथा $(x_2(t), y_2(t))$ दो हल हैं तथा $\Phi(t) = x_1(t)y_2(t) - x_2(t)y_1(t)$ है, तो $\frac{d\Phi}{dt}$ इस समान है:

1. -2Φ.　　2. 2Φ.
3. $-\Phi$.　　4. Φ.

41. Let $(x(t), y(t))$ satisfy the system of ODEs

$$\frac{dx}{dt} = -x + ty$$
$$\frac{dy}{dt} = tx - y$$

If $(x_1(t), y_1(t))$ and $(x_2(t), y_2(t))$ are two solutions and

$$\Phi(t) = x_1(t)y_2(t) - x_2(t)y_1(t)$$

then $\frac{d\Phi}{dt}$ is equal to

1. -2Φ.　　2. 2Φ.
3. $-\Phi$.　　4. Φ.

Prepp Your Personal Exam Guide

42. परिसीमा प्रतिबंधों,

$y(1) + \alpha y'(1) = 1, \quad y(2) + \beta y'(2) = 2$

के अधीन परिसीमा मान समस्या

$x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$, का एक अद्‌वितीय हल है यदि

1. $\alpha = -1,\ \beta = 2.$
2. $\alpha = -1,\ \beta = -2.$
3. $\alpha = -2,\ \beta = 2.$
4. $\alpha = -3,\ \beta = \frac{2}{3}.$

42. The boundary value problem $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0,$ subject to the boundary conditions

$y(1) + \alpha y'(1) = 1,\ y(2) + \beta y'(2) = 2$

has a unique solution if

1. $\alpha = -1,\ \beta = 2.$
2. $\alpha = -1,\ \beta = -2.$
3. $\alpha = -2,\ \beta = 2.$
4. $\alpha = -3,\ \beta = \frac{2}{3}.$

43. आं.अ.स. $x\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ है

1. अतिपरवलयिक $x > 0,\ y < 0$ के लिए।
2. दीर्घवृत्तीय $x > 0,\ y < 0$ के लिए।
3. परवलयिक $x > 0,\ y > 0$ के लिए।
4. दीर्घवृत्तीय $x < 0,\ y > 0$ के लिए।

43. The PDE $x\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ is

1. hyperbolic for $x > 0,\ y < 0.$
2. elliptic for $x > 0,\ y < 0.$
3. hyperbolic for $x > 0,\ y > 0.$
4. elliptic for $x < 0,\ y > 0.$

44. मानें कि $u(x,t)$ प्रारंभिक परिसीमा समस्या

$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad x \in (0,1), \quad t > 0$

$u(x,0) = \sin(\pi x)\,; \quad x \in [0,1]$

$u(0,t) = u(1,t) = 0,\ t > 0$

का समाधान करता है, तो $u\left(x, \frac{1}{\pi^2}\right); x \in (0,1),$ इस समान है:

1. $e\ \sin(\pi x).$
2. $e^{-1}\sin(\pi x).$
3. $\sin(\pi x).$
4. $\sin(\pi^{-1}x).$

44. Let $u(x,t)$ satisfy the initial boundary value problem

$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad x \in (0,1), \quad t > 0$

$u(x,0) = \sin(\pi x)\,; \quad x \in [0,1]$

$u(0,t) = u(1,t) = 0,\ t > 0$

Then for $x \in (0,1),\ u\left(x, \frac{1}{\pi^2}\right)$ is equal to

1. $e\ \sin(\pi x).$
2. $e^{-1}\sin(\pi x).$
3. $\sin(\pi x).$
4. $\sin(\pi^{-1}x).$

45. α तथा β के मान, ताकि

$x_{n+1} = \alpha x_n\left(3 - \frac{x_n^2}{a}\right) + \beta x_n\left(1 + \frac{a}{x_n^2}\right)$

की तृतीय कोटि अभिसरण $\sqrt{a}$ तक है, हैं

1. $\alpha = \frac{3}{8}\ ,\ \beta = \frac{1}{8}.$
2. $\alpha = \frac{1}{8}\ ,\ \beta = \frac{3}{8}.$
3. $\alpha = \frac{2}{8}\ ,\ \beta = \frac{2}{8}.$
4. $\alpha = \frac{1}{4}\ ,\ \beta = \frac{3}{4}.$

45. The values of α and β, such that

$x_{n+1} = \alpha x_n\left(3 - \frac{x_n^2}{a}\right) + \beta x_n\left(1 + \frac{a}{x_n^2}\right)$

has 3rd order convergence to $\sqrt{a}$, are

1. $\alpha = \frac{3}{8}\ ,\ \beta = \frac{1}{8}.$
2. $\alpha = \frac{1}{8}\ ,\ \beta = \frac{3}{8}.$
3. $\alpha = \frac{2}{8}\ ,\ \beta = \frac{2}{8}.$
4. $\alpha = \frac{1}{4}\ ,\ \beta = \frac{3}{4}.$

46. यदि

$$J[y] = \int_1^2 (y'^2 + 2yy' + y^2)dx, \ \ y(1) = 1$$

तथा $y(2)$ स्वेच्छ है, तो चरम है

1. $e^{x-1}.$
2. $e^{x+1}.$
3. $e^{1-x}.$
4. $e^{-x-1}.$

46. If

$$J[y] = \int_1^2 (y'^2 + 2yy' + y^2)dx, \ \ y(1) = 1$$

and $y(2)$ is arbitrary then the extremal is

1. $e^{x-1}.$
2. $e^{x+1}.$
3. $e^{1-x}.$
4. $e^{-x-1}.$

Prepp Your Personal Exam Guide

Prepp
Your Personal Exams Guide

47. मानें कि ϕ समाधान करता है
$\phi(x) = f(x) + \int_0^x \sin(x-t)\phi(t)\,dt$ को,
तो ϕ इससे दिया जाता है

1. $\phi(x) = f(x) + \int_0^x (x-t)f(t)dt$
2. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x (x-t)f(t)dt$
3. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x \cos(x-t)f(t)dt$
4. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x \sin(x-t)f(t)dt$

47. Let ϕ satisfy

$$\phi(x) = f(x) + \int_0^x \sin(x-t)\phi(t)\,dt.$$

Then ϕ is given by

1. $\phi(x) = f(x) + \int_0^x (x-t)f(t)dt$
2. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x (x-t)f(t)dt$
3. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x \cos(x-t)f(t)dt$
4. $\phi(x) = f(x) - \int_0^x \sin(x-t)f(t)dt$

48. एक मणिका बिना घर्षण एक घर्षणविहीन तार पर सरकती है, जिसका समीकरण
$x = a(\theta - \sin\theta), y = a(1+\cos\theta),\ 0 \le \theta \le 2\pi$.
वाले एक चक्रज के आकार में है। तो लग्रांजी फलन है

1. $ma^2(1+\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1+\cos\theta)$
2. $ma^2(1-\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1+\cos\theta)$
3. $ma^2(1-\cos\theta)\dot{\theta}^2 + mga(1+\cos\theta)$
4. $ma^2(1+\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1-\cos\theta)$

48. A bead slides without friction on a frictionless wire in the shape of a cycloid with equation
$x = a(\theta - \sin\theta), y = a(1+\cos\theta)$,
$0 \le \theta \le 2\pi$.
Then the Lagrangian function is

1. $ma^2(1+\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1+\cos\theta)$
2. $ma^2(1-\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1+\cos\theta)$
3. $ma^2(1-\cos\theta)\dot{\theta}^2 + mga(1+\cos\theta)$
4. $ma^2(1+\cos\theta)\dot{\theta}^2 - mga(1-\cos\theta)$

Unit-4

49. दो बक्से हैं। बक्से 1 में 2 लाल गेंदें तथा 4 हरी गेंदें हैं। बक्से 2 में 4 लाल गेंदें तथा 2 हरी गेंदें हैं। यादृच्छिकत: एक बक्सा चुना जाता है तथा चुने गये बक्से से एक गेंद यादृच्छिकत: चुनी जाती है। यदि गेंद लाल निकलता है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि बक्सा 1 चुना गया?

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{2}{3}$
4. $\frac{1}{6}$

49. There are two boxes. Box 1 contains 2 red balls and 4 green balls. Box 2 contains 4 red balls and 2 green balls. A box is selected at random and a ball is chosen randomly from the selected box. If the ball turns out to be red, what is the probability that Box 1 had been selected?

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{2}{3}$
4. $\frac{1}{6}$

50. किसी भी दो घटनाओं A तथा B के लिए निम्न संबंधों में कौन-सा हमेशा सही है?

1. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) \ge \frac{1}{3}$
2. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) = \frac{1}{3}$
3. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) = 1$
4. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) \le \frac{1}{3}$

50. For any two events A and B, which of the following relations always holds?

1. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) \ge \frac{1}{3}$
2. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) = \frac{1}{3}$
3. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) = 1$
4. $P^2(A \cap B^C) + P^2(A \cap B) + P^2(A^C) \le \frac{1}{3}$

51. मानें कि एक दूकान पर ग्राहक, गति 4 प्रति घंटा वाली प्वासों प्रक्रिया के अनुसार आगमन करते हैं। दूकान प्रात: 10:00 बजे खुलता है। यदि यह दिया गया है कि दूसरा ग्राहक प्रात: 10:40 पर आता है, तो इसकी प्रायिकता क्या है कि प्रात: 10:30 के पहले कोई ग्राहक आया ही नहीं?

1. $\frac{1}{4}$
2. e^{-2}
3. $\frac{1}{2}$
4. $e^{-1/2}$

51. Suppose customers arrive in a shop according to a Poisson process with rate 4 per hour. The shop opens at 10:00 am. If it is given that the second customer arrives at 10:40 am, what is the probability that no customer arrived before 10:30 am?

1. $\frac{1}{4}$
2. e^{-2}
3. $\frac{1}{2}$
4. $e^{-1/2}$

52. मानें कि $X_1, X_2, \cdots, X_n$ एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है, जो घनत्व फलन $f(x) = 3x^2 \mathrm{I}_{(0,1)}(x)$, जहां $\mathrm{I}_{(0,1)}(z) = \begin{cases} 1 & \text{यदि } z \in (0,1) \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$ है, वाले बंटन से निकाला गया है।

$Y = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ का प्रायिकता घनत्व फलन $g(y)$ क्या है?

1. $g(y) = 3ny^{3n-1}\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
2. $g(y) = 1 - (1-y^3)^n\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
3. $g(y) = (1-y^3)^n\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
4. $g(y) = 3ny^2(1-y^3)^{n-1}\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.

52. Suppose $X_1, X_2, \cdots, X_n$ is a random sample from a distribution with probability density function $f(x) = 3x^2 \mathrm{I}_{(0,1)}(x)$, where $\mathrm{I}_{(0,1)}(z) = \begin{cases} 1 & if\ z \in (0,1) \\ 0 & otherwise \end{cases}$.

What is the probability density function $g(y)$ of $Y = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$?

