

## CSIR NET FEBRUARY 16, 2022 MATHEMATICS SCIENCES QUESTION PAPER

### CSIR MATHEMATICAL SCIENCES

Topic: - 704\_PARTA\_CSIR\_FEB22\_SET1

#### 1) PART A

Section A has 24 students. If one student of this section is exchanged for another in section B, then the average mark of A is increased by 1.25, while that of B reduced by 1. The number of students in section B is

सेक्शन A में 24 विद्यार्थी हैं। यदि सेक्शन A के एक विद्यार्थी की सेक्शन B के एक विद्यार्थी से अदला-बदली कर दी जाये तो सेक्शन A के औसत अंकों में 1.25 की वृद्धि होगी जबकि सेक्शन B के औसत अंकों में 1 की कमी। सेक्शन B के विद्यार्थियों की संख्या है

[Question ID = 21][Question Description = 101\_561\_GAP6\_\_Q01]

1. 16  
[Option ID = 81]
2. 20  
[Option ID = 82]
3. 25  
[Option ID = 83]
4. 30  
[Option ID = 84]

#### 2) PART A

The square of a two digit number, with non-zero digits, is the number itself preceded by the digit C. Then C is

दो अंको वाली एक संख्या, जिसका कोई भी अंक शून्य नहीं है, का वर्ग, अंक C के पश्चात् वही दो अंको की संख्या ही है। तब अंक C है

[Question ID = 22][Question Description = 102\_561\_GAP6\_\_Q02]

1. 1  
[Option ID = 85]
2. 2  
[Option ID = 86]
3. 4  
[Option ID = 87]
4. 6  
[Option ID = 88]

#### 3) PART A

A and B have coins of Rs. 1, Rs. 2, Rs. 5 and Rs. 10, in the ratio 4:3:6:2 and 3:5:7:3, respectively. A has Rs.6/- more than B. Which of the following can be the number of coins with A and B, respectively?

मूल्य 1 रु., 2 रु., 5 रु. व 10 रु. के कुछ सिक्के 4:3:6:2 के अनुपात में A के पास तथा 3:5:7:3 के अनुपात में B के पास हैं। इस तरह, A के पास की राशि B से 6 रु अधिक है दिए गए विकल्पों में से कौनसा एक विकल्प, क्रमशः A व B के पास के सिक्कों की संख्या हो सकती है?

[Question ID = 23][Question Description = 103\_561\_GAP6\_\_Q03]

1. 42, 36  
[Option ID = 89]
2. 45, 54  
[Option ID = 90]
3. 60, 54  
[Option ID = 91]
4. 60, 72  
[Option ID = 92]

#### 4) PART A

Six indistinguishable balls are to be distributed amongst A, B and C, such that each gets at least one. Then the number of ways to make this distribution is

छः अविभेद्य गेंदों को A, B, C में इस तरह बांटा जाना है कि प्रत्येक को कम से कम एक गेंद मिले। ऐसा वितरण कर पाने के तरीकों की संख्या है

[Question ID = 24][Question Description = 104\_561\_GAP6\_\_Q04]

1. 6  
[Option ID = 93]
2. 10  
[Option ID = 94]
3. 18  
[Option ID = 95]
4. 15  
[Option ID = 96]

#### 5) PART A

A book has 40 pages and each page has  $x$  lines. If the number of lines were reduced by 2 in each page, the number of pages would increase by 10 for the identical text. What is the value of  $x$ ?

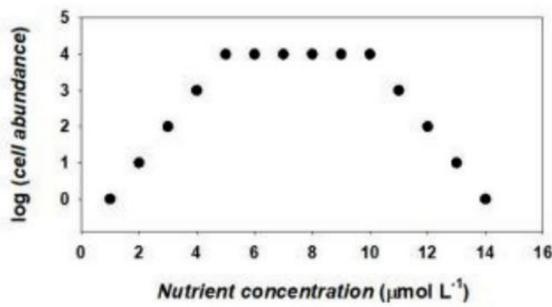
एक पुस्तक में 40 पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठ में  $x$  पंक्तियाँ हैं. यदि प्रत्येक पृष्ठ पर से दो पंक्तियों को कम कर दिया जाये तो उसी मूलपाठ के लिए पृष्ठों की संख्या 10 अधिक होगी  $x$  का मान क्या है?

[Question ID = 25][Question Description = 105\_561\_GAP6\_\_Q05]

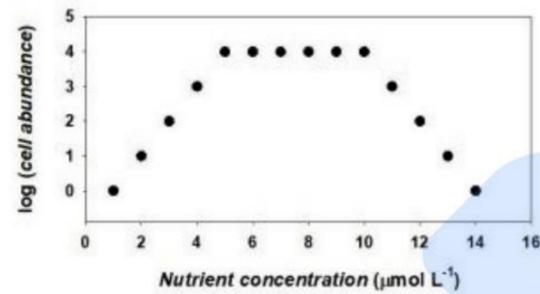
1. 7  
[Option ID = 97]
2. 10  
[Option ID = 98]
3. 20  
[Option ID = 99]
4. 30  
[Option ID = 100]

### 6) PART A

The figure shows the result of an experiment in which cells of a certain bacterium were grown in different nutrient concentrations while keeping all other parameters constant. Which of the following inferences is correct?



चित्र में एक प्रयोग का परिणाम दिखाया गया है जिसमें एक विशिष्ट जीवाणु की कोशिकाओं को, शेष सभी मापदंडों को स्थिर रखते हुए, पोषक तत्व (nutrient) की विभिन्न सांद्रताओं (concentrations) में पनपाया गया है। नीचे दिए गए निष्कर्षों में से कौन सा सही है ?

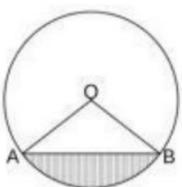


[Question ID = 26][Question Description = 106\_561\_GAP6\_\_Q06]

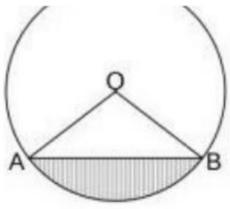
1. Nutrients do not have any role in cell growth.  
कोशिका विकास में पोषक तत्व की कोई भूमिका नहीं है  
[Option ID = 101]
2. There is a linear increase in cell abundance at low nutrient concentrations.  
पोषक तत्व की कम सांद्रताओं पर कोशिका की प्रचुरता में वृद्धि सरल रेखीय है  
[Option ID = 102]
3. Cell abundance was limited by the availability of nutrients but a high nutrient concentration seems toxic for the bacteria.  
पोषक तत्व की उपलब्धता से कोशिका प्रचुरता (Cell abundance) सीमित होती है किन्तु पोषक तत्व की सांद्रता जीवाणु के लिए विष समान है  
[Option ID = 103]
4. Cell abundance decreased rapidly once nutrient concentration reached  $5 \mu\text{mol L}^{-1}$ .  
पोषक तत्व की सांद्रता  $5 \mu\text{mol L}^{-1}$  से अधिक होने पर कोशिका प्रचुरता का झूट तेजी से हुआ  
[Option ID = 104]

### 7) PART A

As shown in the figure, a chord AB of circle of unit radius subtends an angle of  $90^\circ$  at the center, O. The area of the shaded region is



चित्र में दर्शाये अनुसार, एक इकाई त्रिज्या के वृत्त की जीवा AB, केंद्र O पर, एक  $90^\circ$  का कोण बनाती है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल है



[Question ID = 27][Question Description = 107\_561\_GAP6\_\_Q07]

1.  $\frac{1}{2}(\pi - \frac{1}{2})$ ,

[Option ID = 105]

2.  $\frac{1}{4}(\pi - 2)$ ,

[Option ID = 106]

3.  $\frac{1}{2}(\pi - 2)$

[Option ID = 107]

4.  $\frac{1}{4}(\pi - \frac{1}{2})$ .

[Option ID = 108]

### 8) PART A

Six persons P, Q, R, S, T and U sit around a circular table with equal distance between neighbours. P is to the immediate left of R. T and S do not sit next to each other, and T and R are diametrically opposite to each other. Which of the following is NOT possible?

एक वृत्ताकार टेबल के चारों ओर छः व्यक्ति P, Q, R, S, T, व U इस तरह बैठे हैं ताकि निकटतम पड़ोसियों के बीच समान दूरी हो P की स्थिति R के ठीक बायें है T व S एक दूसरे के ठीक पास नहीं बैठे हैं, तथा T व R एक दूसरे के ठीक विपरीत व्यासात्मक स्थिति में बैठे हैं नीचे दिये गये विकल्पों में से कौन सा संभव नहीं है?

[Question ID = 28][Question Description = 108\_561\_GAP6\_\_Q08]

1. Q and P are sitting diametrically opposite to each other  
Q व P एक दूसरे के ठीक विपरीत व्यासात्मक स्थिति में बैठे हैं

[Option ID = 109]

2. P and U are sitting diametrically opposite to each other  
P व U एक दूसरे के ठीक विपरीत व्यासात्मक स्थिति में बैठे हैं

[Option ID = 110]

3. S and T are sitting diametrically opposite to each other  
S व T एक दूसरे के ठीक विपरीत व्यासात्मक स्थिति में बैठे हैं

[Option ID = 111]

4. S and Q are sitting diametrically opposite to each other  
S व Q एक दूसरे के ठीक विपरीत व्यासात्मक स्थिति में बैठे हैं

[Option ID = 112]

### 9) PART A

The number of dates between 1<sup>st</sup> January 2000 and 31<sup>st</sup> December 2020 when written in the format DDMMYYYY that read the same from left to right and right to left (e.g. 12<sup>th</sup> February 2021) is

यदि तारीख को DDMMYYYY के रूप में लिखा जाये तो 1 जनवरी 2000 व 31 दिसंबर 2020 के मध्य आने वाली उन तारीखों की संख्या कितनी है जो कि बायें से दायें, या दायें से बायें पढ़ने पर समान हैं (जैसे कि 12 फरवरी 2021)?

[Question ID = 29][Question Description = 109\_561\_GAP6\_\_Q09]

1. 6

[Option ID = 113]

2. 7

[Option ID = 114]

3. 20

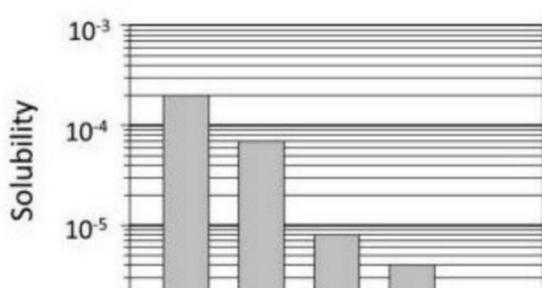
[Option ID = 115]

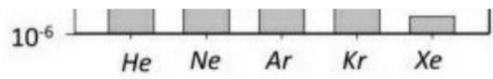
4. 21

[Option ID = 116]

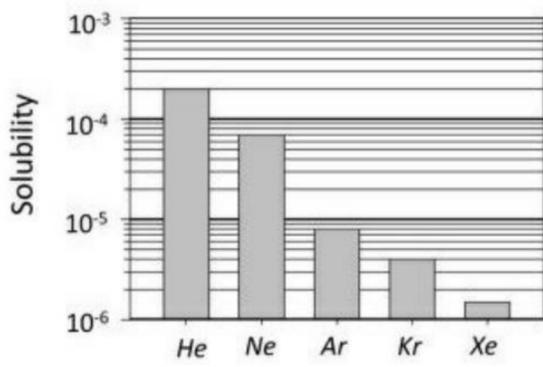
### 10) PART A

The bar chart shows the solubility of five species of noble gases in a solvent. The ratio of the solubility of He and Kr is





एक विलायक में पांच उत्कृष्ट (नोबल) गैसों की घुलनशीलता (solubility) दिये गये बार चार्ट में दर्शायी गयी हैं। He व Kr की घुलनशीलता का अनुपात है



[Question ID = 30][Question Description = 110\_561\_GAP6\_\_Q10]

1. 200/4

[Option ID = 117]

2. 100/3

[Option ID = 118]

3. 900/7

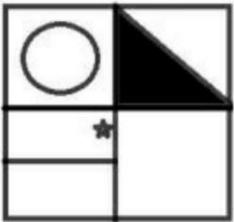
[Option ID = 119]

4. 300/2

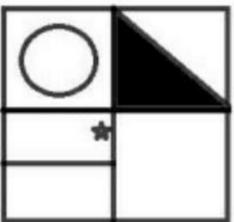
[Option ID = 120]

#### 11) PART A

Which of the following figures matches exactly the figure below, but for orientation?

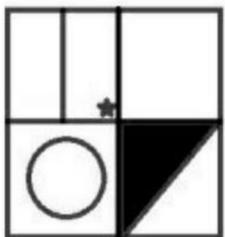


उन्मुखीकरण (ओरिएंटेशन) के अतिरिक्त, दिया गया चित्र वैकल्पिक चित्रों में से किसके पूर्णरूपेण समान है?



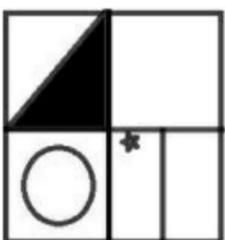
[Question ID = 31][Question Description = 111\_561\_GAP6\_\_Q11]

1.



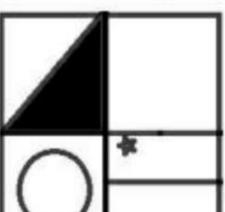
[Option ID = 121]

2.



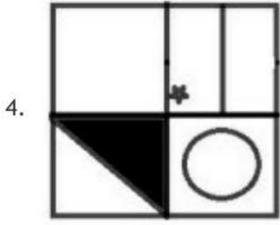
[Option ID = 122]

3.