1. $g(y) = 3ny^{3n-1}\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
2. $g(y) = 1 - (1-y^3)^n\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
3. $g(y) = (1-y^3)^n\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.
4. $g(y) = 3ny^2(1-y^3)^{n-1}\, \mathrm{I}_{(0,1)}(y)$.

53. $X_1, X_2, \cdots, X_n$ स्वतंत्रत: एवं सर्वथासमानत: बंटित $N(\theta, 1)$ यादृच्छिक चर हैं, जहां θ मात्र पूर्णांक मान लेता है, अर्थात् $\theta \epsilon \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$ । निम्न में से कौन-सा θ का अधिकतम संभाविता आकलक है?

1. $\bar{X}$
2. पूर्णांक जो $\bar{X}$ के निकटतम है।
3. $\bar{X}$ का पूर्णांक भाग (उच्चतम पूर्णांक $\leq \bar{X}$)।
4. $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ की मध्यिका।

53. $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are independent and identically distributed $N(\theta, 1)$ random variables, where θ takes only integer values i.e. $\theta \epsilon \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$.
Which of the following is the maximum likelihood estimator of θ?

1. $\bar{X}$
2. Integer closest to $\bar{X}$
3. Integer part of $\bar{X}$, (Largest integer $\leq \bar{X}$)
4. median of $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$

54. $E(X) > 0$ के साथ के एक यादृच्छिक चर X के लिए, विचरण का गुणांक ρ परिभाषित है $\rho = \frac{\sigma_X}{E(X)}$ द्वारा, जहां σ_x^2, X का प्रसरण है। मानें कि $X_1, X_2, \cdots, X_n$ एक प्रसामान्य समष्टि जिसका माध्य 2 है तथा अज्ञात विचरण गुणांक ρ है, से प्राप्त स्वतंत्र प्रतिदर्श हैं। यह चाहा जाता है कि $H_0: \rho \leq 5$ बनाम $H_1: \rho > 5$ का परीक्षण हो। संभाव्यता अनुपात परीक्षण इस प्रकार है: H_0 को अस्वीकार करें

1. यदि $\Sigma(X_i - 2)^2 > C$ है।
2. यदि $\Sigma(X_i - 2)^2 < C$ है।
3. यदि $\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{\bar{X} - 2} > C$ है।
4. यदि $\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{\bar{X} - 2} < C$ है।

54. For a random variable X, with $E(X) > 0$, the coefficient of variation ρ is defined as $\rho = \frac{\sigma_X}{E(X)}$ where σ_x^2 is the variance of X. Suppose $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are independent samples from a normal population with mean 2 and unknown coefficient of variation ρ. It is desired to test $H_0: \rho \leq 5$ against $H_1: \rho > 5$. The likelihood ratio test is of the form: Reject H_0 if

1. $\Sigma(X_i - 2)^2 > C$.
2. $\Sigma(X_i - 2)^2 < C$.
3. $\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{\bar{X} - 2} > C$.
4. $\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{\bar{X} - 2} < C$.

55. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$ आकड़े हैं, X-कृष्य भूमि तथा Y-वास्तविकत: कृषि के अधीन क्षेत्र, दोनों वर्ग फ़ुट में मापित, जिस पर मानें कि $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ प्रतिरूप $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$, जहां ε यादृच्छिक त्रुटि है, में α, β के न्यूनतम वर्ग आकलक हैं। यदि आंकड़ों को वर्ग मीटर पर रूपांरित किया जाये, तो

1. $\hat{\alpha}$ बदलेगा, परंतु $\hat{\beta}$ नहीं।
2. $\hat{\beta}$ बदलेगा, परंतु $\hat{\alpha}$ नहीं।
3. $\hat{\alpha}$ तथा $\hat{\beta}$, दोनों बदलेंगें।
4. $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ में कोई भी नहीं बदलेगा।

55. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$ are data on X-cultivable land in a district and Y-the area actually under cultivation, both measured in square feet. Let $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ be the least squares estimates of α, β in the model $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$, where ε is the random error. If the data are converted to square meters, then

1. $\hat{\alpha}$ may change but $\hat{\beta}$ will not.
2. $\hat{\beta}$ may change but $\hat{\alpha}$ will not.
3. both $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ may change.
4. Neither $\hat{\alpha}$ nor $\hat{\beta}$ will change.

56. मानें कि प्रसरण के एक-पथ विश्लेषण के एक प्रतिरूप में, सभी समूहों के माध्यों के वर्गों का योगफल 0 है (मानें कि सभी प्रेक्षण समान नहीं हैं)। तो सामान्य F- परीक्षण प्रतिदर्शज का मान, माध्यों की समानता के परीक्षण के लिए,

1. उपरोक्त जानकारी से निर्धारित नहीं किया जा सकता।
2. अपरिभाषित है।
3. 0 है।
4. 1 है।

56. Suppose in a one-way analysis of variance model, the sum of squares of all the group means is 0 (Assume that all the observations are not same). Then the value of the usual F- test statistic for testing the equality of means

1. cannot be determined from the above information.
2. is undefined.
3. is 0.
4. is 1.

57. मानें कि $(X_1, X_2, \cdots, X_p)$ एक यादृच्छिक सदिश है, माध्य $\underset{\sim}{\mu}$ तथा धन-निश्चित परिक्षेपण आव्यूह Σ के साथ। तो प्रथम मुख्य घटक का गुणांक सदिश $(l_1, l_2, \cdots, l_p)$, $\sum_{i=1}^{p} l_i X_i$

1. Σ के सभी अभिलक्षणिक मानों का सदिश है।
2. Σ के न्यूनतम अभिलक्षणिक मान से संगत अभिलक्षण सदिश है।
3. Σ के उच्चतम अभिलक्षण मान से संगत अभिलक्षण सदिश है।
4. Σ^{-1} के सभी अभिलक्षण मानों का सदिश है।

57. Let $(X_1, X_2, \cdots, X_p)$ be a random vector with mean $\underset{\sim}{\mu}$ and a positive definite dispersion matrix Σ. Then the coefficient vector $(l_1, l_2, \cdots, l_p)$ of the first principal component $\sum_{i=1}^{p} l_i X_i$ is

1. the vector of all the eigenvalues of Σ.
2. the eigenvector corresponding to the smallest eigenvalue of Σ.
3. the eigenvector corresponding to the largest eigenvalue of Σ.
4. the vector of all the eigenvalues of Σ^{-1}.

58. आमाप n का एक सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श (बिना पुन:स्थापन के) आमाप $N(\geq 7)$ की एक परिमित समष्टि से निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता क्या है कि चौथी समष्टि इकाई प्रतिदर्श में शामिल है परंतु छठी समष्टि इकाई प्रतिदर्श में शामिल नहीं है?

1. $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$
2. $\frac{n(N-n)}{N(N-1)}$
3. $\frac{(n-1)(N-n+1)}{N(N-1)}$
4. $\frac{n}{N}$

58. A simple random sample (without replacement) of size n is drawn from a finite population of size $N(\geq 7)$. What is the probability that the 4^{th} population unit is included in the sample but the 6^{th} population unit is not included in the sample?

1. $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$
2. $\frac{n(N-n)}{N(N-1)}$
3. $\frac{(n-1)(N-n+1)}{N(N-1)}$
4. $\frac{n}{N}$

59. (v, b, r, k, λ) एक संतुलित अपूर्ण खंड अभिकल्पना $(BIBD)$ के मानक प्राचल हैं। निम्न (v, b, r, k, λ) में से कौन-सा $BIBD$ के प्राचल हो सकते हैं?
1. $(v, b, r, k, \lambda) = (44, 33, 9, 12, 3)$
2. $(v, b, r, k, \lambda) = (17, 45, 8, 3, 1)$
3. $(v, b, r, k, \lambda) = (35, 35, 17, 17, 9)$
4. $(v, b, r, k, \lambda) = (16, 24, 9, 6, 3)$

59. (v, b, r, k, λ) are the standard parameters of a balanced incomplete block design $(BIBD)$. Which of the following (v, b, r, k, λ) can be parameters of a $BIBD$?
1. $(v, b, r, k, \lambda) = (44, 33, 9, 12, 3)$
2. $(v, b, r, k, \lambda) = (17, 45, 8, 3, 1)$
3. $(v, b, r, k, \lambda) = (35, 35, 17, 17, 9)$
4. $(v, b, r, k, \lambda) = (16, 24, 9, 6, 3)$

60. आगमन गति λ तथा सेवा गति μ, $\mu > \lambda$ के साथ, के एक M/M/1 कतार पर विचारें। समय 5 के पहले कोई भी ग्राहक तंत्र से बाहर नहीं गया, इसकी क्या प्रयिकता है?
1. $\frac{\mu e^{-5\lambda} - \lambda e^{-5\mu}}{\mu - \lambda}$
2. $e^{-5\lambda} - e^{-5\mu}$
3. $e^{-5\lambda} + (1 - e^{-5\lambda})\frac{e^{-5\mu}}{5\mu}$
4. $e^{-5\mu} + (1 - e^{-5\mu})\frac{e^{-5\lambda}}{5\lambda}$

60. Consider an M/M/1 Queue with arrival rate λ and service rate μ with $\mu > \lambda$. What is the probability that no customer exited the system before time 5?
1. $\frac{\mu e^{-5\lambda} - \lambda e^{-5\mu}}{\mu - \lambda}$
2. $e^{-5\lambda} - e^{-5\mu}$
3. $e^{-5\lambda} + (1 - e^{-5\lambda})\frac{e^{-5\mu}}{5\mu}$
4. $e^{-5\mu} + (1 - e^{-5\mu})\frac{e^{-5\lambda}}{5\lambda}$

भाग \PART 'C'

Unit-1

61. मानें कि A एक $n \times n$ व्युत्करणीय आव्यूह है, वास्तविक प्रविष्टियों के साथ। मानें कि $B = A^T$, A के परिवर्त को निर्दिष्ट करता है। निम्न आव्यूहों में से कौन-सा धनात्मक-निश्चित है?
1. $A + B$
2. $A^{-1} + B^{-1}$
3. AB
4. ABA

61. Let A be a $n \times n$ non-singular matrix with real entries. Let $B = A^T$ denote the transpose of A. Which of the following matrices are positive definite?
1. $A + B$
2. $A^{-1} + B^{-1}$
3. AB
4. ABA

62. मानें कि $s \in (0, 1)$। तो तय करें निम्न में से कौन-से सही हैं।
1. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s > m/n$
2. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n \epsilon \mathbb{N}\, s.t. \quad s < m/n$
3. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s = m/n$
4. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s = m + n$

62. Let $s \in (0, 1)$. Then decide which of the following are true.
1. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s > m/n$
2. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n \epsilon \mathbb{N}\, s.t. \quad s < m/n$
3. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s = m/n$
4. $\forall m \epsilon \mathbb{N}, \quad \exists\, n\, \epsilon \mathbb{N} s.t. \quad s = m + n$

63. मानें कि $f_n(x) = (-x)^n$, $x \epsilon [0, 1]$. तो तय करें कि निम्न में से कौन-से सहीं हैं।
1. f_n के एक बिंदुश: अभिसारी उपानुक्रम का अस्तित्व है।
2. f_n का कोई बिंदुश: अभिसारी उपानुक्रम नहीं है।
3. f_n सर्वत्र बिंदुश: अभिसरित होता है।
4. f_n का ठीक-ठीक एक बिंदुश: अभिसारी उपानुक्रम है।

63. Let $f_n(x) = (-x)^n$, $x\epsilon[0,1]$. Then decide which of the following are true.

1. there exists a pointwise convergent subsequence of f_n.
2. f_n has no pointwise convergent subsequence.
3. f_n converges pointwise everywhere.
4. f_n has exactly one pointwise convergent subsequence.