[Option ID = 123]



[Option ID = 124]

## 12) PART A

A piece in a board game starts at the centre of the board having 5x5 squares. The piece can be moved one square horizontally or vertically in one move. If all its moves are random, the chance that it will be in one of the outer squares at the end of 2 move is

एक 5x5 वर्ग खानों वाले बोर्ड के खेल में एक पासा बोर्ड के केंद्र से शुरू करता है एक चाल में पासे को सिर्फ एक ही वर्ग खाना, क्षैतिज या खड़ी दिशा में, चलाया जा सकता है यदि सभी चालें यादृच्छिक रूप से हों तो 2 चालों के पश्चात् पासे की, बाह्य वर्ग खानों में से किसी एक में होने की, सम्भावना है

[Question ID = 32][Question Description = 112\_561\_GAP6\_\_Q12]

1.  $1/4$ 

[Option ID = 125]

2.  $2/3$ 

[Option ID = 126]

3.  $16/25$ 

[Option ID = 127]

4.  $1/2$ 

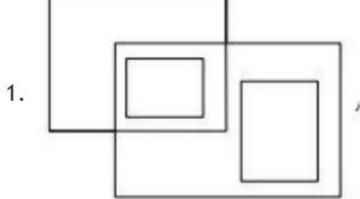
[Option ID = 128]

## 13) PART A

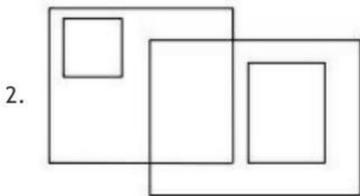
An appropriate Venn diagram to represent the relationships between the categories 'inflammable substance', 'water', 'petrol' and 'liquid' is

वर्गीकरणों 'ज्वलनशील पदार्थ', 'पानी', 'पेट्रोल', और 'द्रव' के मध्य सम्बन्धों को दर्शाता उपयुक्त वेन का चित्र है

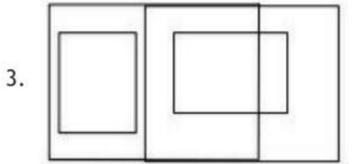
[Question ID = 33][Question Description = 113\_561\_GAP6\_\_Q13]



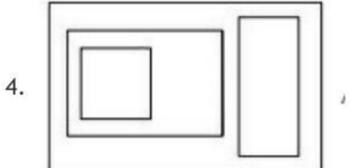
[Option ID = 129]



[Option ID = 130]



[Option ID = 131]



[Option ID = 132]

## 14) PART A

Machine A cuts rods whose mean length is 10 cm with a standard deviation of 3 mm. Machine B cuts rods of the mean length 20 cm with a standard deviation of 4 mm. Rods of 30 cm mean length are made, each by joining one rod from each machine. The standard deviation in the length of the joined rod is

मशीन A द्वारा काटी गयी छड़ों की माध्य लम्बाई 10 सेमी व मानक विचलन 3 मिमी है मशीन B द्वारा काटी गयी छड़ों की माध्य लम्बाई 20 सेमी व मानक विचलन 4 मिमी है माध्य लम्बाई 30 सेमी प्रत्येक की छड़ें, इन दोनों मशीनों से बनी एक-एक छड़ को आपस में जोड़ कर बनाई गयी हैं. जोड़ कर बनाई गयी छड़ का मानक विचलन है

[Question ID = 34][Question Description = 114\_561\_GAP6\_\_Q14]

1. 10 mm

10 मिमी

[Option ID = 133]

2. 7 mm

7 मिमी

[Option ID = 134]

3. 5 mm

5 मिमी

[Option ID = 135]

4. 3.5 mm

3.5 मिमी

[Option ID = 136]

## 15) PART A

If all the planets in our solar system were to move in the same plane, it would necessarily imply that

यदि हमारे सौर मंडल के सभी ग्रह एक ही तल में गतिमान होते तो आवश्यक रूप से इसका तात्पर्य होता कि

[Question ID = 35][Question Description = 115\_561\_GAP6\_\_Q15]

1. The Sun is at the center of the solar system

सूर्य सौर मंडल के केंद्र में है

[Option ID = 137]

2. The visible planets will appear aligned along a straight line in the sky as seen from the earth

पृथ्वी से देखने पर सभी दृश्य ग्रह आकाश में एक सीधी रेखा में प्रतीत होंगे

[Option ID = 138]

3. Motion of planets is governed by Newton's law of gravity

ग्रहों की गति न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियमानुसार है

[Option ID = 139]

4. The radii of the orbits of the planets are in harmonic progression

ग्रहों के कक्षों की त्रिज्याएँ हार्मोनिक (हार्मोनिक) श्रेणी में हैं

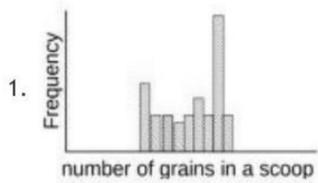
[Option ID = 140]

## 16) PART A

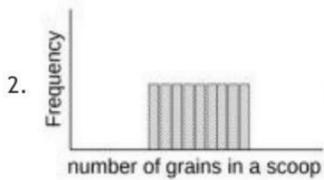
An experiment is done to count the number of small grains that make up a level scoop, taking adequate precautions. If the measurements are repeated several times, which of the following frequency distributions is the most unlikely to occur?

पर्याप्त सावधानियां रखते हुए एक प्रयोग किया जाता है जिसमें अनाज के छोटे दानों से सिरों तक भरे हुए में एक डोल (स्कूप) में दानों की संख्या (number of grains) गिनी जाती है यदि डोल को कई बार इसी तरह भर कर दानों की संख्या हर बार गिनी जाये तो दिये गये आवृत्ति (Frequency) वितरणों में से कौन से वितरण के नहीं होने की संभावना सर्वाधिक है?

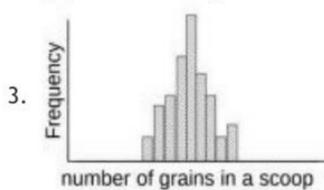
[Question ID = 36][Question Description = 116\_561\_GAP6\_\_Q16]



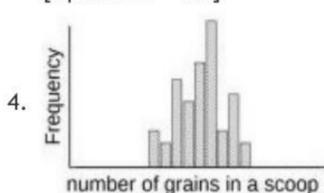
[Option ID = 141]



[Option ID = 142]



[Option ID = 143]



[Option ID = 144]

## 17) PART A

Two windows of a building are exactly one above the other and their lower edges are 2m and 4m above the ground. The angle of elevation of the bird from the lower edge of the lower window is  $60^\circ$  and that from the lower edge of the upper window is  $30^\circ$ . How high is the bird above the ground?

किस्ती ईमारत की दो खिड़कियां ठीक एक दूसरे के ऊपर हैं और उनकी निचली धारें धरातल से 2 मी व 4 मी ऊपर हैं एक खिड़किया का निचली खिड़की की निचली धार से उन्नयन कोण  $60^\circ$  तथा ऊपरी खिड़की की निचली धार से यही कोण  $30^\circ$  है समतल धरातल से यह खिड़किया कितना ऊंची उड़ रही है?

[Question ID = 37][Question Description = 117\_561\_GAP6\_\_Q17]

1. 5 m

5 मी

[Option ID = 145]

2. 8 m

8 मी

[Option ID = 146]

3. 10 m

10 मी

[Option ID = 147]

4. 15 m

15 मी

[Option ID = 148]

### 18) PART A

At a particular location, a mobile app shows that there are 6, 13, 28 and 50 infected persons with radii of 1, 2, 3 and 4 km, respectively. Within which radius is the density of infected persons the largest?

एक स्थान विशेष पर एक मोबाइल ऐप 1, 2, 3 व 4 किमी त्रिज्याओं के दायरे में क्रमशः 6, 13, 28 व 50 संक्रमित व्यक्तियों को दर्शाता है किस त्रिज्या में संक्रमित व्यक्तियों का घनत्व सर्वाधिक है?

[Question ID = 38][Question Description = 118\_561\_GAP6\_\_Q18]

1. 1 km

1 किमी

[Option ID = 149]

2. 2 km

2 किमी

[Option ID = 150]

3. 3 km

3 किमी

[Option ID = 151]

4. 4 km

4 किमी

[Option ID = 152]

### 19) PART A

Water from a completely filled cylindrical jar is poured into smaller cylindrical jars having  $1/10$ th of its diameter but same height. How many smaller jars can be completely filled with water?

पानी से पूरे भरे एक बेलनाकार जार का पानी, छोटे बेलनाकार जारों में उंडेला जाता है जिनकी ऊँचाई तो बड़े जार के समान है पर व्यास, बड़े जार का,  $1/10$  ही है. छोटे जारों की संख्या, जो कि पानी से पूरे भरे जा सकते हैं, कितनी है?

[Question ID = 39][Question Description = 119\_561\_GAP6\_\_Q19]

1. 10

[Option ID = 153]

2. 31

[Option ID = 154]

3. 100

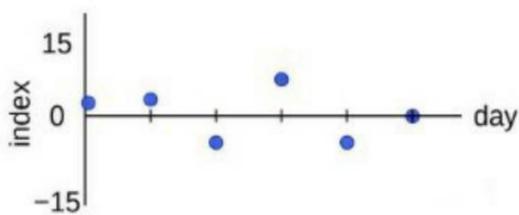
[Option ID = 155]

4. 314

[Option ID = 156]

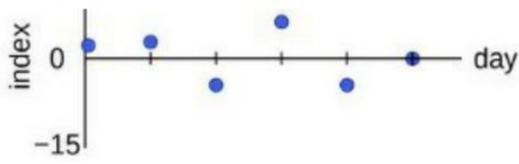
### 20) PART A

The graph shows the day-on-day changes in a certain index.



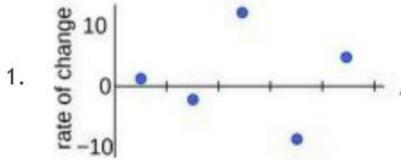
Which of the following is the correct graph of the rate of change of the index?

ग्राफ में एक विशेष सूचकांक (index) का दिन - प्रतिदिन परिवर्तन दर्शाया गया है।

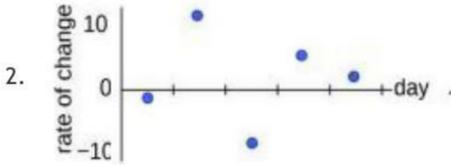


दिए गए ग्राफों में से कौनसा ग्राफ सूचकांक परिवर्तन दर (rate of change) को सही-सही दर्शाता है ?

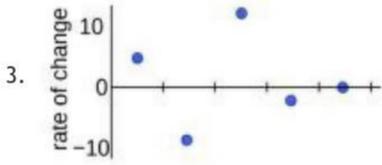
[Question ID = 40][Question Description = 120\_561\_GAP6\_\_Q20]



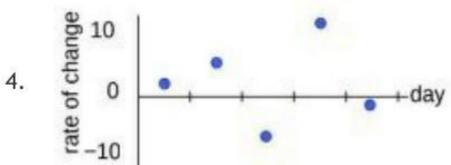
[Option ID = 157]



[Option ID = 158]



[Option ID = 159]



[Option ID = 160]

Topic:- 704\_PARTB\_Set1\_21-32

1) UNIT 1

Let  $S = \{1, 2, \dots, 100\}$  and let  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  and  $B = \{41, 42, \dots, 50\}$ . What is the total number of subsets of  $S$ , which have non-empty intersection with both  $A$  and  $B$ ?

मानें कि  $S = \{1, 2, \dots, 100\}$ ,  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  तथा  $B = \{41, 42, \dots, 50\}$ ।  $S$  के ऐसे उपसमुच्चयों की कुल संख्या बताइए जिनके,  $A$  तथा  $B$  दोनों के साथ अरिक्त प्रतिच्छेद है?

[Question ID = 469][Question Description = 101\_554\_MSCB\_\_Q01]

1.  $\frac{2^{100}}{2^{20}}$

[Option ID = 1873]

2.  $\frac{100!}{10!10!}$

[Option ID = 1874]

3.  $2^{80}(2^{10} - 1)^2$

[Option ID = 1875]

4.  $2^{100} - 2(2^{10})$

[Option ID = 1876]

2) UNIT 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n})$$

[Question ID = 470][Question Description = 102\_554\_MSCB\_\_Q02]

1. is equal to 0

शून्य के बराबर है

[Option ID = 1877]

2. is equal to 1

1 के बराबर है

[Option ID = 1878]

3. is equal to 2

2 के बराबर है

[Option ID = 1879]

4. does not exist

मौजूद नहीं है

[Option ID = 1880]

### 3) UNIT 1

Consider the sequence  $\{a_n\}_{n>1}$ , where

$$a_n = 3 + 5\left(-\frac{1}{2}\right)^n + (-1)^n\left(\frac{1}{4} + (-1)^n\frac{2}{n}\right).$$

Then the interval

$$\left(\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n, \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n\right)$$

is given by

अनुक्रम  $\{a_n\}_{n \geq 1}$ , पर विचार करें, जहाँ

$$a_n = 3 + 5\left(-\frac{1}{2}\right)^n + (-1)^n\left(\frac{1}{4} + (-1)^n\frac{2}{n}\right).$$

तब अंतराल

$$\left(\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n, \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n\right)$$

को निम्न से दिया जाता है

[Question ID = 471][Question Description = 103\_554\_MSCB\_\_Q03]

1.  $(-2, 8)$

[Option ID = 1881]

2.  $\left(\frac{11}{4}, \frac{13}{4}\right)$

[Option ID = 1882]

3.  $(3, 5)$

[Option ID = 1883]

4.  $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$

[Option ID = 1884]

### 4) UNIT 1

Which of the following sets are countable?

निम्न में से कौन से समुच्चय गणनीय हैं?