64. फलन $f(x) = \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right), x\epsilon(0,1)$ के लिए निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) = \overline{\lim}_{x\to 0} f(x)$
2. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) < \overline{\lim}_{x\to 0} f(x)$
3. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) = 1$
4. $\overline{\lim}_{x\to 0} f(x) = 0$

64. Which of the following are true for the function $f(x) = \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right), x\epsilon(0,1)$?

1. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) = \overline{\lim}_{x\to 0} f(x)$
2. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) < \overline{\lim}_{x\to 0} f(x)$
3. $\underline{\lim}_{x\to 0} f(x) = 1$
4. $\overline{\lim}_{x\to 0} f(x) = 0$

65. पता लगायें कि $x\,\epsilon\,(-\pi,\pi)$ के लिए निम्न में से कौन-सी श्रेणियां एकसमान अभिसरित होती हैं?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n|x|}}{n^3}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(xn)}{n^5}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n}\right)^n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{((x+\pi)n)^2}$

65. Find out which of the following series converge uniformly for $x\,\epsilon\,(-\pi,\pi)$.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n|x|}}{n^3}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(xn)}{n^5}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n}\right)^n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{((x+\pi)n)^2}$

66. तय करें कि निम्न फलनों में से कौन-से, $(0,1)$ पर एकसमानत: संतत है।

1. $f(x) = e^x$
2. $f(x) = x$
3. $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
4. $f(x) = \sin(x)$

66. Decide which of the following functions are uniformly continuous on $(0,1)$.

1. $f(x) = e^x$
2. $f(x) = x$
3. $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
4. $f(x) = \sin(x)$

67. मानें कि $\chi_A(x)$ उस फलन को निर्दिष्ट करता है जो यदि $x\epsilon A$ है तो 1, तथा अन्यथा 0 है।

$$f(x) = \sum_{n=1}^{200} \frac{1}{n^6}\chi_{\left[0,\frac{n}{200}\right]}(x), \quad x\epsilon[0,1].$$

पर विचारें। तो $[0,1]$ पर $f(x)$

1. रीमान् समाकलनीय है।
2. लेबेग समाकलनीय है।
3. एक संतत फलन है।
4. एक एकदिष्ट फलन है।

67. Let $\chi_A(x)$ denote the function which is 1 if $x\epsilon A$ and 0 otherwise. Consider

$$f(x) = \sum_{n=1}^{200} \frac{1}{n^6} \chi_{\left[0,\frac{n}{200}\right]}(x), \quad x\epsilon[0,1].$$

Then $f(x)$ is

1. Riemann integrable on [0,1].
2. Lebesgue integrable on [0,1].
3. is a continuous function on [0,1].
4. is a monotone function on [0,1].

68. $\mathbb{R}^2$ पर एक फलन $f(x,y)$ के निम्न आंशिक अवकलज हैं

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = x^2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = y^2.$$

तो

1. f के दिक्-अवकलज सर्वत्र सभी दिशाओं में है।
2. f का एक अवकलज सभी बिंदुओं पर है।
3. f का मात्र दिशा (1,1) के समांतर सर्वत्र एक दिक्-अवकलज है।
4. f का कोई दिक्-अवकलज सर्वत्र किसी भी दिशा में नहीं है।

68. A function $f(x,y)$ on $\mathbb{R}^2$ has the following partial derivatives

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = x^2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = y^2.$$

Then

1. f has directional derivatives in all directions everywhere.
2. f has a derivative at all points.
3. f has directional derivative only along the direction (1,1) everywhere.
4. f does not have directional derivatives in any direction everywhere.

69. मानें कि $\mathbb{R}^n$ पर d_1, d_2 निम्न दूरीक हैं:

$$d_1(x,y) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|, \qquad d_2(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2\right)^{1/2}.$$

तो तय करें कि निम्न में से कौन-सा $\mathbb{R}^n$ पर एक दूरीक है।

1. $d(x,y) = \frac{d_1(x,y) + d_2(x,y)}{1 + d_1(x,y) + d_2(x,y)}$
2. $d(x,y) = d_1(x,y) - d_2(x,y)$
3. $d(x,y) = d_1(x,y) + d_2(x,y)$
4. $d(x,y) = e^{\pi} d_1(x,y) + e^{-\pi} d_2(x,y)$

69. Let d_1, d_2 be the following metrics on $\mathbb{R}^n$.

$$d_1(x,y) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|, \qquad d_2(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2\right)^{1/2}.$$

Then decide which of the following is a metric on $\mathbb{R}^n$.

1. $d(x,y) = \frac{d_1(x,y) + d_2(x,y)}{1 + d_1(x,y) + d_2(x,y)}$
2. $d(x,y) = d_1(x,y) - d_2(x,y)$
3. $d(x,y) = d_1(x,y) + d_2(x,y)$
4. $d(x,y) = e^{\pi} d_1(x,y) + e^{-\pi} d_2(x,y)$

70. मानें कि A, $\mathbb{R}^2$ का निम्न उपसमुच्चय है:

$A = \{(x,y) : (x+1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x,y) : y =$ xsin1x,x>0.

तो

1. A संबद्ध है।
2. A संहत है।
3. A पथ-संबंधित है।
4. A परिबद्ध है।

70. Let A be the following subset of $\mathbb{R}^2$:

$$A = \{(x,y) : (x+1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \left\{(x,y) : y = x\sin\frac{1}{x}, x > 0\right\}.$$

Then

1. A is connected
2. A is compact
3. A is path connected
4. A is bounded

71. मानें कि

$$\ell^{\infty} = \left\{\underline{a} = (a_k)_{k\geq 1} : a_k \epsilon \mathbb{C}, \sup_k |a_k| \equiv \|\underline{a}\|_{\infty} < \infty\right\}$$

$$\ell^2 = \left\{\underline{a} = (a_k)_{k\geq 1} : a_k \epsilon \mathbb{C}: \left(\sum |a_k|^2\right)^{1/2} \equiv \|\underline{a}\|_2 < \infty\right\}$$

एक मानचित्र $T : \ell^{\infty} \to \ell^2$ को इस प्रकार परिभाषित करें: $T\,\underline{a} = \left\{a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{3}, \ldots\right\}$

निम्न कथनों में से कौन-सा सही है?

1. T एक संतत रैखिक मानचित्र है।
2. ℓ^{∞} को ℓ^2 पर T आच्छादकत: मानचित्रित करता है।
3. T^{-1} का अस्तित्व है तथा वह संतत है।
4. T एकसमानत: संतत है।

71. Let

$$\ell^\infty = \left\{\underline{a} = (a_k)_{k\geq 1} : a_k \epsilon \mathbb{C}, \sup_k |a_k| \equiv \|\underline{a}\|_\infty < \infty\right\}$$

$$\ell^2 = \left\{\underline{a} = (a_k)_{k\geq 1} : a_k \epsilon \mathbb{C}: \left(\sum |a_k|^2\right)^{1/2} \equiv \|\underline{a}\|_2 < \infty\right\}$$

Define a map $T : \ell^\infty \to \ell^2$ as

$$T\,\underline{a} = \left\{a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{3}, \dots\right\}.$$

Which of the following statements is true?

1. T is a continuous linear map
2. T maps ℓ^∞ onto ℓ^2
3. T^{-1} exists and is continuous
4. T is uniformly continuous

72. मानें कि $A = [a_{ij}]$ एक $n \times n$ आव्यूह है ताकि सभी $i.j$ के लिए a_{ij} एक पूर्णांक है। मानें कि $AB = I$, $B = [b_{ij}]$ के साथ (जहां I तत्समक आव्यूह है)। वर्ग आव्यूह C के लिए, $\det C$ उसके सारणिक को निर्दिष्ट करता है। निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?

1. यदि $\det A = 1$ है, तो $\det B = 1$ है।
2. हर b_{ij} के एक पूर्णांक होने के लिए $\det A$ का पूर्णांक होना पर्याप्त प्रतिबंध है ।
3. B हमेशा एक पूर्णांक आव्यूह है।
4. हर b_{ij} के एक पूर्णांक होने के लिए एक आवश्यक प्रतिबंध है $\det A \in \{-1, +1\}$ हो।

72. Let $A = [a_{ij}]$ be an $n \times n$ matrix such that a_{ij} is an integer for all $i.j$. Let $AB = I$ with $B = [b_{ij}]$ (where I is the identity matrix). For a square matrix C, $\det C$ denotes its determinant. Which of the following statements is true?

1. If $\det A = 1$ then $\det B = 1$.
2. A sufficient condition for each b_{ij} to be an integer is that $\det A$ is an integer.
3. B is always an integer matrix.
4. A necessary condition for each b_{ij} to be an integer is $\det A \in \{-1, +1\}$.

73. मानें कि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा मानें कि α_n तथा β_n, A^n के दो अभिलक्षणिक मानों को निर्दिष्ट करते हैं ताकि $|\alpha_n| \geq |\beta_n|$ है। तो

1. जैसे $n \to \infty$, $\alpha_n \to \infty$
2. जैसे $n \to \infty$, $\beta_n \to 0$
3. यदि n सम है तो β_n धन है।
4. यदि n विषम है तो β_n ऋण है।

73. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and let α_n and β_n denote the two eigenvalues of A^n such that $|\alpha_n| \geq |\beta_n|$. Then

1. $\alpha_n \to \infty$ as $n \to \infty$
2. $\beta_n \to 0$ as $n \to \infty$
3. β_n is positive if n is even.
4. β_n is negative if n is odd.

74. मानें कि M_n सभी वास्तविक $n \times n$ आव्यूहों की सदिश समष्टि को निर्दिष्ट करता है। M_n के निम्न उपसमुच्चयों में से तय करें कि कौन-सी रैखिक उपसमष्टियां हैं।

1. $V_1 = \{A \epsilon M_n :$ A व्युत्क्रमणीय है $\}$
2. $V_2 = \{A \epsilon M_n : \det(A) = 0\}$
3. $V_3 = \{A \epsilon M_n :$ अनुरेख $(A) = 0\}$
4. $V_4 = \{BA : A \epsilon M_n\}$, जहां M_n में B एक नियत आव्यूह है।

74. Let M_n denote the vector space of all $n \times n$ real matrices. Among the following subsets of M_n, decide which are linear subspaces.

1. $V_1 = \{A \epsilon M_n :$ A is nonsingular$\}$
2. $V_2 = \{A \epsilon M_n : \det(A) = 0\}$
3. $V_3 = \{A \epsilon M_n :$ trace $(A) = 0\}$
4. $V_4 = \{BA : A \epsilon M_n\}$, where B is some fixed matrix in M_n.

75. यदि P तथा Q व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं ताकि $PQ = -QP$ है, तो हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

1. $Tr(P) = Tr(Q) = 0$
2. $Tr(P) = Tr(Q) = 1$
3. $Tr(P) = -Tr(Q)$
4. $Tr(P) \neq Tr(Q)$

75. If P and Q are invertible matrices such that $PQ = -QP$, then we can conclude that

1. $Tr(P) = Tr(Q) = 0$
2. $Tr(P) = Tr(Q) = 1$
3. $Tr(P) = -Tr(Q)$
4. $Tr(P) \neq Tr(Q)$

76. मानें कि n एक विषम संख्या है ≥ 7. मानें कि $A = [a_{ij}]$ एक $n \times n$ आव्यूह है, $a_{i,i+1} = 1$ सभी $i = 1,2,\ldots,n-1$ के लिए तथा $a_{n,1} = 1$. मानें कि $a_{ij} = 0$ सभी अन्य युगलों (i,j) के लिए। तो हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

1. A के अभिलक्षणिक मानों में एक 1 है।
2. A के अभिलक्षणिक मानों में एक -1 है।
3. A का कम-से-कम एक अभिलक्षणिक मान है जिसकी बहुकता ≥ 2 है।
4. A का कोई वास्तविक अभिलक्षणिक मान नहीं है।

76. Let n be an odd number ≥ 7. Let $A = [a_{ij}]$ be an $n \times n$ matrix with $a_{i,i+1} = 1$ for all $i = 1,2,\ldots,n-1$ and $a_{n,1} = 1$. Let $a_{ij} = 0$ for all the other pairs (i,j). Then we can conclude that

1. A has 1 as an eigenvalue.
2. A has -1 as an eigenvalue.
3. A has at least one eigenvalue with multiplicity ≥ 2.
4. A has no real eigenvalues.

77. मानें कि W_1, W_2, W_3, $\mathbb{R}^{10}$ के तीन भिन्न उपसमष्टियां हैं ताकि हर W_i की विमा 9 है। मानें कि $W = W_1 \cap W_2 \cap W_3$ है। तो हम यह निष्कर्ष पर पहुंच सकते हैं कि

1. यह आवश्यक नहीं है कि $\mathbb{R}^{10}$ की एक उपसमष्टि W हो।
2. $\dim W \leq 8$
3. $\dim W \geq 7$
4. $\dim W \leq 3$

77. Let W_1, W_2, W_3 be three distinct subspaces of $\mathbb{R}^{10}$ such that each W_i has dimension 9. Let $W = W_1 \cap W_2 \cap W_3$. Then we can conclude that

1. W may not be a subspace of $\mathbb{R}^{10}$
2. $\dim W \leq 8$
3. $\dim W \geq 7$
4. $\dim W \leq 3$

78. मानें कि A एक वास्तविक सममित आव्यूह है। तो हम इस निष्कर्ष पर पहुंच सकते हैं कि

1. A के अभिलक्षणिक मानों में 0 नहीं है।
2. A के सभी अभिलक्षणिक मान वास्तविक हैं।
3. यदि A^{-1} का अस्तित्व है, तो A^{-1} वास्तविक तथा सममित है।
4. A का कम से कम एक धन अभिलक्षणिक मान है।

78. Let A be a real symmetric matrix. Then we can conclude that

1. A does not have 0 as an eigenvalue
2. All eigenvalues of A are real
3. If A^{-1} exists, then A^{-1} is real and symmetric
4. A has at least one positive eigenvalue

Unit-2

79. मानें कि $f(z)$, $\frac{z}{(1-e^z)\sin z}$ से दिया जाने वाला एक अनंतकी फलन है। तो

1. $z = 0$ एक द्विघात अनंतक है।
2. हर $k\epsilon\mathbb{Z}$ के लिए, $z = 2\pi i k$ एक सरल अनंतक है।
3. हर $k\epsilon\mathbb{Z}\backslash\{0\}$ के लिए, $z = k\pi$ एक सरल अनंतक है।
4. $z = \pi + 2\pi i$ एक अनंतक है।

79. Let $f(z)$ be the meromorphic function given by $\frac{z}{(1-e^z)\sin z}$. Then

1. $z = 0$ is a pole of order 2.
2. for every $k\epsilon\mathbb{Z}$, $z = 2\pi i k$ is a simple pole.
3. for every $k\epsilon\mathbb{Z}\backslash\{0\}$, $z = k\pi$ is a simple pole.
4. $z = \pi + 2\pi i$ is a pole.

80. बहुपद

$$P(z) = \sum_{n=1}^{N} a_n z^n, \qquad 1 \leq N < \infty, \qquad a_n \epsilon \mathbb{R}\backslash\{0\}$$

पर विचारें। तो $\mathbb{D} = \{w \in \mathbb{C}: |w| < 1\}$ के साथ

1. $P(\mathbb{D}) \subseteq \mathbb{R}$
2. $P(\mathbb{D})$ विवृत है।
3. $P(\mathbb{D})$ संवृत है।
4. $P(\mathbb{D})$ परिबद्ध है।

80. Consider the polynomial

$$P(z) = \sum_{n=1}^{N} a_n z^n, \qquad 1 \le N < \infty, \qquad a_n \epsilon \mathbb{R} \backslash \{0\}$$

Then, with $\mathbb{D} = \{w \in \mathbb{C}: |w| < 1\}$

1. $P(\mathbb{D}) \subseteq \mathbb{R}$
2. $P(\mathbb{D})$ is open
3. $P(\mathbb{D})$ is closed
4. $P(\mathbb{D})$ is bounded

81. बहुपद

$$P(z) = \left(\sum_{n=0}^{5} a_n z^n\right)\left(\sum_{n=0}^{9} b_n z^n\right)$$

जहां, $a_n, b_n \epsilon \mathbb{R}\ \forall n, a_5 \neq 0, b_9 \neq 0$ हैं। तो बहुकता युक्त मूलों को गिनते हुए हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $P(z)$

1. के कम से कम दो वास्तविक मूल हैं।
2. के 14 सम्मिश्र मूल हैं।
3. का कोई वास्तविक मूल नहीं है।
4. के 12 सम्मिश्र मूल हैं।

81. Consider the polynomial

$$P(z) = \left(\sum_{n=0}^{5} a_n z^n\right)\left(\sum_{n=0}^{9} b_n z^n\right)$$

where $a_n, b_n \epsilon \mathbb{R}\ \forall n, a_5 \neq 0, b_9 \neq 0$. Then counting roots with multiplicity we can conclude that $P(z)$ has

1. at least two real roots.
2. 14 complex roots.
3. no real roots.
4. 12 complex roots.

82. मानें कि $\mathbb{C}$ पर $\mathbb{D}$ एक विवृत इकाई चक्रिका है। मानें कि $g: \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ होलोमार्फिक है, $g(0) = 0$, तथा मानें कि $h(z) = \begin{cases} g(z)/z, & z\epsilon\mathbb{D}, z \neq 0 \\ g'(0), & z = 0 \end{cases}$.

निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?

1. $\mathbb{D}$ में h होलोमार्फ़िक है
2. $h(\mathbb{D}) \subseteq \overline{\mathbb{D}}$.
3. $|g'(0)| > 1$.
4. $|g(1/2)| \le 1/2$.

82. Let $\mathbb{D}$ be the open unit disc in $\mathbb{C}$. Let $g: \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ be holomorphic, $g(0) = 0$, and let $h(z) = \begin{cases} g(z)/z, & z\epsilon\mathbb{D}, z \neq 0 \\ g'(0), & z = 0 \end{cases}$.

Which of the following statements are true?

1. h is holomorphic in $\mathbb{D}$.
2. $h(\mathbb{D}) \subseteq \overline{\mathbb{D}}$.
3. $|g'(0)| > 1$.
4. $|g(1/2)| \le 1/2$.

83. $\mathbb{R}$ पर 2×2 व्युत्क्रमणीय आव्यूहों के समूह के निम्न उपसमुच्चयों पर विचारें।

$$G = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} : a, b, d \in \mathbb{R},\ ad = 1\right\}$$

$$H = \left\{\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R}\right\}.$$

निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?

1. आव्यूह गुणन के अंदर G एक समूह बनाता है।
2. G का एक सामान्य उपसमूह H है ।
3. भागफल समूह G/H सुपरिभाषित है तथा आबेली है।
4. भागफल समूह G/H सुपरिभाषित है तथा ($\mathbb{R}$ पर) सारणिक 1 के साथ, 2×2 विकर्ण आव्यूहो के समूह के साथ तुल्याकारी है।

83. Consider the following subsets of the group of 2×2 non-singular matrices over $\mathbb{R}$:

$$G = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} : a, b, d \in \mathbb{R},\ ad = 1\right\}$$

$$H = \left\{\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R}\right\}.$$

Which of the following statements are correct?

1. G forms a group under matrix multiplication.
2. H is a normal subgroup of G.
3. The quotient group G/H is well-defined and is Abelian.
4. The quotient group G/H is well defined and is isomorphic to the group of 2×2 diagonal matrices (over $\mathbb{R}$) with determinant 1.

84. मानें कि $\mathbb{C}$ सम्मिश्र संख्याओं का क्षेत्र हैं तथा $\mathbb{C}^*$, गुणन के अंदर शून्येतर सम्मिश्र संख्याओं का समूह। तो निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. $\mathbb{C}^*$ चक्रिक है।
2. $\mathbb{C}^*$ का हर परिमित उपसमूह चक्रिक है।
3. $\mathbb{C}^*$ के परिमिततः कई परिमित उपसमूह हैं।
4. $\mathbb{C}^*$ का हर उचित उपसमूह चक्रिक है।

84. Let $\mathbb{C}$ be the field of complex numbers and $\mathbb{C}^*$ be the group of non zero complex numbers under multiplication. Then which of the following are true?
1. $\mathbb{C}^*$ is cyclic .
2. Every finite subgroup of $\mathbb{C}^*$ is cyclic.
3. $\mathbb{C}^*$ has finitely many finite subgroups.
4. Every proper subgroup of $\mathbb{C}^*$ is cyclic.