[Question ID = 472][Question Description = 104\_554\_MSCB\_\_Q04]

1. The set of all polynomials with rational coefficients

परिमेय गुणांकों वाले सभी बहुपदों का समुच्चय

[Option ID = 1885]

2. The set of all polynomials with real coefficients having rational roots

परिमेय मूलों वाले वास्तविक गुणांकों को रखने वाले सभी बहुपदों का समुच्चय

[Option ID = 1886]

3. The set of all  $2 \times 2$  real matrices with rational eigenvalues

परिमेय अभिलाक्षणिक मानों वाले सभी  $2 \times 2$  वास्तविक आव्यूहों का समुच्चय

[Option ID = 1887]

4. The set of all real matrices whose row echelon form has rational entries

जिनके पंक्ति सोपानक रूप में परिमेय प्रविष्टियाँ हों, ऐसे सभी आव्यूहों का समुच्चय

[Option ID = 1888]

### 5) UNIT 1

Let  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be given by

and  $f(x) = x^2$  and  $g(x) = \sin x$

Which of the following functions is uniformly continuous on  $\mathbb{R}$  ?

मानें कि  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  को निम्न से दिखाते हैं

$$f(x) = x^2 \text{ और } g(x) = \sin x$$

निम्न में से कौन सा फलन  $\mathbb{R}$  पर एक समानतः संतत है?

[Question ID = 473][Question Description = 105\_554\_MSCB\_\_Q05]

1.  $h(x) = g(f(x))$   
[Option ID = 1889]
2.  $h(x) = g(x)f(x)$   
[Option ID = 1890]
3.  $h(x) = f(g(x))$   
[Option ID = 1891]
4.  $h(x) = f(x) + g(x)$   
[Option ID = 1892]

#### 6) UNIT 1

Let

$$S_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3^4} + \dots$$

and

$$S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4^4} + \dots$$

Which of the following identities is true?

मानें कि

$$S_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3^4} + \dots$$

तथा

$$S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4^4} + \dots$$

निम्न तत्समकों में से कौन सा सत्य है?

[Question ID = 474][Question Description = 106\_554\_MSCB\_\_Q06]

1.  $3S_1 = 4S_2$   
[Option ID = 1893]
2.  $4S_1 = 3S_2$   
[Option ID = 1894]
3.  $S_1 + S_2 = 0$   
[Option ID = 1895]
4.  $S_1 = S_2$   
[Option ID = 1896]

#### 7) UNIT 1

Consider the two statements given below:

I. There exists a matrix  $N \in \mathbb{M}_4(\mathbb{R})$  such that  $\{(1,1,1,-1), (1,-1,1,1)\}$  is a basis of  $\text{Row}(N)$  and  $(1,2,1,4) \in \text{Null}(N)$

II. There exists a matrix  $M \in \mathbb{M}_4(\mathbb{R})$  such that  $\{(1,1,1,0)^T, (1,0,1,1)^T\}$  is a basis of  $\text{Col}(M)$  and  $(1,1,1,1)^T, (1,0,1,0)^T \in \text{Null}(M)$

Which of the following statements is true?

नीचे दिए दो कथनों पर विचार करें:

I : ऐसा कोई आव्यूह  $N \in \mathbb{M}_4(\mathbb{R})$  इस प्रकार का है कि  $\{(1,1,1,-1), (1,-1,1,1)\}$   $\text{Row}(N)$  का आधार है तथा  $(1,2,1,4) \in \text{Null}(N)$

II : ऐसा आव्यूह  $M \in \mathbb{M}_4(\mathbb{R})$  है कि  $\{(1,1,1,0)^T, (1,0,1,1)^T\}$   $\text{Col}(M)$  का आधार है तथा

$$(1,1,1,1)^T, (1,0,1,0)^T \in \text{Null}(M)$$

निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

[Question ID = 475][Question Description = 107\_554\_MSCB\_\_Q07]

1. Statement I is FALSE and Statement II is TRUE,  
कथन I असत्य है तथा कथन II सत्य है।

[Option ID = 1897]

2. Statement I is TRUE and Statement II is FALSE,  
कथन I सत्य है तथा कथन II असत्य है।

[Option ID = 1898]

3. Both Statement I and Statement II are FALSE,  
कथन I तथा कथन II दोनों असत्य हैं।

[Option ID = 1899]

4. Both Statement I and Statement II are TRUE,  
कथन I तथा कथन II दोनों सत्य हैं।

[Option ID = 1900]

### 8) UNIT 1

Let  $A$  and  $B$  be  $n \times n$  matrices. Suppose the sum of the elements in any row of  $A$  is 2 and the sum of the elements in any column of  $B$  is 2. Which of the following matrices is necessarily singular?

$A$  तथा  $B$  को  $n \times n$  आव्यूह मानें। मान लें कि  $A$  के किसी भी पंक्ति के अवयवों का योग 2 है तथा  $B$  के किसी भी स्तंभ के अवयवों का योग 2 है। निम्न आव्यूहों में से कौन सी अनिवार्यतः अव्युत्क्रमणीय है?

[Question ID = 476][Question Description = 108\_554\_MSCB\_\_Q08]

1.  $I - \frac{1}{2}BA^T$

[Option ID = 1901]

2.  $I - \frac{1}{2}AB$

[Option ID = 1902]

3.  $I - \frac{1}{4}AB$

[Option ID = 1903]

4.  $I - \frac{1}{4}BA^T$

[Option ID = 1904]

### 9) UNIT 1

Let  $A$  be a  $4 \times 4$  matrix such that  $-1, 1, 1, -2$  are its eigenvalues. If  $B = A^4 - 5A^2 + 5I$ , then trace  $(A + B)$  equals

मानें कि  $A$  ऐसा  $4 \times 4$  आव्यूह है जिसके अभिलक्षणिक मान  $-1, 1, 1, -2$  है। यदि  $B = A^4 - 5A^2 + 5I$ , तो trace  $(A + B)$  है

[Question ID = 477][Question Description = 109\_554\_MSCB\_\_Q09]

1. 0

[Option ID = 1905]

2. -12

[Option ID = 1906]

3. 3

[Option ID = 1907]

4. 9

[Option ID = 1908]

### 10) UNIT 1

Let  $M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ . Given that 1 is an eigenvalue of  $M$ , which of the following statements is true?

मानें कि  $M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ . यदि  $M$  का एक अभिलक्षणिक मान  $\lambda$  हो तो निम्न कथनों में से कौन सा सत्य है?

[Question ID = 478][Question Description = 110\_554\_MSCB\_\_Q10]

1.  $-2$  is an eigenvalue of  $M$ .  
 $M$  का एक अभिलक्षणिक मान  $-2$  है

[Option ID = 1909]

2.  $3$  is an eigenvalue of  $M$ .  
 $M$  का एक अभिलक्षणिक मान  $3$  है

[Option ID = 1910]

3. The eigen space of each eigen value has dimension  $1$ .  
हर अभिलक्षणिक मान के अभिलक्षणिक समष्टि की विमा  $1$  है

[Option ID = 1911]

4.  $M$  is diagonalizable.  
 $M$  विकर्णनीय (diagonalizable) है

[Option ID = 1912]

### 11) UNIT 1

Let  $n > 1$  be a fixed natural number. Which of the following is an inner product on the vector space of  $n \times n$  real symmetric matrices?

मानें कि  $n > 1$  एक नियत प्राकृतिक संख्या है। निम्न में से कौन  $n \times n$  वास्तविक सममित आव्यूहों की सदिश समष्टि पर आंतर गुणनफल है?

[Question ID = 479][Question Description = 111\_554\_MSCB\_\_Q11]

1.  $\langle A, B \rangle = (\text{trace}(A))(\text{trace}(B))$

[Option ID = 1913]

2.  $\langle A, B \rangle = \text{trace}(AB)$

[Option ID = 1914]

3.  $\langle A, B \rangle = \text{determinant}(AB)$

[Option ID = 1915]

4.  $\langle A, B \rangle = \text{trace}(A) + \text{trace}(B)$

[Option ID = 1916]

### 12) UNIT 1

Let  $V = \{A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : A^t + A \in \mathbb{R} \cdot I\}$ , where  $I$  is the identity matrix. Consider the quadratic form defined as  $q(A) = \text{Trace}(A)^2 - \text{Trace}(A^2)$ . What is the signature of this quadratic form?

मानें कि  $V = \{A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : A^t + A \in \mathbb{R} \cdot I\}$ , जहाँ  $I$  तत्समक आव्यूह है।

$q(A) = \text{Trace}(A)^2 - \text{Trace}(A^2)$  से परिभाषित द्विघाती रूप पर विचार करें। इस द्विघाती रूप का चिह्नक (signature) क्या है?

[Question ID = 480][Question Description = 112\_554\_MSCB\_\_Q12]

1.  $(+ + +)$

[Option ID = 1917]

2.  $(+ 0 0)$

[Option ID = 1918]

3.  $(+ - -)$

[Option ID = 1919]

4.  $(- - 0)$

[Option ID = 1920]

Topic:- 704\_PARTB\_Set1\_33-40

### 1) UNIT-2

Let  $f(z)$  be a non-constant entire function and  $z = x + iy$ . Let  $u(x, y), v(x, y)$  denote its real and imaginary parts respectively. Which of the following statements is FALSE?

real and imaginary parts respectively. Which of the following statements is FALSE:

मानें कि  $f(z)$  अचरेतर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है तथा  $z = x + iy$ . मानें कि  $u(x,y)$  तथा  $v(x,y)$  इसके क्रमशः वास्तविक तथा अधिकात्पित अंश है। निम्न में से कौन-सा कथन असत्य है?

[Question ID = 481][Question Description = 113\_554\_MSCB\_\_Q13]

1.  $u_x = v_y$  and  $u_y = -v_x$   
 $u_x = v_y$  तथा  $u_y = -v_x$

[Option ID = 1921]

2.  $u_y = v_x$  and  $u_x = -v_y$   
 $u_y = v_x$  तथा  $u_x = -v_y$

[Option ID = 1922]

3.  $|f'(x + iy)|^2 = u_x(x,y)^2 + v_x(x,y)^2$   
 $|f'(x + iy)|^2 = u_x(x,y)^2 + v_x(x,y)^2$

[Option ID = 1923]

4.  $|f'(x + iy)|^2 = u_y(x,y)^2 + v_y(x,y)^2$   
 $|f'(x + iy)|^2 = u_y(x,y)^2 + v_y(x,y)^2$

[Option ID = 1924]

## 2) UNIT- 2

Let  $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$  be the open unit disc  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$  and  $\mathcal{O}(\mathbb{D})$  be the space of all holomorphic

functions on  $\mathbb{D}$ . Consider the sets  $A = \left\{ f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) : f\left(\frac{1}{n}\right) = \begin{cases} e^{-n} & \text{if } n \text{ is even} \\ 0 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}; \text{ for } n \geq 2, \right\}$   
 $B = \{f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) : f(1/n) = (n-2)/(n-1), n \geq 2\}$ .

Which of the following statements is true?

मानें कि  $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$  विवृत एकक डिस्क (open unit disc)  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$  है तथा  $\mathbb{D}$  पर होलोमॉर्फिक फलनों की समष्टि  $\mathcal{O}(\mathbb{D})$  है। निम्न समुच्चयों पर विचार करें।

$$A = \left\{ f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) : f\left(\frac{1}{n}\right) = \begin{cases} e^{-n} & \text{if } n \text{ is even} \\ 0 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}; \text{ for } n \geq 2, \right\}$$

$$B = \{f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) : f(1/n) = (n-2)/(n-1), n \geq 2\}.$$

निम्न में से कौन सा कथन सच है ?

[Question ID = 482][Question Description = 114\_554\_MSCB\_\_Q14]

1. Both  $A$  and  $B$  are non-empty.  
 $A$  तथा  $B$  दोनों अरिक्त है

[Option ID = 1925]

2.  $A$  is empty and  $B$  has exactly one element  
 $A$  रिक्त है तथा  $B$  का यथायथ एक अवयव है

[Option ID = 1926]

3.  $A$  has exactly one element and  $B$  is empty  
 $A$  का यथायथ एक अवयव है तथा  $B$  रिक्त है

[Option ID = 1927]

4. Both  $A, B$  are empty  
 $A$  तथा  $B$  दोनों रिक्त है

[Option ID = 1928]

## 3) UNIT- 2

Let  $f$  be a rational function of a complex variable  $z$  given by

$$f(z) = \frac{z^3 + 2z - 4}{z}.$$

The radius of convergence of the Taylor series of  $f$  at  $z = 1$  is

मानें कि  $f$  किसी सम्मिश्र चर  $z$  का परिमेय फलन है जिसे निम्न से प्रदर्शित करते हैं।

$$f(z) = \frac{z^3 + 2z - 4}{z}$$

ऐसे में  $z = 1$  पर  $f$  की टेलर श्रेणी की अभिसरण त्रिज्या है।

[Question ID = 483][Question Description = 115\_554\_MSCB\_\_Q15]

1. 0  
[Option ID = 1929]
2. 1  
[Option ID = 1930]
3. 2  
[Option ID = 1931]
4.  $\infty$   
[Option ID = 1932]

#### 4) UNIT- 2

Let  $\gamma$  be the positively oriented circle  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = 3/2\}$ . Suppose that

$$\int_{\gamma} \frac{e^{i\pi z}}{(z-1)(z-2i)^2} dz = 2\pi i C.$$

Then  $|C|$  equals

मानें कि  $\gamma$  धनात्मक अभिविन्यस्त वृत्त  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = 3/2\}$  है। मान लें कि

$$\int_{\gamma} \frac{e^{i\pi z}}{(z-1)(z-2i)^2} dz = 2\pi i C.$$

तब  $|C|$  निम्न के तुल्य है

[Question ID = 484][Question Description = 116\_554\_MSCB\_\_Q16]

1. 2  
[Option ID = 1933]
2. 5  
[Option ID = 1934]
3.  $1/2$   
[Option ID = 1935]
4.  $1/5$   
[Option ID = 1936]

#### 5) UNIT- 2

Let  $S = \{n: 1 \leq n \leq 999; 3|n \text{ or } 37|n\}$ . How many integers are there in the set

$$S^c = \{n: 1 \leq n \leq 999; n \notin S\}?$$

मानें कि  $S = \{n: 1 \leq n \leq 999; 3|n \text{ or } 37|n\}$ . तब  $S^c = \{n: 1 \leq n \leq 999; n \notin S\}$  समुच्चय में कितने पूर्णांक हैं?