85. मानें कि R एक परिमित शून्येतर क्रमविनिमेय वलय, तत्समक अवयव के साथ है। तो निम्न कथनों में से कौन-से आवश्यकत: सही हैं?
1. R का कोई भी शून्येतर अवयव, या तो एकक है या शून्य का भाजक है।
2. यह संभव है कि R के एक शून्येतर अवयव का अस्तित्व है, जो न तो एकक है न तो शून्य का भाजक है।
3. R का हर अभाज्य गुणजावली उच्चिष्ठ है।
4. यदि R का कोई शून्य का भाजक नहीं है तो R के किसी भी योज्य उपसमूह का घात एक अभाज्य घात है।

85. Let R be a finite non-zero commutative ring with unity. Then which of the following statements are necessarily true?
1. Any non-zero element of R is either a unit or a zero divisor.
2. There may exist a non-zero element of R which is neither a unit nor a zero divisor.
3. Every prime ideal of R is maximal.
4. If R has no zero divisors then order of any additive subgroup of R is a prime power.

86. निम्न कथनों में से कौन-से आवश्यकत: सही हैं?
1. $\mathbb{Z}[x]$ एक मुख्य गुणजावली प्रांत है।
2. $\mathbb{Z}[x,y]/\langle y+1\rangle$ एक अद्‌वितीय गुणनखंडन प्रांत है।
3. यदि R एक मुख्य गुणजावली प्रांत है, तथा $\mathfrak{p}$ एक शून्येतर अभाज्य गुणजावली, है तो $R/\mathfrak{p}$ के परिमितत: बहुत अभाज्य गुणजावलियां हैं।
4. यदि R एक मुख्य गुणजावली प्रांत है, तो R का कोई भी उपवलय जिसमें 1 अंतर्विष्ट है, वह फिर एक मुख्य गुणजावली प्रांत है।

86. Which of the following statements are true?
1. $\mathbb{Z}[x]$ is a principal ideal domain.
2. $\mathbb{Z}[x,y]/\langle y+1\rangle$ is a unique factorization domain.
3. If R is a principal ideal domain and $\mathfrak{p}$ is a non-zero prime ideal, then $R/\mathfrak{p}$ has finitely many prime ideals
4. If R is a principal ideal domain, then any subring of R containing 1 is again a principal ideal domain

87. मानें कि R एक क्रमविनिमेय वलय है, तत्समक अवयव के साथ, तथा $R[x]$ एक चर में एक बहुपद वलय है। किसी शून्येतर $f=\sum_{n=0}^{N} a_n x^n$ के लिए परिभाषित करें कि $\omega(f)$ है **लघुत्तम** n, ताकि $a_n \neq 0$ और $\omega(0)=+\infty$. तो निम्न कथनों में से कौन-सा/से सही है/हैं?
1. $\omega(f+g) \geq \min(\omega(f),\omega(g))$.
2. $\omega(fg) \geq \omega(f)+\omega(g)$.
3. $\omega(f+g)=\min(\omega(f),\omega(g))$, if $\omega(f)\neq\omega(g)$.
4. यदि R एक पूर्णांक प्रांत है, तो $\omega(fg)=\omega(f)+\omega(g)$ है।

87. Let R be a commutative ring with unity and $R[x]$ be the polynomial ring in one variable. For a non zero $f=\sum_{n=0}^{N} a_n x^n$, define $\omega(f)$ to be the **smallest** n such that $a_n \neq 0$. Also $\omega(0)=+\infty$. Then which of the following statements is/are true?
1. $\omega(f+g) \geq \min(\omega(f),\omega(g))$.
2. $\omega(fg) \geq \omega(f)+\omega(g)$.
3. $\omega(f+g)=\min(\omega(f),\omega(g))$, if $\omega(f)\neq\omega(g)$.
4. $\omega(fg)=\omega(f)+\omega(g)$, if R is an integral domain.

88. मानें कि $\mathbb{F}_2$ एक परिमित क्षेत्र है घात 2 का। तो निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?
1. $\mathbb{F}_2[x]$ के मात्र परिमितत: बहुत अलघुकरणीय अवयव है।
2. $\mathbb{F}_2[x]$ का घात 2 का ठीक-ठीक एक अलघुकरणीय बहुपद है।
3. $\mathbb{F}_2$ पर $\mathbb{F}_2[x]/\langle x^2+1\rangle$ एक परिमित विमा सदिश समष्टि है।
4. $\mathbb{F}_2[x]$ में घात 5 का कोई भी अलघुकरणीय बहुपद, $\mathbb{F}_2$ के किसी भी बीजत: संवृतता में भिन्न मूल रखता है।

88. Let $\mathbb{F}_2$ be the finite field of order 2. Then which of the following statements are true?
1. $\mathbb{F}_2[x]$ has only finitely many irreducible elements.
2. $\mathbb{F}_2[x]$ has exactly one irreducible polynomial of degree 2.
3. $\mathbb{F}_2[x]/\langle x^2+1\rangle$ is a finite dimensional vector space over $\mathbb{F}_2$.
4. Any irreducible polynomial in $\mathbb{F}_2[x]$ of degree 5 has distinct roots in any algebraic closure of $\mathbb{F}_2$.

89. मानें कि (X, d) एक दूरीक समष्टि है। तो
1. X में एक स्वेच्छ विवृत समुच्चय G संवृत समुच्चयों का एक गणनीय सम्मिलन है।
2. यदि X संबद्ध है तो X में एक स्वेच्छ विवृत समुच्चय G, संवृत समुच्चयों का एक गणनीय सम्मिलन नहीं हो सकता।
3. मात्र यदि X गणनीय है, X में एक स्वेच्छ विवृत समुच्चय G, संवृत समुच्चयों का एक गणनीय सम्मिलन है।
4. मात्र यदि X स्थानतः संहत है, X में एक स्वेच्छ विवृत समुच्चय G, संवृत समुच्चयों का एक गणनीय सम्मिलन है।

89. Let (X, d) be a metric space. Then
1. An arbitrary open set G in X is a countable union of closed sets.
2. An arbitrary open set G in X cannot be countable union of closed sets if X is connected.
3. An arbitrary open set G in X is a countable union of closed sets only if X is countable.
4. An arbitrary open set G in X is a countable union of closed sets only if X is locally compact.

90. मानें कि $S = \{(x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 | -1 \le x \le 1$ तथा $-1 \le y \le 1\}$. मानें कि $T = S\backslash(0,0)$, S से निर्देश मूल बिंदु को निकाल देने के बाद पाया गया समुच्चय है। मानें कि T से $\mathbb{R}$ तक, f एक संतत फलन है। सभी सही विकल्पों को चुनें:
1. f के प्रतिबिंब को संबद्ध होना चाहिए।
2. f के प्रतिबिंब को संहत होना चाहिए।
3. ऐसे किसी भी संतत फलन f को S से $\mathbb{R}$ तक के एक संतत फलन तक विस्तृत किया जा सकता है।
4. यदि S से $\mathbb{R}$ तक के एक संतत फलन तक यदि f को विस्तृत किया जा सकता है तो f का प्रतिबिंब परिबद्ध है।

90. Let $S = \{(x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 | -1 \le x \le 1 \text{ and } -1 \le y \le 1\}$. Let $T = S\backslash(0,0)$, the set obtained by removing the origin from S. Let f be a continuous function from T to $\mathbb{R}$. Choose all correct options.
1. Image of f must be connected.
2. Image of f must be compact.
3. Any such continuous function f can be extended to a continuous function from S to $\mathbb{R}$.
4. If f can be extended to a continuous function from S to $\mathbb{R}$ then the image of f is bounded.

Unit-3

91. मानें कि $x: [0,3\pi] \to \mathbb{R}$ सा.अ.स. $x''(t) + e^{t^2}x(t) = 0, t\,\epsilon\,[0,3\pi]$ का एक शून्येतर हल है। तो समुच्चय $\{t\,\epsilon\,[0,3\pi]: x(t) = 0\}$ की गुणनसांख्यिकी है
1. 1 के समान
2. 2 से अधिक या समान
3. 2 के समान
4. 3 से अधिक या समान

91. Let $x: [0,3\pi] \to \mathbb{R}$ be a nonzero solution of the ODE

$$x''(t) + e^{t^2}x(t) = 0, \text{ for } t\,\epsilon\,[0,3\pi].$$

Then the cardinality of the set

$\{t\,\epsilon\,[0,3\pi]: x(t) = 0\}$ is
1. equal to 1
2. greater than or equal to 2
3. equal to 2
4. greater than or equal to 3

92. प्रारंभिक मान समस्या

$y'(t) = f(y(t)), \quad y(0) = a \in \mathbb{R}$

जहां $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ है, पर विचारें। निम्न कथनों में से कौन-से आवश्यकत: सत्य हैं?

1. एक संतत फलन $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ तथा $a \epsilon \mathbb{R}$ का अस्तित्व है ताकि उपरोक्त समस्या का कोई हल 0 के किसी भी सामीप्य में नहीं है।
2. जब f लिपशिट्ज़् संतत है, हर $a \epsilon \mathbb{R}$ के लिए समस्या का एक अद्‌वितीय हल है।
3. जब f दो बार संतत अवकलनीय है, उपरोक्त् प्रारंभिक मान समस्या के लिए अस्तित्व का उच्चिष्ठ अंतराल $\mathbb{R}$ है।
4. जब f परिबद्ध है तथा संतत अवकलनीय है, उपरोक्त समस्या के अस्तित्व का उच्चिष्ठ अंतराल $\mathbb{R}$ है।

92. Consider the initial value problem

$y'(t) = f(y(t)), \quad y(0) = a \in \mathbb{R}$ where $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Which of the following statements are necessarily true?

1. There exists a continuous function $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ and $a \epsilon \mathbb{R}$ such that the above problem does not have a solution in any neighbourhood of 0.
2. The problem has a unique solution for every $a \epsilon \mathbb{R}$ when f is Lipschitz continuous.
3. When f is twice continuously differentiable, the maximal interval of existence for the above initial value problem is $\mathbb{R}$.
4. The maximal interval of existence for the above problem is $\mathbb{R}$ when f is bounded and continuously differentiable.

93. मानें कि $t > 0$ के लिए $(x(t), y(t))$

$$\frac{dx}{dt} = -x + y, \quad \frac{dy}{dt} = -y, \quad x(0) = y(0) = 1.$$

का समाधान करता है। तो $x(t)$ इस समान है

1. $e^{-t} + t\ y(t)$
2. $y(t)$
3. $e^{-t}(1+t)$
4. $-y(t)$

93. Let $(x(t), y(t))$ satisfy for $t > 0$

$$\frac{dx}{dt} = -x + y, \quad \frac{dy}{dt} = -y, \quad x(0) = y(0) = 1.$$

Then $x(t)$ is equal to

1. $e^{-t} + t\ y(t)$
2. $y(t)$
3. $e^{-t}(1+t)$
4. $-y(t)$

94. $u(x,t)$ के लिए तरंग समीकरण पर विचारें:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,\infty) \\ u(x,0) &= f(x),\ x \in \mathbb{R} \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= g(x),\ x \in \mathbb{R} \end{aligned}\right\}$$

मानें कि उपरोक्त समस्या का हल u_i है, $f = f_i$ तथा $g = g_i$, $i = 1,2$ के लिए जहां $f_i: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ तथा $g_i: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ दिये गये C^2 फलन हैं जो हर $x \in [-1,1]$ के लिए $f_1(x) = f_2(x)$ तथा $g_1(x) = g_2(x)$ का समाधान करते हैं। निम्न कथनों में से कौन-से आवश्यकत: सत्य हैं?