[Question ID = 485][Question Description = 117\_554\_MSCB\_\_Q17]

1. 639  
[Option ID = 1937]
2. 648  
[Option ID = 1938]
3. 666  
[Option ID = 1939]
4. 990  
[Option ID = 1940]

#### 6) UNIT- 2

How many generators does a cyclic group of order 36 have?

कोटि (order) 36 के चक्रीय समूह के कितने जनित् होंगे?

[Question ID = 486][Question Description = 118\_554\_MSCB\_\_Q18]

1. 6  
[Option ID = 1941]

2. 12

[Option ID = 1942]

3. 18

[Option ID = 1943]

4. 24

[Option ID = 1944]

## 7) UNIT-2

Which of the following statements is necessarily true for a commutative ring  $R$  with unity?यूनिटी के साथ क्रम विनिमेय वलय  $R$  के लिए निम्न वक्तव्यों में से कौन सा सत्य है ?

[Question ID = 487][Question Description = 119\_554\_MSCB\_\_Q19]

 $R$  may have no maximal ideals,1.  $R$  की कोई उच्चिष्ठ गुणजावलियां नहीं है

[Option ID = 1945]

 $R$  can have exactly two maximal ideals2.  $R$  की यथायथ दो उच्चिष्ठ गुणजावलियां हो सकती है

[Option ID = 1946]

 $R$  can have one or more maximal ideals but no prime ideals3.  $R$  को एक अथवा एकाधिक उच्चिष्ठ गुणजावलियां हो सकती है परन्तु कोई अभाज्य गुणजावली नहीं

[Option ID = 1947]

 $R$  has at least two prime ideals4.  $R$  के कम से कम 2 अभाज्य गुणजावलियां है

[Option ID = 1948]

## 8) UNIT 2

Let  $(X, d)$  be a metric space and let  $f: X \rightarrow X$  be a function such that  $d(f(x), f(y)) \leq d(x, y)$  for every  $x, y \in X$ . Which of the following statements is necessarily true?मानें कि  $(X, d)$  दूरीक समष्टि है तथा  $f: X \rightarrow X$  ऐसा फलन हो कि  $d(f(x), f(y)) \leq d(x, y)$  सभी  $x, y \in X$  के लिए। निम्न वक्तव्यों में से कौन सा अनिवार्यतः सच है ?

[Question ID = 488][Question Description = 120\_554\_MSCB\_\_Q20]

1.  $f$  is continuous,  
 $f$  संतत है

[Option ID = 1949]

2.  $f$  is injective  
 $f$  एकैकी है

[Option ID = 1950]

3.  $f$  is surjective  
 $f$  आच्छादी है

[Option ID = 1951]

4.  $f$  is injective if and only if  $f$  is surjective  
 $f$  एकैकी है केवल तथा केवल यदि  $f$  आच्छादी है

[Option ID = 1952]

Topic:- 704\_PARTB\_Set1\_41-48

## 1) UNIT -3

If  $y(x)$  is a solution of the equation

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

Satisfying  $y(0) = 1$ . Then  $y''(0)$  is equal toयदि  $y(x)$  समीकरण

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

$$xy + y + y - 0$$

का एक हल है, जो  $y(0) = 1$  को संतुष्ट करता है, तब  $y''(0)$  बराबर है

[Question ID = 489][Question Description = 121\_554\_MSCB\_\_Q21]

1.  $1/24$

[Option ID = 1953]

2.  $1/12$

[Option ID = 1954]

3.  $1/6$

[Option ID = 1955]

4.  $1/2$

[Option ID = 1956]

## 2) UNIT -3

Consider the following two initial value ODEs

(A)  $\frac{dx}{dt} = x^3, x(0) = 1;$

(B)  $\frac{dx}{dt} = x \sin x^2, x(0) = 2.$

Related to these ODEs, we make the following assertions.

I The solution to (A) blows up in finite time.

II The solution to (B) blows up in finite time.

Which of the following statements is true?

निम्नलिखित दो प्रारंभिक मान ODEs पर विचार करें:

(A)  $\frac{dx}{dt} = x^3, x(0) = 1;$

(B)  $\frac{dx}{dt} = x \sin x^2, x(0) = 2.$

इन ODEs से संबंधित निम्नलिखित अभिकथन हैं:

I (A) का हल परिमित समय में बढ़ जाता है।

II (B) का हल परिमित समय में बढ़ जाता है।

निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?

[Question ID = 490][Question Description = 122\_554\_MSCB\_\_Q22]

1. Both (I) and (II) are true

(I) तथा (II) दोनों सत्य हैं

[Option ID = 1957]

2. (I) is true but (II) is false

(I) सत्य है, लेकिन (II) असत्य है

[Option ID = 1958]

3. Both (I) and (II) are false

(I) तथा (II) दोनों असत्य हैं

[Option ID = 1959]

4. (I) is false but (II) is true

(I) असत्य है, लेकिन (II) सत्य है

[Option ID = 1960]

## 3) UNIT -3

Let  $u(x,y)$  solve the Cauchy problem

$$\frac{\partial u}{\partial y} - x \frac{\partial u}{\partial x} + u - 1 = 0 \text{ where } -\infty < x < \infty, y \geq 0 \text{ and } u(x,0) = \sin x.$$

Then  $u(0,1)$  is equal to

मानें कि  $u(x,y)$  कोशी समस्या (प्रॉब्लम)

$$\frac{\partial u}{\partial y} - x \frac{\partial u}{\partial x} + u - 1 = 0 \text{ जहाँ } -\infty < x < \infty, y \geq 0 \text{ तथा } u(x,0) = \sin x$$

का हल है, तब  $u(0,1)$  बराबर है

[Question ID = 491][Question Description = 123\_554\_MSCB\_\_Q23]

1.  $1 - \frac{1}{e}$

[Option ID = 1961]

2.  $1 + \frac{1}{e}$

[Option ID = 1962]

3.  $1 - \frac{1-\sin e}{e}$

[Option ID = 1963]

4.  $1 + \frac{1-\sin e}{e}$

[Option ID = 1964]

#### 4) UNIT -3

Which of the following partial differential equations is NOT PARABOLIC for all  $x, y \in \mathbb{R}$  ?

निम्न आंशिक अवकलन समीकरणों में से कौन सा सब  $x, y \in \mathbb{R}$  के लिए परवलयिक नहीं है ?

[Question ID = 492][Question Description = 124\_554\_MSCB\_\_Q24]

1.  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2xy \frac{\partial u}{\partial y} + y^2 = 0$

[Option ID = 1965]

2.  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

[Option ID = 1966]

3.  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

[Option ID = 1967]

4.  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

[Option ID = 1968]

#### 5) UNIT -3

Let the solution to the initial value problem

$$y' = y - t^2 + 1, 0 \leq t \leq 2, y(0) = 0.5$$

be computed using the Euler's method with step-length  $h = 0.4$ . If  $y(0.8)$  and  $w(0.8)$  denote the exact and approximate solutions at  $t = 0.8$ , then an error bound for Euler's method is given by

निम्न आरंभिक मान समस्या

$$y' = y - t^2 + 1, 0 \leq t \leq 2, y(0) = 0.5$$

का हल ऑयलर की विधि से  $h = 0.4$  लम्बाई के चरणों में अभिकलित किया जाए। यदि  $y(0.8)$  तथा  $w(0.8)$ ,  $t = 0.8$  पर यथायथ एवं लगभग हल हो तों ऑयलर विधि के लिए त्रुटि परिबद्ध को निम्न से दिया जाता है।

[Question ID = 493][Question Description = 125\_554\_MSCB\_\_Q25]

1.  $0.2(0.5e^2 - 2)(e^{0.4} - 1)$

[Option ID = 1969]

2.  $0.1(e^{0.4} - 1)$

[Option ID = 1970]

3.  $0.2(0.5e^2 - 2)(e^{0.8} - 1)$

[Option ID = 1971]

4.  $0.1(e^{0.8} - 1)$

[Option ID = 1972]

#### 6) UNIT -3

Which of the following is an extremal of the functional

$$J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 2xy) dx$$

that satisfies the boundary conditions  $y(-1) = -1$  and  $y(1) = 1$  ?

निम्न में से कौन सा फलनक  $J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 2xy) dx$

का ऐसा चरम है जो परिसीमा प्रतिबंध  $y(-1) = -1$  तथा  $y(1) = 1$  को संतुष्ट करता है?

[Question ID = 494][Question Description = 126\_554\_MSCB\_\_Q26]

1.  $-\frac{x^3}{5} + \frac{6x}{5}$

[Option ID = 1973]

2.  $-\frac{x^5}{8} + \frac{9x}{8}$

[Option ID = 1974]

3.  $-\frac{x^3}{6} + \frac{7x}{6}$

[Option ID = 1975]

4.  $-\frac{x^3}{7} + \frac{8x}{7}$

[Option ID = 1976]

### 7) UNIT -3

Let  $a, b, c \in \mathbb{R}$  be such that the quadrature rule

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = af(-1) + bf'(0) + cf'(1)$$

is exact for all polynomials of degree less than or equal to 2. Then  $a + b + c$  equal to

मानें कि  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ऐसे है कि जिनकी चतुर्भुज नियम  $\int_{-1}^1 f(x) dx = af(-1) + bf'(0) + cf'(1)$

उन सब बहुपदों के लिए यथायथ है जिनकी घात 2 या 2 से कम है। तब  $a + b + c$  निम्न बराबर होगा

[Question ID = 495][Question Description = 127\_554\_MSCB\_\_Q27]

1. 4

[Option ID = 1977]

2. 3

[Option ID = 1978]

3. 2

[Option ID = 1979]

4. 1

[Option ID = 1980]

### 8) UNIT -3

A body moves freely in a uniform gravitational field. Which of the following statements is true?

कोई पिंड एक-समान गुरुत्व बल के प्रभाव में स्वतंत्र गति करता है निम्न में से कौन सा वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 496][Question Description = 128\_554\_MSCB\_\_Q28]

1. Stable equilibrium of the body is possible

पिंड का स्थायी साम्य कथन संभव है

[Option ID = 1981]

2. Stable equilibrium of the body is not possible

पिंड का स्थायी साम्य कथन संभव नहीं है

[Option ID = 1982]

3. Stable equilibrium of the body depends on the strength of the field

पिंड का स्थायी साम्य कथन क्षेत्र की प्रबलता पर निर्भर करता है

[Option ID = 1983]

4. Equilibrium is metastable

साम्य अस्थायी (metastable) है

[Option ID = 1984]

Topic:- 704\_PARTB\_Set1\_49-60

### 1) UNIT -3

Suppose that  $Y$  has Exponential distribution with mean  $\theta$  and that the conditional distribution of  $X$  given  $Y = y$  is Normal with mean  $\theta$  and variance  $y$ , for all  $y > 0$ . Identify the characteristic function of  $X$  (defined as  $\phi_X(t) = E[e^{itX}]$ ) from the following.

मानें कि  $Y$  का बंटन चर घातांकी है जिसका माध्य  $\theta$  है तथा  $X$  का सप्रतिबंध बंटन,  $Y = y$  हो तो, प्रसामान्य है जबकि माध्य  $\theta$  तथा प्रसरण  $y$  है, सभी  $y > 0$  के लिए।  $X$  के अभिलक्षणिक फलन ( $\phi(t) = \mathbb{E}[e^{itX}]$  से परिभाषित) को निम्न में से पहचानिए

[Question ID = 497][Question Description = 129\_554\_MSCB\_\_Q29]

1.  $e^{-\frac{\theta}{2}t^2}$

[Option ID = 1985]

2.  $e^{-\frac{1}{2\theta}t^2}$

[Option ID = 1986]

3.  $\frac{1}{1+\frac{1}{2}\theta t^2}$

[Option ID = 1987]

4.  $\frac{\theta}{\theta+\frac{1}{2}t^2}$

[Option ID = 1988]

## 2) UNIT -4

A proportion  $p$  of a large population has particular disease. A random sample of  $k$  people is drawn from the population and their blood samples are combined. An accurate test for the disease applied to the combined blood sample shows a positive result, hence at least one of the  $k$  people has the disease. What is the probability that exactly one of the  $k$  people has the disease?

बड़ी जनसंख्या का अनुपात  $p$  किसी खास बीमारी से ग्रस्त है। जनसंख्या में से  $k$  लोगों का यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया जाता है और उनके रक्त के नमूने मिला दिये जाते हैं। एक यथार्थ परिणाम देने वाले परीक्षण को मिश्रित रक्त के नमूने का परिणाम धनात्मक है, अतः  $k$  में से कम से कम एक व्यक्ति को रोग है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि  $k$  लोगों में यथायथ एक व्यक्ति को रोग है?

[Question ID = 498][Question Description = 130\_554\_MSCB\_\_Q30]

1.  $\frac{k p(1-p)^{k-1}}{1-(1-p)^k}$

[Option ID = 1989]

2.  $\frac{(1-p)^k + k p(1-p)^{k-1}}{1-(1-p)^k}$

[Option ID = 1990]

3.  $\frac{p}{p+p^2+\dots+p^k}$

[Option ID = 1991]

4.  $\frac{1}{k}$

[Option ID = 1992]

## 3) UNIT -4

Let  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  Consider a Markov chain on the state space  $S$  with transition probability matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Then which of the following is always true?

मानें कि  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  अवस्था समष्टि  $S$  पर मार्कोव श्रृंखला पर विचार करें जबकि संक्रमण प्रायिकता आव्यूह

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

तब निम्न में से कौन सदैव सत्य है?