1. $u_1(0,1) = u_2(0,1)$
2. $u_1(1,1) = u_2(1,1)$
3. $u_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = u_2\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$
4. $u_1(0,2) = u_2(0,2)$

94. Consider the wave equation for $u(x,t)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,\infty) \\ u(x,0) &= f(x),\ x \in \mathbb{R} \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= g(x),\ x \in \mathbb{R} \end{aligned}\right\}$$

Let u_i be the solution of the above problem with $f = f_i$ and $g = g_i$ for $i = 1,2$, where $f_i: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ and $g_i: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ are given C^2 functions satisfying $f_1(x) = f_2(x)$ and $g_1(x) = g_2(x)$, for every $x \in [-1,1]$. Which of the following statements are necessarily true?

1. $u_1(0,1) = u_2(0,1)$
2. $u_1(1,1) = u_2(1,1)$
3. $u_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = u_2\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$
4. $u_1(0,2) = u_2(0,2)$

95. मानें कि $u: \mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ एक C^2 फलन हैं जो सभी $(x, y) \neq (0,0)$ के लिए $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ का समाधान करता है। माने कि u इस रूप में है: $u(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, जहां $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$ एक अचरेतर फलन है, तो

1. $\lim_{x^2+y^2\to 0}|u(x,y)| = \infty$
2. $\lim_{x^2+y^2\to 0}|u(x,y)| = 0$
3. $\lim_{x^2+y^2\to \infty}|u(x,y)| = \infty$
4. $\lim_{x^2+y^2\to \infty}|u(x,y)| = 0$

95. Let $u: \mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\} \to \mathbb{R}$ be a C^2 function satisfying $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, for all $(x, y) \neq (0,0)$. Suppose u is of the form $u(x, y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$, where $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$, is a nonconstant function, then

1. $\lim_{x^2+y^2\to 0}|u(x,y)| = \infty$
2. $\lim_{x^2+y^2\to 0}|u(x,y)| = 0$
3. $\lim_{x^2+y^2\to \infty}|u(x,y)| = \infty$
4. $\lim_{x^2+y^2\to \infty}|u(x,y)| = 0$

96. कोशी समस्या

$$\left.\begin{aligned} y\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ u = g \text{ on } \Gamma \end{aligned}\right\}$$

का एक अद्‌वितीय हल, हर अवकलनीय फलन $g: \Gamma \to \mathbb{R}$ के लिए Γ के सामीप्य में है, यदि

1. $\Gamma = \{(x, 0): x > 0\}$
2. $\Gamma = \{(x, y): x^2 + y^2 = 1\}$
3. $\Gamma = \{(x, y): x + y = 1, x > 1\}$
4. $\Gamma = \{(x, y): y = x^2,\ x > 0\}$

96. The Cauchy problem

$$\left.\begin{aligned} y\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ u = g \text{ on } \Gamma \end{aligned}\right\}$$

has a unique solution in a neighbourhood of Γ for every differentiable function $g: \Gamma \to \mathbb{R}$ if

1. $\Gamma = \{(x, 0): x > 0\}$
2. $\Gamma = \{(x, y): x^2 + y^2 = 1\}$
3. $\Gamma = \{(x, y): x + y = 1, x > 1\}$
4. $\Gamma = \{(x, y): y = x^2,\ x > 0\}$

97. $u' = f(x, u)$ को हल करने के लिए रैखिक बहुचरण विधि $u_{j+1} = (1 - a)u_j + au_{j-1} + \frac{h}{4}\{(a + 3)u'_{j+1} +$ *3a+1uj−1′* की कोटि है

1. 2 if $a = -1$
2. 2 if $a = -2$
3. 3 if $a = -1$
4. 3 if $a = -2$

97. The order of linear multi step method $u_{j+1} = (1 - a)u_j + au_{j-1} + \frac{h}{4}\{(a + 3)u'_{j+1} +$ *3a+1uj−1′* for solving $u' = f(x, u)$ is

1. 2 if $a = -1$
2. 2 if $a = -2$
3. 3 if $a = -1$
4. 3 if $a = -2$

98. फलनक

$$J[y] = \int_0^1 (y'^2 + x^2)dx$$

जहां $y = 2x - 1$ पर $y(0) = -1$ तथा $y(1) = 1$, हैं, का

1. दुर्बल न्यूनतम है।
2. दुर्बल उच्चतम है।
3. प्रबल न्यूनतम है।
4. प्रबल उच्चतम है।

98. The functional

$$J[y] = \int_0^1 (y'^2 + x^2)dx$$

where $y(0) = -1$ and $y(1) = 1$ on $y = 2x - 1$, has

1. weak minimum
2. weak maximum
3. strong minimum
4. strong maximum

99. मानें कि $y(x)$ एक खंडशः संतत: अवकलनीय फलन $[0,4]$ पर है। तो फलनक

$$J[y] = \int_0^4 (y' - 1)^2(y' + 1)^2 dx$$

एक न्यूनतम पर पहुंचता है यदि $y = y(x)$ है

1. $y = \frac{x}{2}$ $\quad 0 \le x \le 4$
2. $y = \begin{cases} -x & 0 \le x \le 1 \\ x - 2 & 1 \le x \le 4 \end{cases}$
3. $y = \begin{cases} 2x, & 0 \le x \le 2 \\ -x + 6, & 2 \le x \le 4 \end{cases}$
4. $y = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 3 \\ -x + 6 & 3 \le x \le 4 \end{cases}$

99. Let $y(x)$ be a piecewise continuously differentiable function on [0,4]. Then the functional

$$J[y] = \int_0^4 (y'-1)^2(y'+1)^2 dx$$

attains minimum if $y = y(x)$ is

1. $y = \frac{x}{2} \quad 0 \le x \le 4$
2. y= $\begin{cases} -x & 0 \le x \le 1 \\ x-2 & 1 \le x \le 4 \end{cases}$
3. y= $\begin{cases} 2x, & 0 \le x \le 2 \\ -x+6, & 2 \le x \le 4 \end{cases}$
4. y= $\begin{cases} x, & 0 \le x \le 3 \\ -x+6 & 3 \le x \le 4 \end{cases}$

100. फ्रेड्होम समघात समीकरण जिसकी अष्ठि

$$K(x,t) = \begin{cases} (x+1)t, & 0 \le x \le t \\ (t+1)x, & t \le x \le 1 \end{cases}$$

है, के लिए निम्न में से कौन-से अभिलक्षणिक संख्यायें तथा संगत अभिलक्षणिक फलन हैं?

1. 1, e^x
2. $-\pi^2$, $\pi \sin \pi x + \cos \pi x$
3. $-4\pi^2$, $\pi \sin \pi x + \pi \cos 2\pi x$
4. $-\pi^2$, $\pi \cos \pi x + \sin \pi x$

100. Which of the following are the characteristic numbers and the corresponding eigenfunctions for the Fredholm homogeneous equation whose kernel is

$$K(x,t) = \begin{cases} (x+1)t, & 0 \le x \le t \\ (t+1)x, & t \le x \le 1 \end{cases}?$$

1. 1, e^x
2. $-\pi^2$, $\pi \sin \pi x + \cos \pi x$
3. $-4\pi^2$, $\pi \sin \pi x + \pi \cos 2\pi x$
4. $-\pi^2$, $\pi \cos \pi x + \sin \pi x$

101. समाकल समीकरण

$$\phi(x) - \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \cos(x+t)\phi(t)dt = f(x)$$

के अपरिमिततः बहुत हल हैं यदि

1. $f(x) = \cos x$
2. $f(x) = \cos 3x$
3. $f(x) = \sin x$
4. $f(x) = \sin 3x$

101. The integral equation

$$\phi(x) - \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \cos(x+t)\phi(t)dt = f(x)$$

has infinitely many solutions if

1. $f(x) = \cos x$
2. $f(x) = \cos 3x$
3. $f(x) = \sin x$
4. $f(x) = \sin 3x$

102. निम्न में से कौन-से विहित रूपांतरण हैं? (जहां q, p क्रमशः प्रतिनिधित्व करते हैं व्यपकीकृत निर्देशांक तथा व्यापकीकृत संवेग को)

1. $P = \log \sin p, \quad Q = q \tan p$
2. $P = qp^2, \quad Q = \frac{1}{p}$
3. $P = q \cot p, \quad Q = \log\left(\frac{1}{q}\sin p\right)$
4. $P = q^2 \sin 2p, \quad Q = q^2 \cos 2p$

102. Which of the following are canonical transformations? (Where q, p represent generalized coordinate and generalised momentum respectively)

1. $P = \log \sin p, \quad Q = q \tan p$
2. $P = qp^2, \quad Q = \frac{1}{p}$
3. $P = q \cot p, \quad Q = \log\left(\frac{1}{q}\sin p\right)$
4. $P = q^2 \sin 2p, \quad Q = q^2 \cos 2p$

Unit-2

103. एक न्याय्य पासे को दो बार स्वतंत्रत: उछाला जाता है। मानें कि X, Y इन दो उछालों के नतीजे हैं तथा $Z = X + Y$ है। माने कि जब Z को 6 से भाजित किया जाता है शेष U है। तो निम्न कथनों में से कौन-सा/से सत्य है/हैं?

1. X तथा Z स्वतंत्र हैं।
2. X तथा U स्वतंत्र हैं।
3. Z तथा U स्वतंत्र हैं।
4. Y तथा Z स्वतंत्र नहीं हैं।

103. A fair die is thrown two times independently. Let X, Y be the outcomes of these two throws and $Z = X + Y$. Let U be the remainder obtained when Z is divided by 6. Then which of the following statement(s) is/are true?