[Question ID = 499][Question Description = 131\_554\_MSCB\_\_Q31]

- State 1 has period 2  
अवस्था- 1 आवर्त (period)1 है  
[Option ID = 1993]
- State 2 is recurrent  
अवस्था- 2 पुनरावर्ती (recurrent) है  
[Option ID = 1994]
- State 3 is transient  
अवस्था- 3 अल्पस्थायी (transient) है  
[Option ID = 1995]
- The chain admits at least two stationary distributions  
श्रृंखला के लिए कम से कम दो स्थिर (stationary) बंटन हैं  
[Option ID = 1996]

#### 4) UNIT -4

Let  $X_1, X_2, \dots$  be i.i.d. random variables with uniform distribution on the interval  $[0,1]$ . Let

$Y_{n,k}$  denote the  $k^{\text{th}}$  order statistic based on the sample

$X_1, \dots, X_n$  (e.g.  $Y_{n,1} = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ ).

What is the probability that  $Y_{21,7} = Y_{22,7}$  ?

मानें कि  $X_1, X_2, \dots$  अंतराल  $[0,1]$  में एक समान बंटन वाले i.i.d यादृच्छिक चर हैं। मानें कि  $X_1, \dots, X_n$  प्रतिदर्श के आधार पर  $Y_{n,k}$   $k^{\text{th}}$  क्रम: प्रतिदर्शज इंगित करता है (जैसे  $Y_{n,1} = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ )। क्या प्रायिकता है कि  $Y_{21,7} = Y_{22,7}$  ?

[Question ID = 500][Question Description = 132\_554\_MSCB\_\_Q32]

- $\frac{1}{3}$   
[Option ID = 1997]
- $\frac{2}{3}$   
[Option ID = 1998]
- $\frac{7}{11}$   
[Option ID = 1999]
- $\frac{15}{22}$   
[Option ID = 2000]

#### 5) UNIT -4

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a random sample from exponential distribution with mean  $\theta$ . Which of the following is NOT a sufficient statistic for  $\theta$  ?

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  चर घातांकी बंटन के यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं जिनका माध्य  $\theta$  है। निम्न में से कौन सा  $\theta$  के लिए पर्याप्त प्रतिदर्शज नहीं है ?

[Question ID = 501][Question Description = 133\_554\_MSCB\_\_Q33]

- $\frac{1}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}$   
[Option ID = 2001]
- $X_1 + X_2 + \dots + X_n$   
[Option ID = 2002]
- $\frac{X_n}{X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1}}$   
[Option ID = 2003]
- $(X_n, X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1})$   
[Option ID = 2004]

#### 6) UNIT -4

Let  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  be a random sample from normal distribution with unknown mean  $\mu$  and variance 4. Suppose  $Z \sim N(0,1)$ . For the most powerful test for testing  $H_0: \mu = 3$  vs  $H_1: \mu = 0$ , which one of the following is the p-value where the observed sample mean is 2.5?

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  अज्ञात माध्य  $\mu$  तथा प्रसरण 4 वाले प्रसामान्य बंटन में से यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं। मानें कि  $Z \sim N(0,1)$ .  $H_0: \mu = 3$  vs  $H_1: \mu = 0$  के परीक्षण के लिए सबसे शक्तिशाली परीक्षण के लिए निम्न में से कौन सा p-मान है जहाँ प्रेक्षित प्रतिदर्श माध्य 2.5 है ?

[Question ID = 502][Question Description = 134\_554\_MSCB\_\_Q34]

1.  $P(Z > 1)$   
[Option ID = 2005]
2.  $P(Z > -1)$   
[Option ID = 2006]
3.  $P(Z > 0.5)$   
[Option ID = 2007]
4.  $P(Z > -0.5)$   
[Option ID = 2008]

#### 7) UNIT -4

A newly developed algorithm for random number generation needs to be tested. The first step is to check whether the sequence of numbers generated can be considered a random sample from the uniform distribution on the interval  $(0,1)$ . Which of the following is an appropriate nonparametric test?

यादृच्छिक संख्या बनाने के लिए विकसित नये एल्गोरिथम का परीक्षण होना है। प्रथम चरण में यह जांच है कि क्या बनाए गई यादृच्छिक संख्यायें अंतराल  $(0,1)$  में एक समान बंटन की यादृच्छिक प्रतिदर्श है। निम्न में से कौन सा समुचित बपाचलिक (nonparametric) परीक्षण है?

[Question ID = 503][Question Description = 135\_554\_MSCB\_\_Q35]

1. Wilcoxon signed rank test  
विल्कोक्सन चिह्नित कोटि (रैंक) परीक्षण  
[Option ID = 2009]
2. Sign test  
चिन्ह (साईन) परीक्षण  
[Option ID = 2010]
3. Paired  $t$  test  
युग्मित  $t$  परीक्षण  
[Option ID = 2011]
4. Kolmogorov-Smirnov test  
काल्मोगोरोव-स्मिरनोव परीक्षण  
[Option ID = 2012]

#### 8) UNIT -4

Suppose Poisson  $X|\lambda \sim \text{Poisson}(\lambda)$  where  $\lambda > 0$ . Consider the exponential distribution with mean  $1/4$  for the prior on  $\lambda$ . If the observed value of  $X$  is  $0$ , then which among the following is the 95% Bayesian credible (confidence) interval for  $\lambda$  of smallest length?

मानें कि  $X|\lambda \sim \text{पवासों}(\lambda)$  जहाँ  $\lambda > 0$ ।  $\lambda$  पर प्रायर (prior) के लिए माध्य  $1/4$  वाले चर घातांकी बंटन पर विचार करें। यदि  $X$  का प्रेक्षित मान  $0$  हो तो निम्न में से कौन सा सबसे कम लंबाई वाला  $\lambda$  के लिए 95% बेज विश्वास्यता अंतराल है?

[Question ID = 504][Question Description = 136\_554\_MSCB\_\_Q36]

1.  $(0, c)$  where  $c = 0.95$   
 $(0, c)$  जहाँ  $c = 0.95$   
[Option ID = 2013]
2.  $(0, c)$  where  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
 $(0, c)$  जहाँ  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
[Option ID = 2014]
3.  $(c, \exp(c))$  where  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
 $(c, \exp(c))$  जहाँ  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
[Option ID = 2015]
4.  $(0.2 - c, 0.2 + c)$  where  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
 $(0.2 - c, 0.2 + c)$  जहाँ  $c = \frac{\log(20)}{5}$   
[Option ID = 2016]

#### 9) UNIT -4

Suppose  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  are bivariate measurements where  $n > 2$ . Assume that all the  $x_i$  are distinct and all the  $y_i$  are distinct too. Let  $r$  denote the ordinary (Pearson)

correlation coefficient and  $r_s$  denote the (Spearman) rank correlation coefficient. Suppose  $r_p = 1$ . Which of the following is true?  
 मानें कि  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  द्विचर मापन हैं जहाँ  $n > 2$ . मानें कि सभी  $x_i$  भिन्न है तथा सभी  $y_i$  भी भिन्न हैं। मानें कि  $r_p$  साधारण (पियर्सन) सहसंबंध गुणांक है तथा  $r_s$  स्पीयरमैन 'रैंक' सहसंबंध गुणांक है। मान लें कि  $r_p = 1$ . निम्न में से कौन सा सत्य है ?

[Question ID = 505][Question Description = 137\_554\_MSCB\_\_Q37]

1.  $0.5 < r_s < 1$

[Option ID = 2017]

2.  $r_s = 0.5$

[Option ID = 2018]

3.  $r_s = 1$

[Option ID = 2019]

4.  $r_s = -1$

[Option ID = 2020]

#### 10) UNIT -4

Consider a BIBD (Balanced Incomplete Block Design) with  $v$  treatments in  $b$  blocks, each of which has  $k$  plots. Let  $r$  denote the number of blocks in which each treatment occurs. Let  $\lambda$  be the number of blocks in which each pair of treatment occurs. Which of the following statements is necessarily true?

प्रत्येक ब्लॉक में  $k$  प्लॉट वाले ऐसे BIBD (संतुलित अपूर्ण खंडक डिजाइन) पर विचार करें, जहाँ  $b$  ब्लॉकों में  $v$  उपचार हो।  $r$  को उन ब्लॉकों की संख्या मानें जिनमें हर एक उपचार पाया जाता है।  $\lambda$  को उन ब्लॉकों की संख्या मानें जिसमें हर उपचार-युग्म पाया जाता हो। निम्न वक्तव्यों में से कौन सा अनिवार्यतः सत्य है ?

[Question ID = 506][Question Description = 138\_554\_MSCB\_\_Q38]

1.  $vb = rk$

[Option ID = 2021]

2.  $vr = bk$

[Option ID = 2022]

3.  $r(b-1) = \lambda(k-1)$

[Option ID = 2023]

4.  $r(v-1) = \lambda(b-1)$

[Option ID = 2024]

#### 11) UNIT -4

Let  $X_1, X_2, X_3, X_4$  be i.i.d. random variables having Uniform distribution on  $(0, \theta)$  where  $\theta > 0$  is an unknown parameter. Define  $X_{(4)} = \max\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ . Consider the confidence intervals  $I = [2X_{(4)}, 3X_{(4)}]$  and  $J = [X_{(4)}, 1 + X_{(4)}]$  for  $\theta$ . Which of the following is true?

मानें कि  $X_1, X_2, X_3, X_4$  ऐसे i.i.d यादृच्छिक चर है जो  $(0, \theta)$  पर एक-समानतः बँटित हैं, जहाँ

$\theta > 0$  अज्ञात प्राचल है।  $X_{(4)} = \max\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$  की तरह परिभाषित करें।  $\theta$  के लिए अंतरालों  $I = [2X_{(4)}, 3X_{(4)}]$  तथा  $J = [X_{(4)}, 1 + X_{(4)}]$  पर विचार करें। निम्न में कौन सा सत्य है ?

[Question ID = 507][Question Description = 139\_554\_MSCB\_\_Q39]

The coverage probabilities of  $I$  and  $J$  are both independent of  $\theta$ .

1.  $I$  तथा  $J$  दोनों की आच्छादनीयता-प्रायिकता (coverage probabilities)  $\theta$  से स्वतंत्र है

[Option ID = 2025]

The coverage probability of  $I$  is independent of  $\theta$  but the coverage probability of  $J$  is

2. NOT independent of  $\theta$

$I$  की आच्छादनीयता-प्रायिकता  $\theta$  से स्वतंत्र है लेकिन  $J$  की आच्छादनीयता-प्रायिकता  $\theta$  से स्वतंत्र नहीं है

[Option ID = 2026]

The coverage probability of  $I$  is independent of  $\theta$  but the coverage probability of  $J$  is

- The coverage probability of  $J$  is independent of  $\theta$  but the coverage probability of  $I$  is
3. NOT independent of  $\theta$   
 $J$  की आच्छादनीयता-प्रायिकता  $\theta$  से स्वतंत्र है लेकिन  $I$  की आच्छादनीयता- प्रायिकता  $\theta$  से स्वतंत्र नहीं है

[Option ID = 2027]

4. The coverage probabilities of both  $I$  and  $J$  are NOT independent of  $\theta$   
 $I$  तथा  $J$  दोनों की आच्छादनीयता-प्रायिकता  $\theta$  से स्वतंत्र नहीं है

[Option ID = 2028]

## 12) UNIT -4

Consider a M/M/1 queueing system with traffic intensity  $\rho < 1$ . The probability of having  $n$  customers in the system at the steady state is given by

M/M/1 पंक्ति प्रणाली पर विचार करें जिसके लिए ट्रैफिक तीव्रता  $\rho < 1$  है। स्थायी अवस्था में प्रणाली में  $n$  ग्राहक होने की प्रायिकता निम्न से दी जाती है।

[Question ID = 508][Question Description = 140\_554\_MSCB\_\_Q40]

- 1.
- $\rho^n$

[Option ID = 2029]

- 2.
- $\rho(1 - \rho^n)$

[Option ID = 2030]

- 3.
- $\rho^{n-1}(1 - \rho)$

[Option ID = 2031]

- 4.
- $\rho^n(1 - \rho)$

[Option ID = 2032]

Topic:- 704\_PARTC\_Set1\_61-78

## 1) UNIT- 1

Let  $(a_n)$  and  $(b_n)$  be two sequences of real numbers and  $E$  and  $F$  be two subsets of  $\mathbb{R}$ . Let  $E + F = \{a + b : a \in E, b \in F\}$ . Assume that the right hand side is well defined in each of the following statements. Which of the following statements are true?

मानें कि  $(a_n)$  तथा  $(b_n)$  वास्तविक संख्याओं के दो अनुक्रम हैं तथा  $\mathbb{R}$  के दो उपसमुच्चय  $E$  तथा  $F$  हैं। मानें कि  $E + F = \{a + b : a \in E, b \in F\}$ । मानें कि निम्न वक्तव्यों में दायाँ ओर सुपरिभाषित है। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं ?

[Question ID = 509][Question Description = 101\_555\_MSCC\_\_Q01]

- 1.
- $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n$

[Option ID = 2033]

- 2.
- $\limsup (E + F) \leq \limsup E + \limsup F$

[Option ID = 2034]

- 3.
- $\liminf_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} a_n + \liminf_{n \rightarrow \infty} b_n$

[Option ID = 2035]

- 4.
- $\liminf (E + F) = \liminf E + \limsup F$

[Option ID = 2036]

## 2) UNIT- 1

Let  $\mathbb{R}^+$  denote the set of all positive real numbers. Suppose that  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  is a differentiable function. Consider the function  $g(x) = e^x f(x)$ . Which of the following are true?

मानें कि  $\mathbb{R}^+$  सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। मानें कि  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  अवकलनीय फलन है। फलन  $g(x) = e^x f(x)$  पर विचार करें। निम्न में से कौन से सत्य हैं ?