1. X and Z are independent
2. X and U are independent
3. Z and U are independent
4. Y and Z are not independent

104. A तथा B एक खेल खेलते हैं जिसमें एक न्यायय सिक्का उछाला जाता है। A खेल की शुरूआत करता है सिक्के को एक बार उछालकर, B दो बार सिक्के को उछालता है, बाद में A एक बार सिक्के को उछालता है तथा B दो बार, ऐसे खेल जारी रहता है तब तक, जब तक एक शीर्ष का नतीजा नहीं आता। जिसे भी शीर्ष पहले मिल जाता है वह जीतता है। तो

1. $P(B \text{ Wins}) > P(A \text{ Wins})$
2. $P(B \text{ Wins}) = 2P(A \text{ Wins})$
3. $P(A \text{ Wins}) > P(B \text{ Wins})$
4. $P(A \text{ Wins}) = 1 - P(B \text{ Wins})$

104. A and B play a game of tossing a fair coin. A starts the game by tossing the coin once and B then tosses the coin twice, followed by A tossing the coin once and B tossing the coin twice and this continues until a head turns up. Whoever gets the first head wins the game. Then,

1. $P(B \text{ Wins}) > P(A \text{ Wins})$
2. $P(B \text{ Wins}) = 2P(A \text{ Wins})$
3. $P(A \text{ Wins}) > P(B \text{ Wins})$
4. $P(A \text{ Wins}) = 1 - P(B \text{ Wins})$

105. अवस्था समष्टि $S = \{1,2,\ldots,n\}$ जहां $n > 10$ है युक्त एक मॉर्कोव शृंखला पर विचारें। मानें कि संक्रमण प्रायिकता आव्यूह $P = ((p_{ij}))$ समाधान करता है

$p_{ij} > 0$ यदि $|i-j|$ सम है

$p_{ij} = 0$ यदि $|i-j|$ विषम है, तो

1. मॉर्कोव शृंखला अलघुकरणीय है।
2. एक ऐसी अवस्था i का अस्तित्व है जो क्षणिक है।
3. एक ऐसी अवस्था i का अस्तित्व है जिसका आवर्तकाल $d(i) = 1$ है। .
4. अपरिमितत: बहुत स्तब्ध बंटनों का अस्त्तित्व है।

105. Consider the Markov Chain with state space $S = \{1,2,\ldots,n\}$ where $n > 10$. Suppose that the transition probability matrix $P = ((p_{ij}))$ satisfies

$p_{ij} > 0$ if $|i-j|$ is even

$p_{ij} = 0$ if $|i-j|$ is odd.

Then

1. The Markov chain is irreducible.
2. There exists a state i which is transient.
3. There exists a state i with period $d(i) = 1$.
4. There are infinitely many stationary distributions.

106. मानें कि $\{X_i\ ;\ i \geq 1\}$ प्रत्येक माध्य 2 तथा प्रसरण 5 के प्रसामान्य बंटन रखने वाले स्वतंत्र यादृच्छिक चरों का एक अनुक्रम है। तो निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. $\frac{1}{n}\sum_{1=1}^{n} X_i$ प्रायिकता में 2 तक अभिसरित होता है।
2. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ प्रायिकता में 9 तक अभिसरित होता है।
3. $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$ प्रायिकता में 4 तक अभिसरित होता है।
4. $\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{n}\right)^2$ प्रायिकता में 0 तक अभिसरित होता है।

106. Let $\{X_i\ ;\ i \geq 1\}$ be a sequence of independent random variables each having a normal distribution with mean 2 and variance 5. Then which of the following are true

1. $\frac{1}{n}\sum_{1=1}^{n} X_i$ converges in probability to 2.
2. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ converges in probability to 9.
3. $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$ converges in probability to 4.
4. $\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{n}\right)^2$ converges in probability to 0.

107. मानें कि X एक यादृच्छिक चर है किसी एक अनपभ्रष्ट बंटन के साथ। तो सही कथनों को पहचानें:

1. यदि X का एक चरघातांकी बंटन है तो मध्यिका $(X) < E(X)$ है।
2. अंतराल $[a,b]$ में यदि X का एकसमान बंटन है तो, $E(X) <$ मध्यिका (X) है।

3. यदि X का एक द्विपद बंटन है, तो $V(X) < E(X)$ है।
4. यदि X का एक प्रसामान्य बंटन है, तो $E(X) < V(X)$ है।

107. Let X be a random variable with a certain non-degenerate distribution. Then identify the correct statements

1. If X has an exponential distribution then median $(X) < E(X)$
2. If X has a uniform distribution on an interval $[a, b]$, then $E(X) <$ median (X)
3. If X has a Binomial distribution then $V(X) < E(X)$
4. If X has a normal distribution, then $E(X) < V(X)$

108. मानें कि प्राचलों $\theta = \theta_0$ तथा $\theta = \theta_1 (\neq \theta_0)$ के अंदर एक यादृच्छिक चर X की प्रायिकता द्रव्यमान फलन निम्न से दिया जाता है

x	0	1	2	3
$p_{\theta_0}(x)$	0.01	0.04	0.5	0.45
$p_{\theta_1}(x)$	0.02	0.08	0.4	0.5

परीक्षण ϕ को परिभाषित करें ताकि

$\phi(x) = 1$ यदि $x = 0, 1$

$= 0$ यदि $x = 2, 3$

$H_0: \theta = \theta_0$ बनाम $H_1: \theta = \theta_1$, की परीक्षण के लिए परीक्षण ϕ है

1. स्तर 0.05 पर एक शक्ततम परीक्षण है।
2. स्तर 0.05 पर एक संभाविता अनुपात परीक्षण है।
3. एक अनभिनत परीक्षण है।
4. आमाप 0.05 का एक परीक्षण है।

108. Suppose the probability mass function of a random variable X under the parameter $\theta = \theta_0$ and $\theta = \theta_1 (\neq \theta_0)$ are given by

x	0	1	2	3
$p_{\theta_0}(x)$	0.01	0.04	0.5	0.45
$p_{\theta_1}(x)$	0.02	0.08	0.4	0.5

Define a test ϕ such that

$\phi(x) = 1$ if $x = 0, 1$

$= 0$ if $x = 2, 3$

For testing $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta = \theta_1$, the test ϕ is

1. a most powerful test at level 0.05
2. a likelihood ratio test at level 0.05
3. an unbiased test
4. test of size 0.05

109. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ हैं स्वतंत्रत: एवं सर्वथासमानत: बंटित $N(\mu, \sigma^2), -\infty < \mu < \infty, \ \sigma^2 > 0$ । तो

1. σ^2 का न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलज $\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ है।
2. σ का न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलज $\sqrt{\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ है।
3. σ^2 का उच्चतम संभाविता आकलज $\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$ है।
4. σ का उच्चतम संभाविता आकलज $\sqrt{\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}}$ है।

109. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ are independent and identically distributed as $N(\mu, \sigma^2), -\infty < \mu < \infty, \ \sigma^2 > 0$. Then

1. $\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ is the Minimum Variance Unbiased Estimate of σ^2
2. $\sqrt{\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ is the Minimum Variance Unbiased Estimate of σ
3. $\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$ is the Maximum Likelihood Estimate of σ^2
4. $\sqrt{\sum_1^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}}$ is the Maximum Likelihood Estimate of σ

Prepp Your Personal Exam Guide

110. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_n$ स्वतंत्रत: एवं सर्वथासमानत: बंटित याद्दच्छिक चर हैं, प्रत्येक एकसमान $(1-\theta, 1+\theta)$ बंटन, $\theta > 0$ को अनुसरण करते हुए। परिभाषित करें $X_{(1)} = min\{X_1, X_2, \ldots X_n\}, X_{(n)} = max\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ तथा $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

निम्न में से कौन-सा सत्य है?

1. θ के लिए $\left(X_{(1)}, \bar{X}, X_{(n)}\right)$ पर्याप्त है।
2. θ के लिए $\frac{1}{2}\left(X_{(n)} - X_{(1)}\right)$ अनभिनत है।
3. θ^2 के लिए $\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 1)^2$ अनभिनत है।
4. θ^2 के लिए $\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ अनभिनत है।

110. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed random variables each following uniform $(1-\theta, 1+\theta)$ distribution, $\theta > 0$.
Define

$X_{(1)} = min\{X_1, X_2, \ldots X_n\}, X_{(n)} = max\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ and $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Which of the following is true?

1. $\left(X_{(1)}, \bar{X}, X_{(n)}\right)$ is sufficient for θ
2. $\frac{1}{2}\left(X_{(n)} - X_{(1)}\right)$ is unbiased for θ
3. $\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 1)^2$ is unbiased for θ^2
4. $\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ is unbiased for θ^2

111. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_m$ आम संतत बंटन फलन $F(x)$ के साथ स्वतंत्रत: एवं सर्वथासमानत: बंटित हैं तथा $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ आम संतत बंटन फलन $F(x-\theta)$ के साथ स्वतंत्रत: एवं सर्वथासमानत: बंटित हैं। यह भी मानें कि सभी i, j के लिए X_i तथा Y_j स्वतंत्र है। परीक्षण समस्या $H_0: \theta = 0$ बनाम $H_1: \theta > 0$ पर विचारें।

मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_m, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ के बीच $R_\alpha =$ कोटि $(X_\alpha), \alpha = 1,2, \ldots, m$ तथा $R_{m+\beta} =$ कोटि (Y_β), $\beta = 1,2, \ldots, n$ । परिभाषित करें कि $U = \sum_{\alpha=1}^{m}\sum_{\beta=1}^{n}\psi(X_\alpha, Y_\beta)$, जहां

$\psi(a, b) = 1$ यदि $a < b$ है,

$= 0$ यदि $a \geq b$ है।

निम्न में से कौन-से सही हैं?

1. H_0 के अंदर $P[R_1 = n+m, R_2 = n+m-$ *1, R3=n+m−2,...,Rm+n=1=1m+n!*.
2. U तथा $\sum_{\alpha=1}^{m} R_\alpha$ रैखिकत: संबंधित हैं।
3. H_0 के अंदर $E(U) = \frac{mn}{2}$.
4. H_0 बनाम H_1 के परीक्षण के लिए U पर आधारित दक्षिण पृच्छ परीक्षण उपयुक्त है।

111. Suppose $X_1, X_2, \ldots, X_m$ are independent and identically distributed with common continuous distribution function $F(x)$ and $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ are independent and identically distributed with common continuous distribution function $F(x-\theta)$. Also suppose X_i and Y_j are independent for all i, j. Consider the problem of testing $H_0: \theta = 0$ against $H_1: \theta > 0$.

Let $R_\alpha = Rank\ (X_\alpha), \alpha = 1,2, \ldots, m$ and $R_{m+\beta} = Rank\ (Y_\beta),\ \beta = 1,2, \ldots, n$ among $X_1, X_2, \ldots, X_m, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$.

Define $U = \sum_{\alpha=1}^{m}\sum_{\beta=1}^{n}\psi(X_\alpha, Y_\beta)$, where

$\psi(a, b) = 1$ if $a < b$,

$= 0$ if $a \geq b$.

Which of the following are true?

1. $P[R_1 = n+m, R_2 = n+m-1, R_3 = n+$ *m−2,...,Rm+n=1=1m+n!* under *H0.*
2. U and $\sum_{\alpha=1}^{m} R_\alpha$ are linearly related.
3. $E(U) = \frac{mn}{2}$ under H_0.
4. Right tailed test based on U is appropriate for testing H_0 against H_1.