[Question ID = 510][Question Description = 102\_555\_MSCC\_\_Q02]

If  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  then  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ 

1. यदि
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- तब
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$

[Option ID = 2037]

If  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = 0$  then  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x) - g(y)}{e^x - e^y} = 0$ 

- 2.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = 0$
- तब
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x) - g(y)}{e^x - e^y} = 0$

यदि  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = 0$  तब  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{e^x - e^y} = 0$

[Option ID = 2038]

If  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$  then  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

3. यदि  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$  तब  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

[Option ID = 2039]

If  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = 0$  then  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

4. यदि  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + f'(x)) = 0$  तब  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

[Option ID = 2040]

### 3) UNIT- 1

Let  $A \subseteq \mathbb{R}$  and let  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be continuous. Which of the following statements are true?

मानें कि  $A \subseteq \mathbb{R}$  तथा  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  संतत है। निम्न वक्तव्यों में कौन से सत्य है?

[Question ID = 511][Question Description = 103\_555\_MSCC\_\_Q03]

If  $A$  is closed then  $f(A)$  is closed,

1. यदि  $A$  संवृत है तब  $f(A)$  संवृत है

[Option ID = 2041]

If  $A$  is bounded then  $f^{-1}(A)$  is bounded

2. यदि  $A$  परिबद्ध है तब  $f^{-1}(A)$  परिबद्ध है

[Option ID = 2042]

If  $A$  is closed and bounded then  $f(A)$  is closed and bounded.

3. यदि  $A$  संवृत तथा परिबद्ध है तब  $f(A)$  संवृत तथा परिबद्ध है

[Option ID = 2043]

If  $A$  is bounded then  $f(A)$  is bounded.

4. यदि  $A$  परिबद्ध है तब  $f(A)$  परिबद्ध है

[Option ID = 2044]

### 4) UNIT- 1

In which of the following cases does there exist a continuous and onto function  $f: X \rightarrow Y$ ?

निम्न में से किस के लिए कोई संतत तथा आच्छादी फलन  $f: X \rightarrow Y$  होता है?

[Question ID = 512][Question Description = 104\_555\_MSCC\_\_Q04]

1.  $X = (0,1), Y = (0,1)$

[Option ID = 2045]

2.  $X = [0,1], Y = (0,1)$

[Option ID = 2046]

3.  $X = (0,1), Y = \mathbb{R}$

[Option ID = 2047]

4.  $X = (0,2), Y = \{0,1\}$

[Option ID = 2048]

### 5) UNIT- 1

Let  $Y$  be a nonempty bounded, open subset of  $\mathbb{R}^n$  and let  $\bar{Y}$  denote its closure. Let  $\{U_j\}_{j \geq 1}$

be a collection of open sets in  $\mathbb{R}^n$  such that  $\bar{Y} \subseteq \bigcup_{j \geq 1} U_j$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $\mathbb{R}^n$  का एक अरिक्त परिबद्ध, विवृत उपसमुच्चय  $Y$  है तथा  $\bar{Y}$  उसके संवरक को दर्शाता है। मानें कि

$\{U_j\}_{j \geq 1}$   $\mathbb{R}^n$  में विवृत समुच्चयों को इस तरह संग्रह है कि  $\bar{Y} \subseteq \bigcup_{j \geq 1} U_j$ . निम्न वक्तव्यों में कौन से सत्य हैं?

[Question ID = 513][Question Description = 105\_555\_MSCC\_\_Q05]

1. There exist finitely many positive integers  $j_1, \dots, j_N$  such that  $Y \subseteq \bigcup_{k=1}^N U_{j_k}$

ऐसे परिमिततः बहु धनात्मक पूर्णांक  $j_1, \dots, j_N$  हैं कि  $Y \subseteq \bigcup_{k=1}^N U_{j_k}$

[Option ID = 2049]

There exists a positive integer  $N$  such that  $Y \subseteq \bigcup_{j=1}^N U_j$ 

2. ऐसा धनात्मक पूर्णांक  $N$  है कि  $Y \subseteq \bigcup_{j=1}^N U_j$

[Option ID = 2050]

For every subsequence  $j_1, j_2, \dots$  we have  $Y \subseteq \bigcup_{k=1}^{\infty} U_{j_k}$ 

3. हर उपानुक्रम  $j_1, j_2, \dots$  के लिए  $Y \subseteq \bigcup_{k=1}^{\infty} U_{j_k}$

[Option ID = 2051]

There exists a subsequence  $j_1, j_2, \dots$  such that  $Y = \bigcup_{k=1}^{\infty} U_{j_k}$ 

4. ऐसा उपानुक्रम  $j_1, j_2, \dots$  इस प्रकार से है कि  $Y = \bigcup_{k=1}^{\infty} U_{j_k}$

[Option ID = 2052]

## 6) UNIT- 1

Let  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  be a continuous function such that  $\int_0^t f(x)dx = \int_t^1 f(x)dx$ , for every  $t \in [0,1]$ . Then which of the following are necessarily true?

मानें कि  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  संतत फलन इस प्रकार से है कि  $\int_0^t f(x)dx = \int_t^1 f(x)dx$ , हर  $t \in [0,1]$  के लिए। तब निम्न में से कौन से अनिवार्यतः सत्य है?

[Question ID = 514][Question Description = 106\_555\_MSCC\_\_Q06]

1.  $f$  is differentiable on  $(0,1)$   
(0,1) पर  $f$  अवकलनीय है

[Option ID = 2053]

2.  $f$  is monotonic on  $[0,1]$   
[0,1] पर  $f$  एक दिष्ट है

[Option ID = 2054]

3.  $\int_0^1 f(x)dx = 1$

[Option ID = 2055]

4.  $f(x) > 0$  for all rationals  $x \in [0,1]$   
 $f(x) > 0$  सभी परिमेयों  $x \in [0,1]$  के लिए

[Option ID = 2056]

## 7) UNIT- 1

For non-negative integers  $k \geq 1$  define

$$f_k(x) = \frac{x^k}{(1+x)^2} \quad \forall x \geq 0.$$

Which of the following statements are true?

ऋणैतर पूर्णांकों  $k \geq 1$  के लिए परिभाषित कीजिए

$$f_k(x) = \frac{x^k}{(1+x)^2} \quad \forall x \geq 0.$$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 515][Question Description = 107\_555\_MSCC\_\_Q07]

1. For each  $k$ ,  $f_k$  is a function of bounded variation on compact intervals  
हर  $k$  के लिए,  $f_k$  संहत अंतरालों पर परिबद्ध विचरण फलन है

[Option ID = 2057]

2. For every  $k$ ,  $\int_0^{\infty} f_k(x)dx < \infty$   
हर  $k$  के लिए,  $\int_0^{\infty} f_k(x)dx < \infty$

[Option ID = 2058]

3.  $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 f_k(x)dx$  exists  
 $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 f_k(x)dx$  अस्तित्व है

[Option ID = 2059]

4. The sequence of functions  $f_k$  converge uniformly on  $[0,1]$  as  $k \rightarrow \infty$   
फलनों  $f_k$  का अनुक्रम  $[0,1]$  पर  $k \rightarrow \infty$  के साथ समान रूप से अभिसारित होता है

[Option ID = 2060]

## 8) UNIT- 1

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  be a bounded function such that for each  $t \in \mathbb{R}$ , the functions  $g_t$  and  $h_t$  given by  $g_t(y) = f(t, y)$  and  $h_t(x) = f(x, t)$  are non decreasing functions. Which of the following statements are necessarily true?

मानें कि  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  ऐसा परिबद्ध फलन है कि हर  $t \in \mathbb{R}$  के लिए,  $g_t(y) = f(t, y)$  तथा  $h_t(x) = f(x, t)$  द्वारा प्रदर्शित फलन  $g_t$  तथा  $h_t$  अहासमान फलन है। निम्न में से कौन से वक्तव्य अनिवार्यतः सत्य है?

[Question ID = 516][Question Description = 108\_555\_MSCC\_\_Q08]

1.  $k(x) = f(x, x)$  is a non-decreasing function.2.  $k(x) = f(x, x)$  एक अहासमान फलन है

[Option ID = 2061]

Number of discontinuities of  $f$  is at most countably infinite2.  $f$  की असंतत (discontinuities) की संख्या गणनीयतः अनंत है

[Option ID = 2062]

3.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} f(x, y)$  exists3.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} f(x, y)$  का अस्तित्व है

[Option ID = 2063]

4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, -\infty)} f(x, y)$  exists.4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, -\infty)} f(x, y)$  का अस्तित्व है

[Option ID = 2064]

## 9) UNIT- 1

Let  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a  $C^1$  function with  $f(0,0,0) = (0,0)$ . Let  $A$  denote the derivative of  $f$  at  $(0,0,0)$ . Let  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  be the function given by

$$g(x, y, z) = xy + yz + zx + x + y + z.$$

Let  $h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  be the function defined by  $h = (f, g)$ .

In which of the following cases, will the function  $h$  admit a differentiable inverse in some open neighbourhood of  $(0,0,0)$ ?

मानें कि  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  एक  $C^1$  फलन है जिसके लिए  $f(0,0,0) = (0,0)$ . मानें कि  $(0,0,0)$  पर  $f$  का अवकलज  $A$  है। मानें कि  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  निम्न से दिया गया फलन है।

$$g(x, y, z) = xy + yz + zx + x + y + z.$$

$h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  को  $h = (f, g)$  से परिभाषित फलन मानें।

निम्न में से किस में फलन  $h$  के लिए  $(0,0,0)$  के किसी विवृत प्रतिवेश (open neighbourhood) में अवकलनीय प्रतिलोम (differentiable inverse) होगा?

[Question ID = 517][Question Description = 109\_555\_MSCC\_\_Q09]

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

[Option ID = 2065]

2.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ 

[Option ID = 2066]

3.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 

[Option ID = 2067]

4.  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 

[Option ID = 2068]

## 10) UNIT- 1

Let  $T: X \rightarrow Y$  be a bounded linear operator from a Banach space  $X$  to another Banach space  $Y$ . Which of the following conditions imply that  $T$  has a bounded inverse?

मानें कि  $T: X \rightarrow Y$  बानाक-समष्टि  $X$  से एक अन्य बानाक समष्टि  $Y$  के लिए रैखिक संकारक है। निम्न में से किस प्रतिबंध का आशय है कि  $T$  का परिवर्द्ध प्रतिलोम (inverse) है?

[Question ID = 518][Question Description = 110\_555\_MSCC\_\_Q10]

1.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| = 0$

[Option ID = 2069]

2.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| = 0$  and  $T(X)$  is dense in  $Y$ .

2.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| = 0$  तथा  $T(X)$ ,  $Y$  में सघन है

[Option ID = 2070]

3.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| > 0$

[Option ID = 2071]

4.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| > 0$  and  $T(X)$  is dense in  $Y$

4.  $\inf_{\|x\|=1} \|Tx\| > 0$  तथा  $T(X)$ ,  $Y$  में सघन है

[Option ID = 2072]

### 11) UNIT- 1

Let  $A$  be an  $m \times n$  matrix such that the first  $r$  rows of  $A$  are linearly independent and the first  $s$  columns of  $A$  are linearly independent, where  $r < m$  and  $s < n$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $A$  एक  $m \times n$  ऐसा आव्यूह है कि  $A$  की प्रथम  $r$  पंक्तियाँ रैखिकतः स्वतंत्र हैं तथा  $A$  के प्रथम  $s$  स्तंभ रैखिकतः स्वतंत्र हैं, जहाँ  $r < m$  तथा  $s < n$ . निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

[Question ID = 519][Question Description = 111\_555\_MSCC\_\_Q11]

1. The rank of  $A$  is at least  $\max\{r, s\}$   
 $A$  की रैंक कम से कम  $\max\{r, s\}$  है

[Option ID = 2073]

2.  $\min\{r, s\}$ .  
 प्रथम  $r$  पंक्तियों तथा प्रथम  $s$  स्तंभों से निर्मित उपाव्यूह की रैंक  $\min\{r, s\}$  है

[Option ID = 2074]

3. If  $r < s$ , then there exists a row among rows  $r + 1, \dots, m$  which together with the first  $r$  rows form a linearly independent set.

3. यदि  $r < s$  हो तो पंक्तियों  $r + 1, \dots, m$  में एक पंक्ति है जो प्रथम  $r$  पंक्तियों के साथ एक रैखिकतः स्वतंत्र समुच्चय बनाती है

[Option ID = 2075]

4. If  $s < r$ , then there exists a column among columns  $s + 1, \dots, n$  which together with the first  $s$  columns form a linearly dependent set.

4. यदि  $s < r$ , तब स्तंभों  $s + 1, \dots, n$  में ऐसा स्तंभ है जो प्रथम  $s$  स्तंभों के साथ रैखिकतः अस्वतंत्र समुच्चय बनाता है

[Option ID = 2076]

### 12) UNIT- 1

Let  $A$  be an  $m \times m$  matrix with real entries and let  $\mathbf{x}$  be an  $m \times 1$  vector of unknowns. Now consider the two statements given below:

I : There exists non-zero vector  $\mathbf{b}_1 \in \mathbb{R}^m$  such that the linear system

$A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1$  has NO solution.

II : There exist non-zero vectors  $\mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3 \in \mathbb{R}^m$ , with  $\mathbf{b}_2 \neq c\mathbf{b}_3$  for any  $c \in \mathbb{R}$ , such that the linear systems  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_2$  and  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_3$  have solutions.

Which of the following statements are true?