112. एक सिक्के के उछाल में शीर्ष पाने की प्रायिकता θ है। सिक्का तीन बार उछाला जाता है तथा हम अंकित करते हैं

$Y = 1$ यदि सभी तीनों उछालों में शीर्ष निकलता है।

$Y = 2$ यदि सभी तीनों उछालों में पृच्छ निकलता है।

$Y = 3$ अन्यथा

यदि θ का पूर्व घनत्व Beta (α, β) है, तथा $i = 1, 2$ के लिए $Y = i$ के दिए जाने पर θ का पश्च माध्य $\hat{\theta}_i$ है, तो

1. $\hat{\theta}_1 > \hat{\theta}_2$
2. $\hat{\theta}_1 < \hat{\theta}_2$

3. $Y = 3$ से दिया जाने वाला θ का पश्च घनत्व एक Beta घनत्व है।
4. $Y = 3$ से दिया जाने वाला θ का पश्च घनत्व एक Beta घनत्व नहीं है।

112. θ is the probability of obtaining a head in the toss of a coin. The coin is tossed three times and we record
$Y = 1$ if all the three tosses result in heads
$Y = 2$ if all the three tosses result in tails
$Y = 3$ otherwise
If the prior density of θ is Beta (α, β), and $\hat{\theta}_i$ is the posterior mean of θ given $Y = i$, for $i = 1, 2$, then

1. $\hat{\theta}_1 > \hat{\theta}_2$
2. $\hat{\theta}_1 < \hat{\theta}_2$
3. The posterior density of θ given $Y = 3$ is a Beta density
4. The posterior density of θ given $Y = 3$ is not a Beta density

113. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_k$ स्वतंत्रत: तथा सर्वथासमानत: बंटित मानक प्रसामान्य यादृच्छिक चर हैं, तथा $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_k)^T$ । यदि A एक वर्गसम $k \times k$ आव्यूह है, तो निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?

1. $\underline{X}^T A \underline{X}$ तथा $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ स्वतंत्र हैं।
2. $\underline{X}^T A \underline{X}$ तथा $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ सर्वथासमानत: बंटित् हैं यदि k सम है तथा अनुरेख $(A) = \frac{k}{2}$ है।
3. $\frac{1}{2} \underline{X}^T A \underline{X}$ एक गॉमा बंटन का अनुसरण करता है यदि $A \neq 0$ है।
4. $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ एक काई-वर्ग बंटन का अनुसरण करता है यदि $A \neq I$ है।

113. Suppose $X_1, X_2, \ldots, X_k$ are independent and identically distributed standard normal random variables, and $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_k)^T$. If A is an idempotent $k \times k$ matrix, then which of the following statements are true?

1. $\underline{X}^T A \underline{X}$ and $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ are independent.
2. $\underline{X}^T A \underline{X}$ and $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ are identically distributed if k is even and trace $(A) = \frac{k}{2}$.
3. $\frac{1}{2} \underline{X}^T A \underline{X}$ follows a gamma distribution if $A \neq 0$.
4. $\underline{X}^T (I - A) \underline{X}$ follows a chi-squared distribution if $A \neq I$.

114. आंकडा समुच्चय $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ के लिए निम्न दो प्रतिरूप, न्यूनतम वर्ग विधि के अनुसार फिट किये गये।
Model 1: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i \qquad i = 1, 2, \ldots n$
Model 2: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 {x_i}^2 \qquad i = 1, 2, \ldots n$
मानें कि $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ के न्यूनतम वर्ग आकलज β_0, β_1 हैं प्रतिरूप 1, से तथा प्रतिरूप 2 से न्यूनतम वर्ग आकलज हैं $\beta_0^*, \beta_1^*, \beta_2^*$.
मानें कि $A = \sum_1^n \left(Y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)\right)^2$,
$B = \sum_1^n \left(Y_i - (\beta_0^* + \beta_1^* x_i + \beta_2^* {x_i}^2)\right)^2$
हैं। तो

1. $A \geq B$
2. $A \leq B$
3. यह हो सकता है कि $A = 0$ परंतु $B > 0$
4. यह हो सकता है कि $B = 0$ परंतु $A > 0$

114. For a data set $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ the following two models were fitted using least square method.

Model 1: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i \qquad i = 1, 2, \ldots n$

Model 2: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 {x_i}^2 \qquad i = 1, 2, \ldots n$

Let $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ be least square estimates of β_0, β_1 from model 1 and $\beta_0^*, \beta_1^*, \beta_2^*$ be the least square estimates from model 2.

Let $A = \sum_1^n \left(Y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)\right)^2$,

$B = \sum_1^n \left(Y_i - (\beta_0^* + \beta_1^* x_i + \beta_2^* {x_i}^2)\right)^2$

Then
1. $A \geq B$
2. $A \leq B$
3. It can happen that $A = 0$ but $B > 0$
4. It can happen that $B = 0$ but $A > 0$

115. मानें कि $\phi(x, y; \rho)$ माध्य सदिश $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ तथा प्रसरण-सहप्रसरण आव्यूह $\begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$ युक्त द्विचर प्रसामान्य बंटन का घनत्व है। घनत्व $\frac{1}{2}\left(\phi\left((x, y; \frac{1}{2}\right) + \phi\left((x, y; -\frac{1}{2}\right)\right)$ रखनेवाले एक यादृच्छिक सदिश $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ पर विचारें। तो

1. X तथा Y दोनों का उपांत बंटन मानक प्रसामान्य है।
2. सहप्रसरण $(X, Y) = 0$ है।
3. X तथा Y स्वतंत्र हैं।
4. (X, Y) का द्विचर प्रसामान्य बंटन है।

115. Let $\phi(x,y;\rho)$ be the density of bivariate normal distribution with mean vector $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ and Variance-Covariance matrix $\begin{pmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{pmatrix}$. Consider a random vector $\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$ having density $\frac{1}{2}\left(\phi\left((x,y;\frac{1}{2}\right) + \phi\left((x,y;-\frac{1}{2}\right)\right)$. Then

1. Marginal distribution of both X and Y is standard normal.
2. $Covariance\ (X,Y) = 0$
3. X and Y are independent.
4. (X,Y) has a bivariate normal distribution.

116. मानें कि पुन:स्थापन योजना के साथ सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्शन के उपयोग से प्राप्त, प्रतिदर्श आमाप n से संगत अध्ययन चरों का प्रतिदर्श माध्य $\bar{Y}$ है तथा आनुपाती नियतन के अंदर पुन:स्थापन योजना के साथ स्तरित यादृच्छिक प्रतिदर्शन से प्राप्त, प्रतिदर्श आमाप n से संगत अध्ययन चरों का प्रतिदर्श माध्य $\bar{Y}_{St}$ है। प्रसरण $(\bar{Y})$ = प्रसरण $Var(\bar{Y}_{St})$ के लिए निम्न में से कौन-सा /से पर्याप्त प्रतिबंध है/हैं?

1. सभी स्तरों के आमाप समान हैं।
2. सभी स्तरी योगफल समान हैं।
3. सभी स्तरी माध्य समान हैं।
4. सभी स्तरी प्रसरण समान हैं।

116. Suppose $\bar{Y}$ is the sample mean of the study variables corresponding to a sample of size n using simple random sampling with replacement scheme and $\bar{Y}_{St}$ is the sample mean of the study variables corresponding to a sample of size n using stratified random sampling with replacement scheme under proportional allocation. Which of the following is/are sufficient condition/conditions for $Var(\bar{Y}) = Var(\bar{Y}_{St})$?

1. All the stratum sizes are equal
2. All the stratum totals are equal
3. All the stratum means are equal
4. All the stratum variances are equal

117. हमें कुछ संतुलित अपूर्ण खंड़ अभिकल्पनायें (BIBDs) दी जाती हैं, प्राचलों (v,b,r,k,λ) के साथ, ताकि $\lambda = 1$ तथा $k = 1$ (सभी स्थिरित) हैं। ऐसे BIBD को v के निम्न मानों में से किसके उपयोग से निर्मित किया जा सकता है।?

1. $v = 15$
2. $v = 23$
3. $v = 25$
4. $v = 28$

117. We are given some balanced incomplete block designs (BIBDs) with parameters (v,b,r,k,λ) such that $\lambda = 1$ and $k = 1$ (are fixed). With which of the following values of v can one construct such a BIBD?

1. $v = 15$
2. $v = 23$
3. $v = 25$
4. $v = 28$

118. ज्ञात प्रसरण के एक प्रसामान्य समष्टि के माध्य μ के लिए एक आंकड़ा समुच्चय 95% विश्वास्यता अंतराल (2.5, 3.6), देता है। मानें कि $\mu_0 < 2.5$ एक नियत संख्या है। यदि हम इन्हीं आंकड़ों को $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$ के परीक्षण के लिए उपयोग करते हैं, तो

1. $\alpha = .1$ पर H_0 आवश्यकत: अस्वीकरित होगा।
2. $\alpha = .025$ पर H_0 आवश्यकत: अस्वीकरित होगा।
3. $\alpha = .1$ के लिए निष्कर्ष निकालने के लिए सूचना अपर्याप्त है।
4. $\alpha = .025$ के लिए निष्कर्ष निकालने के लिए सूचना अपर्याप्त है।

118. A data set gave a 95% confidence interval (2.5, 3.6), for the mean μ of a normal population with known variance. Let $\mu_0 < 2.5$ be a fixed number. If we use the same data to test

$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$

1. H_0 would be necessarily rejected at $\alpha = .1$
2. H_0 would be necessarily rejected at $\alpha = .025$
3. For $\alpha = .1$, the information is not enough to draw a conclusion
4. For $\alpha = .025$, the information is not enough to draw a conclusion

119. मानें कि T चरघातांकी बंटन, माध्य एक के साथ, का अनुसरण करता है। निम्न कथनों में से कौन-से सही हैं?

1. T का जोखिम फलन एक अचर फलन है।
2. T^2 का जोखिम फलन एक अचर फलन है।
3. T^3 का जोखिम फलन एक तत्समक फलन है।
4. $\sqrt{2T}$ का जोखिम फलन एक तत्समक फलन है।

Prepp Your Personal Exams Guide

119. Suppose T follows exponential distribution with unit mean. Which of the following statement(s) are correct?

1. The hazard function of T is a constant function.
2. The hazard function of T^2 is a constant function.
3. The hazard function of T^3 is the identity function.
4. The hazard function of $\sqrt{2T}$ is the identity function.

120. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) पर विचारें:

$z = 3x + 5y$ को निम्न प्रतिबंधों के अंदर अधिकमीकृत करें

$x + 5y \leq 10$
$2x + 2y \leq 5$
$x \geq 0,\ y \geq 0.$

तो

1. LPP कोई सुसंगत हल को अनुमत नहीं करता।
2. LPP के एक अद्‌वितीय इष्टतम हल का अस्तित्व है।
3. द्‌वैत समस्या के एक अद्‌वितीय इष्टतम हल का अस्तित्व है।
4. द्‌वैत समस्या का एक अपरिबद्ध हल है।

120. Consider the linear programming problem (LPP) maximize $z = 3x + 5y$

Subject to $x + 5y \leq 10$
$2x + 2y \leq 5$
$x \geq 0,\ y \geq 0.$

Then

1. The LPP does not admit any feasible solutions.
2. There exists a unique optimal solution to the LPP.
3. There exists a unique optimal solution to the dual problem.
4. The dual problem has an unbounded solution.

FOR ROUGH WORK

Prepp Your Personal Exam Guide