मानें कि  $A$  वास्तविक प्रविष्टियों वाला  $m \times m$  आव्यूह है तथा  $\mathbf{x}$  अज्ञातों का  $m \times 1$  सदिश है। अब

नीचे दिए दो वक्तव्यों पर विचार करें:

I: ऐसा शून्येतर सदिश  $\mathbf{b}_1 \in \mathbb{R}^m$  है कि रेखिक निकाय  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1$  का कोई हल नहीं है।

II: ऐसे शून्येतर सदिश  $\mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3 \in \mathbb{R}^m$ , जहाँ  $\mathbf{b}_2 \neq c\mathbf{b}_3$  (किसी भी  $c \in \mathbb{R}$  के लिए) है कि रेखिक निकाय  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_2$  तथा  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_3$  के हल हैं।

निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 520][Question Description = 112\_555\_MSCC\_\_Q12]

1. II is TRUE whenever  $A$  is singular,  
II सत्य है जब भी  $A$  विचित्र है

[Option ID = 2077]

2. I is TRUE whenever  $A$  is singular,  
I सत्य है जब भी  $A$  विचित्र है

[Option ID = 2078]

3. Both I and II can be TRUE simultaneously  
I तथा II दोनों साथ-साथ सत्य हो सकते हैं

[Option ID = 2079]

4. If  $m = 2$ , then at least one of I and II is FALSE  
यदि  $m = 2$  तब I तथा II में से कम से कम एक असत्य है

[Option ID = 2080]

### 13) UNIT- 1

Let  $M \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  such that  $M \neq \mathbf{0}$  but  $M^2 = \mathbf{0}$ . Which of the following statements are true?  
मानें कि  $M \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  इस प्रकार कि  $M \neq \mathbf{0}$  परन्तु  $M^2 = \mathbf{0}$ । निम्न में से कौन से वक्तव्य सही है?

[Question ID = 521][Question Description = 113\_555\_MSCC\_\_Q13]

1. If  $n$  is even then  $\dim(\text{Col}(M)) > \dim(\text{Null}(M))$   
यदि  $n$  सम है तो  $\dim(\text{Col}(M)) > \dim(\text{Null}(M))$

[Option ID = 2081]

2. If  $n$  is even then  $\dim(\text{Col}(M)) \leq \dim(\text{Null}(M))$   
यदि  $n$  सम है तो  $\dim(\text{Col}(M)) \leq \dim(\text{Null}(M))$

[Option ID = 2082]

3. If  $n$  is odd then  $\dim(\text{Col}(M)) < \dim(\text{Null}(M))$   
यदि  $n$  विषम है तो  $\dim(\text{Col}(M)) < \dim(\text{Null}(M))$

[Option ID = 2083]

4. If  $n$  is odd then  $\dim(\text{Col}(M)) > \dim(\text{Null}(M))$   
यदि  $n$  विषम है तो  $\dim(\text{Col}(M)) > \dim(\text{Null}(M))$

[Option ID = 2084]

### 14) UNIT- 1

Let  $A$  be an  $n \times n$  matrix. We say that  $A$  is diagonalizable if there exists a nonsingular matrix  $P$  such that  $PAP^{-1}$  is a diagonal matrix. Which of the following conditions imply that  $A$  is diagonalizable?

मानें कि  $A$  एक  $n \times n$  आव्यूह है। हम  $A$  को विकर्णनीय मानते हैं यदि ऐसा व्युत्क्रमणीय (non-singular) आव्यूह  $P$  है कि  $PAP^{-1}$  एक विकर्णी आव्यूह है। निम्न में से किस प्रतिबंध का आशय है कि  $A$  विकर्णनीय है?

[Question ID = 522][Question Description = 114\_555\_MSCC\_\_Q14]

- There exists integer  $k$  such that  $A^k = I$ .  
1. ऐसा पूर्णांक  $k$  है कि  $A^k = I$

[Option ID = 2085]

- There exists integer  $k$  such that  $A^k$  is nilpotent.  
2. ऐसा पूर्णांक  $k$  है कि  $A^k$  शून्यभावी (nilpotent) है।

[Option ID = 2086]

3.  $A^2$  is diagonalizable

$A^2$  विकर्णनीय है।

[Option ID = 2087]

4.  $A$  has  $n$  linearly independent eigenvectors

$A$  के  $n$  रैखिकतः स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं

[Option ID = 2088]

### 15) UNIT- 1

It is known that  $X = X_0 \in M_2(\mathbb{Z})$  is a solution of  $AX - XA = A$  for some

$$A \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Which of following values are NOT possible for the determinant of  $X_0$  ?

$X = X_0 \in M_2(\mathbb{Z})$  का  $AX - XA = A$  का किसी  $A \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  के लिए हल होना ज्ञात है।  $X_0$  के सारणिक के लिए निम्न में से कौन सा मान संभव नहीं है ?

[Question ID = 523][Question Description = 115\_555\_MSCC\_\_Q15]

1.  $\det(X_0) = 0$

[Option ID = 2089]

2.  $\det(X_0) = 2$

[Option ID = 2090]

3.  $\det(X_0) = 6$

[Option ID = 2091]

4.  $\det(X_0) = 10$

[Option ID = 2092]

### 16) UNIT- 1

Which of the following are inner products on  $\mathbb{R}^2$  ?

निम्न में से कौन सा  $\mathbb{R}^2$  पर आंतर गुणनफल है ?

[Question ID = 524][Question Description = 116\_555\_MSCC\_\_Q16]

1.  $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + x_2y_2$

[Option ID = 2093]

2.  $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$

[Option ID = 2094]

3.  $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$

[Option ID = 2095]

4.  $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1y_1 - \frac{1}{2}x_1y_2 - \frac{1}{2}x_2y_1 + x_2y_2$

[Option ID = 2096]

### 17) UNIT- 1

Let  $X$  be a topological space and  $E$  be a subset of  $X$ . Which of the following statements are correct?

$X$  को एक सांस्थितिक समष्टि मानें तथा  $E$  को  $X$  का उपसमुच्चय। निम्न में से कौन से वक्तव्य सही है?

[Question ID = 525][Question Description = 117\_555\_MSCC\_\_Q17]

1.  $E$  is connected implies  $\bar{E}$  is connected

$E$  के संबद्ध होने का आशय होगा  $\bar{E}$  संबद्ध है

[Option ID = 2097]

2.  $E$  is connected implies  $\partial E$  is connected

$E$  के संबद्ध होने का आशय होगा  $\partial E$  संबद्ध है

[Option ID = 2098]

3.  $E$  is path connected implies  $\bar{E}$  is path connected

$E$  के पथ संबद्ध होने का आशय होगा  $\bar{E}$  पथ संबद्ध है

[Option ID = 2099]

4.  $E$  is compact implies  $\bar{E}$  is compact  
 $E$  के संहत होने का आशय होगा  $\bar{E}$  संहत है

[Option ID = 2100]

**18) UNIT- 1**

Consider the system

$$\begin{aligned} 2x + ky &= 2 - k \\ kx + 2y &= k \\ ky + kz &= k - 1 \end{aligned}$$

in three unknowns and one real parameter  $k$ . For which of the following values of  $k$  is the system of linear equations consistent?

इस निकाय पर विचार करें जो तीन अज्ञातों तथा एक वास्तविक प्राचल  $k$  से बना है

$$\begin{aligned} 2x + ky &= 2 - k \\ kx + 2y &= k \\ ky + kz &= k - 1 \end{aligned}$$

निम्न में से  $k$  के किस मान के लिए रैखिक समीकरण का निकाय अविरोधी है?

[Question ID = 526][Question Description = 118\_555\_MSCC\_\_Q18]

1. 1  
[Option ID = 2101]
2. 2  
[Option ID = 2102]
3. -1  
[Option ID = 2103]
4. -2  
[Option ID = 2104]

Topic:- 704\_PARTC\_Set1\_79-90

**1) UNIT -2**

For any complex valued function  $f$  let  $D_f$  denote the set on which the function  $f$  satisfies Cauchy-Riemann equations. Identify the functions for which  $D_f$  is equal to  $\mathbb{C}$ .

किसी भी सम्मिश्र मान के फलन  $f$  के लिए मानें कि  $D_f$  वह समुच्चय है जिसके लिए फलन कौशी-रीमान समीकरणों को संतुष्ट करता है। उन फलनों को पहचानें जिन के लिए  $D_f = \mathbb{C}$  के बराबर हो।

[Question ID = 527][Question Description = 119\_555\_MSCC\_\_Q19]

1.  $f(z) = \frac{z}{1+|z|}$   
 $f(z) = \frac{\bar{z}}{1+|z|}$   
 [Option ID = 2105]
2.  $f(z) = (\cos ax - \sin ay) + i(\sin ax + \cos ay)$ , where  $z = x + iy$   
 $f(z) = (\cos ax - \sin ay) + i(\sin ax + \cos ay)$ , जहाँ  $z = x + iy$   
 [Option ID = 2106]
3.  $f(z) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{z^2}} & \text{if } z \neq 0 \\ 0 & \text{if } z = 0 \end{cases}$   
 $f(z) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{z^2}} & \text{यदि } z \neq 0 \\ 0 & \text{यदि } z = 0 \end{cases}$   
 [Option ID = 2107]
4.  $f(z) = x^2 + iy^2$ , where  $z = x + iy$   
 $f(z) = x^2 + iy^2$ , जहाँ  $z = x + iy$   
 [Option ID = 2108]

**2) UNIT -2**

Let  $\mathbb{T}$  denote the unit circle  $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$  in the complex plane and let  $\mathbb{D}$  be the open unit disc  $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ . Let  $R$  denote the set of points  $z_0$  in  $\mathbb{T}$  for which there exists a holomorphic function  $f$  in an open neighbourhood  $U$  of  $z_0$  such that  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$  in

$U_{z_0} \cap \mathbb{D}$ . Then  $R$  contains

मानें कि  $\mathbb{T}$  सम्मिश्र तल में एकक वृत्त  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = 1\}$  को दिखाता है तथा  $\mathbb{D}$  विवृत एकक डिस्क  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$  है। मानें कि  $R$  इस प्रकार से  $\mathbb{T}$  में बिंदुओं  $z_0$  के समुच्चय को इंगित करता है जिसके लिए  $z_0$  के विवृत प्रतिवेश  $U_{z_0}$  में एक समाकारी फलन इस प्रकार हो कि  $U_{z_0} \cap \mathbb{D}$  में  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n}$  हो। तब  $R$  में निम्न सम्मिलित है

[Question ID = 528][Question Description = 120\_555\_MSCC\_\_Q20]

1. All points of  $\mathbb{T}$   
 $\mathbb{T}$  के सभी बिंदु  
 [Option ID = 2109]
2. Infinitely many points of  $\mathbb{T}$   
 $\mathbb{T}$  के अनंततः बहु बिंदु  
 [Option ID = 2110]
3. All points of  $\mathbb{T}$  except a finite set  
 सिवाय एक परिमित समुच्चय,  $\mathbb{T}$  के सभी बिंदु  
 [Option ID = 2111]
4. No points of  $\mathbb{T}$   
 $\mathbb{T}$  का कोई बिंदु नहीं  
 [Option ID = 2112]

### 3) UNIT -2

Consider the function

$$f(z) = \frac{(\sin z)^m}{(1 - \cos z)^n} \text{ for } 0 < |z| < 1$$

where  $m, n$  are positive integers. Then  $z = 0$  is

निम्न फलन पर विचार करें

$$f(z) = \frac{(\sin z)^m}{(1 - \cos z)^n} \quad 0 < |z| < 1 \text{ के लिये}$$

जहाँ  $m, n$  धनात्मक पूर्णांक है। तब  $z = 0$  है

[Question ID = 529][Question Description = 121\_555\_MSCC\_\_Q21]

1. A removable singularity if  $m \geq 2n$   
 यदि  $m \geq 2n$  हो तो एक अपनेय विचित्रता  
 [Option ID = 2113]
2. A pole if  $m < 2n$   
 एक ध्रुव यदि  $m < 2n$   
 [Option ID = 2114]
3. A pole if  $m \geq 2n$   
 एक ध्रुव यदि  $m \geq 2n$   
 [Option ID = 2115]
4. An essential singularity for some values of  $m, n$   
 $m, n$  के कुछ मानों के लिए अनिवार्य विचित्रता  
 [Option ID = 2116]

### 4) UNIT -2

Let  $f$  be an entire function such that

$$|zf(z) - 1 + e^z| \leq 1 + |z|$$

for all  $z \in \mathbb{C}$ . Then

मानें कि  $f$  ऐसा सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है कि सभी  $z \in \mathbb{C}$  के लिए

$$|zf(z) - 1 + e^z| \leq 1 + |z|$$

तब

[Question ID = 530][Question Description = 122\_555\_MSCC\_\_Q22]

1.  $f'(0) = -1$

[Option ID = 2117]

2.  $f'(0) = -1/2$

[Option ID = 2118]

3.  $f''(0) = -1/3$

[Option ID = 2119]

4.  $f''(0) = -1/4$

[Option ID = 2120]

### 5) UNIT -2

A positive integer  $n$  co-prime to  $17$ , is called a primitive root modulo  $17$  if  $n^k - 1$  is not divisible by  $17$  for all  $k$  with  $1 \leq k < 16$ . Let  $a, b$  be distinct positive integers between  $1$  and  $16$ . Which of the following statements are true?

एक धनात्मक पूर्णांक  $n$  जो  $17$  का असहभाज्य है पूर्वक मूल मॉड्यूलो (primitive root modulo)  $17$  कहलाता है यदि  $n^k - 1$  सब  $k, 1 \leq k < 16$  के लिए  $17$  से भाज्य नहीं है। मानें कि  $a, b$  ऐसे विविक्त धनात्मक पूर्णांक हो जो  $1$  तथा  $16$  के बीच है। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 531][Question Description = 123\_555\_MSCC\_\_Q23]

1.  $2$  is a primitive root modulo  $17$ .

2 एक पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  है

[Option ID = 2121]

If  $a$  is a primitive root modulo  $17$ , then  $a^2$  is not necessarily a primitive Root modulo  $17$

2. यदि  $a$  पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  है, तब  $a^2$  पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  होना अनिवार्य नहीं है

[Option ID = 2122]

If  $a, b$  are primitive roots modulo  $17$ , then  $ab$  is a primitive root modulo  $17$ .

3. यदि  $a, b$  पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  हैं, तब  $ab$  पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  है

[Option ID = 2123]

4. Product of primitive roots modulo  $17$  between  $1$  and  $16$  is congruent to  $1$  modulo  $17$ .

1 तथा 16 के मध्य पूर्वक मूल मॉड्यूलो  $17$  के गुणनफल  $1$  मॉड्यूलो  $17$  के साथ संगत है

[Option ID = 2124]

### 6) UNIT -2

For a positive integer  $n$ , let  $\Omega(n)$  denote the number of prime factors of  $n$  counted with multiplicity. For instance,  $\Omega(3) = 1, \Omega(6) = \Omega(9) = 2$ . Let  $p > 3$  be a prime number and let  $N = p(p+2)(p+4)$ . Which of the following statements are true?

किसी धनात्मक पूर्णांक  $n$  के लिए मानें कि  $\Omega(n)$  बहुकता सह गणित  $n$  के अभाज्य गुणनखंड है। उदाहरणार्थ,  $\Omega(3) = 1, \Omega(6) = \Omega(9) = 2$ . मानें कि  $p > 3$  एक अभाज्य संख्या है तथा  $N = p(p+2)(p+4)$ . निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 532][Question Description = 124\_555\_MSCC\_\_Q24]

1.  $\Omega(N) \geq 3$

[Option ID = 2125]

2. There exist primes  $p > 3$  such that  $\Omega(N) = 3$ .

ऐसे अभाज्य  $p > 3$  है जिसके लिए  $\Omega(N) = 3$

[Option ID = 2126]

3.  $p$  can never be the smallest prime divisor of  $N$

$p$  कभी  $N$  का लघुत्तम अभाज्य भाजक नहीं हो सकता

[Option ID = 2127]

$p$  can be the smallest prime divisor of  $N$

4.  $p$  के लिए  $N$  का लघुत्तम अभाज्य भाजक होना संभव है

[Option ID = 2128]

### 7) UNIT -2

Let  $p$  be a prime number and  $N_p$  be the number of pairs of positive integers  $(x, y)$  such that

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p^4}.$$

Which among the following are possible values of  $N_p$  ?

माने कि  $p$  अभाज्य संख्या है तथा  $N_p$  धनात्मक पूर्णाकों  $(x, y)$  के युग्मों की संख्या इस तरह है कि

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p^4}.$$

निम्न में से कौन से  $N_p$  के संभव मान है ?

[Question ID = 533][Question Description = 125\_555\_MSCC\_\_Q25]

1. 0

[Option ID = 2129]

2. 4

[Option ID = 2130]

3. 5

[Option ID = 2131]

4. 9

[Option ID = 2132]

### 8) UNIT -2

Let  $G$  be a group of order 24. Which of the following statements are necessarily true?

मानें कि  $G$  एक कोटि 24 का समूह है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 534][Question Description = 126\_555\_MSCC\_\_Q26]

1.  $G$  has a normal subgroup of order 3

$G$  का कोटि (order) 3 का कोई प्रसामान्य उपसमूह है

[Option ID = 2133]

$G$  is not a simple group

2.  $G$  सरल समूह नहीं है

[Option ID = 2134]

There exists an injective group homomorphism from  $G$  to  $S_8$

3.  $G$  से  $S_8$  के लिए एकैकी समूह समाकारिता है

[Option ID = 2135]

$G$  has a subgroup of index 4.

4.  $G$  का, सूचकांक 4 का कोई उपसमूह है

[Option ID = 2136]

### 9) UNIT -2

Which of the following statements are true?

निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

[Question ID = 535][Question Description = 127\_555\_MSCC\_\_Q27]

All finite field extensions of  $\mathbb{Q}$  are Galois

1.  $\mathbb{Q}$  के सभी परिमित क्षेत्र विस्तार गाल्वा है

[Option ID = 2137]

There exists a Galois extension of  $\mathbb{Q}$  of degree 3.

2.  $\mathbb{Q}$  का कोटि 3 का कोई गाल्वा विस्तार है

एक कठिन प्रश्न का उत्तर देने का प्रयास करें

[Option ID = 2138]

3. All finite field extensions of  $\mathbb{F}_2$  are Galois  
 $\mathbb{F}_2$  के सभी परिमित क्षेत्र विस्तार गाल्वा है

[Option ID = 2139]

4. There exists a field extension of  $\mathbb{Q}$  of degree 2 which is not Galois  
 $\mathbb{Q}$  का कोटि 2 का कोई क्षेत्र विस्तार है जो गाल्वा नहीं है

[Option ID = 2140]

#### 10) UNIT -2

Let  $f = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  be a polynomial with  $a_i \in \mathbb{Z}$  for  $0 \leq i \leq n$ . Let  $p$  be a prime such that  $p|a_i$  for all  $1 < i \leq n$  and  $p^2$  does not divide  $a_n$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $f = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  बहुपद है जिसके लिए  $a_i \in \mathbb{Z}$ ,  $0 \leq i \leq n$  के लिए। मानें कि  $p$  अभाज्य है इस प्रकार से कि सभी  $1 < i \leq n$  के लिए  $p|a_i$ , तथा  $a_n$  को  $p^2$  भाजित नहीं करता। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 536][Question Description = 128\_555\_MSCC\_\_Q28]

1.  $f$  is always irreducible  
 $f$  सदा अखंडनीय है

[Option ID = 2141]

2.  $f$  is always reducible  
 $f$  सदा खंडनीय है

[Option ID = 2142]

3.  $f$  can sometimes be irreducible and can sometimes be reducible.  
 $f$  कभी अखंडनीय और कभी खंडनीय हो सकता है

[Option ID = 2143]

4.  $f$  can have degree 1.  
 $f$  की कोटि (degree) 1 हो सकती है

[Option ID = 2144]

#### 11) UNIT -2

Which of the following statements are true about subsets of  $\mathbb{R}^2$  with the usual topology?  
सामान्य सांस्थितिकी के साथ,  $\mathbb{R}^2$  के उपसमुच्चयों के विषय में निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 537][Question Description = 129\_555\_MSCC\_\_Q29]

1.  $A$  is connected if and only if its closure  $\bar{A}$  is connected  
 $A$  संबद्ध है केवल यदि और केवल यदि इसका संवरक  $\bar{A}$  संबद्ध है

[Option ID = 2145]

2. Intersection of two connected subsets is connected  
दो संबद्ध उपसमूहों का परिवेदन संबद्ध है

[Option ID = 2146]

3. Union of two compact subsets is compact  
दो संकत उपसमुच्चयों का संगमलन संकत है

[Option ID = 2147]

4. There are exactly two continuous functions from  $\mathbb{Q}^2$  to the set  $\{(0,0), (1,1)\}$   
 $\mathbb{Q}^2$  से  $\{(0,0), (1,1)\}$  समुच्चय को यथायथ दो संतत फलन है

[Option ID = 2148]

#### 12) UNIT -2

Consider  $A = \{1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots \mid n \in \mathbb{N}\}$  and  $B = A \cup \{0\}$ .

Both the sets are endowed with subspace topology from  $\mathbb{R}$ . Which of the following statements are true?

..... तथा ..... पर विचार करें। दोनों समुच्चयों को ..... से

$A = \{1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots \mid n \in \mathbb{N}\}$  and  $B = A \cup \{0\}$  उपसमष्टि सांस्थितिकी संपन्न है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 538][Question Description = 130\_555\_MSCC\_\_Q30]

1.  $A$  is a closed subset of  $\mathbb{R}$   
 $A$  है  $\mathbb{R}$  का संवृत उपसमुच्चय  
 [Option ID = 2149]
2.  $B$  is a closed subset of  $\mathbb{R}$   
 $B$  है  $\mathbb{R}$  का संवृत उपसमुच्चय  
 [Option ID = 2150]
3.  $A$  is homeomorphic to  $\mathbb{Z}$ , where  $\mathbb{Z}$  has subspace topology from  $\mathbb{R}$ .  
 $A$  है  $\mathbb{Z}$  का समाकारी जहाँ  $\mathbb{Z}$  में  $\mathbb{R}$  से उपसमष्टि सांस्थितिकी है  
 [Option ID = 2151]
4.  $B$  is homeomorphic to  $\mathbb{Z}$ , where  $\mathbb{Z}$  has subspace topology from  $\mathbb{R}$ .  
 $B$  है  $\mathbb{Z}$  का समाकारी जहाँ  $\mathbb{Z}$  में  $\mathbb{R}$  से उपसमष्टि सांस्थितिकी है  
 [Option ID = 2152]

Topic:- 704\_PARTC\_Set1\_91-102

### 1) UNIT -3

Let  $u$  be a positive eigenfunction with eigenvalue  $\lambda$  for the boundary value problem  $\ddot{u} + 2\dot{u} + a(t)u = \lambda u$ ,  $\dot{u}(0) = 0 = \dot{u}(1)$ , where  $a: [0,1] \rightarrow (1, \infty)$  is a continuous function. Which of the following statements are possibly true?  
 निम्न परिसीमा मान समस्या के लिए  $u$  एक धनात्मक अभिलक्षणिक फलन है जिसका अभिलक्षणिक मान  $\lambda$  है

$$\ddot{u} + 2\dot{u} + a(t)u = \lambda u, \quad \dot{u}(0) = 0 = \dot{u}(1),$$

जहाँ  $a: [0,1] \rightarrow (1, \infty)$  संतत फलन है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से संभवतः सत्य है?

[Question ID = 539][Question Description = 131\_555\_MSCC\_\_Q31]

1.  $\lambda > 0$   
 [Option ID = 2153]
2.  $\lambda < 0$   
 [Option ID = 2154]
3.  $\int_0^1 (\dot{u})^2 dt = 2 \int_0^1 u \dot{u} dt + \int_0^1 (a(t) - \lambda)u^2 dt$   
 [Option ID = 2155]
4.  $\lambda = 0$   
 [Option ID = 2156]

### 2) UNIT -3

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a nonzero smooth vector field satisfying  $\text{div} f \neq 0$ . Which of the following are necessarily true for the ODE  $\dot{x} = f(x)$ ?

मानें कि  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  शून्येतर मसूण (smooth) सदिश क्षेत्र है जो  $\text{div} f \neq 0$  को संतुष्ट करता हो। निम्न में कौन से अनिवार्यता: ODE  $\dot{x} = f(x)$  के लिए सत्य होंगे?

[Question ID = 540][Question Description = 132\_555\_MSCC\_\_Q32]

1. There are no equilibrium points  
 कोई संतुलन बिंदु नहीं है  
 [Option ID = 2157]
2. There are no periodic solutions  
 कोई आवर्ती हल नहीं है  
 [Option ID = 2158]
3. All the solutions are bounded  
 सभी हल परिबद्ध हैं  
 [Option ID = 2159]
4. All the solutions are unbounded  
 सभी हल अपरिबद्ध हैं

[Option ID = 2160]

## 3) UNIT -3

Consider the 2nd order ODE  $\ddot{x} + p(t)\dot{x} + q(t)x = 0$  and let  $x_1, x_2$  be two solutions of this ODE in  $[a, b]$ . Which of the following statements are true for the Wronskian  $W$  of  $x_1, x_2$ ?

द्विघाती ODE  $\ddot{x} + p(t)\dot{x} + q(t)x = 0$  पर विचार करें तथा  $x_1$  एवं  $x_2$  को  $[a, b]$  में इस ODE के हल मानें।  $x_1, x_2$  के रांस्कियन  $W$  के लिए निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

[Question ID = 541][Question Description = 133\_555\_MSCC\_\_Q33]

1.  $W \equiv 0$  in  $(a, b)$  implies that  $x_1, x_2$  are independent  
 $(a, b)$  में  $W \equiv 0$  का अर्थ है कि  $x_1, x_2$  स्वतंत्र है

[Option ID = 2161]

2.  $W$  can change sign in  $(a, b)$   
 $W$  का चिन्ह  $(a, b)$  में बदल सकता है

[Option ID = 2162]

3.  $W(t_0) = 0$  for some  $t_0 \in (a, b)$  implies that  $W \equiv 0$  in  $(a, b)$   
 कुछ  $t_0 \in (a, b)$  के लिए  $W(t_0) = 0$  का अर्थ है कि  $(a, b)$  में  $W \equiv 0$

[Option ID = 2163]

4.  $W(t_0) = 1$  for some  $t_0 \in (a, b)$  implies that  $W \equiv 1$  in  $(a, b)$   
 कुछ  $t_0 \in (a, b)$  के लिए  $W(t_0) = 1$  का अर्थ है कि  $(a, b)$  में  $W \equiv 1$

[Option ID = 2164]

## 4) UNIT -3

Which of the following expressions for  $u = u(x, t)$  are solutions of  $u_t - e^{-t}u_x + u = 0$  with

$$u(x, 0) = x?$$

$u = u(x, t)$  के लिए निम्न अभिव्यक्तियों में कौन से

$$u_t - e^{-t}u_x + u = 0$$

के हल है जहाँ  $u(x, 0) = x$ ?

[Question ID = 542][Question Description = 134\_555\_MSCC\_\_Q34]

1.  $e^t(x + e^t - 1)$

[Option ID = 2165]

2.  $e^{-t}(x - e^{-t} + 1)$

[Option ID = 2166]

3.  $x - e^t + 1$

[Option ID = 2167]

4.  $xe^t$

[Option ID = 2168]

## 5) UNIT -3

Let  $u(x, y)$  solve the partial differential equation (PDE)

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3y^2 u = 0 \text{ with } u(x, 0) = e^{1/x}.$$

Which of the following statements are true?

आंशिक अवकलन समीकरण (PDE)

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3y^2 u = 0 \text{ जहाँ } u(x, 0) = e^{1/x}.$$

का हल  $u(x, y)$  को करने दें। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य हैं?

[Question ID = 543][Question Description = 135\_555\_MSCC\_\_Q35]

1. The PDE is not linear

PDE रेखिक नहीं है

[Option ID = 2169]

2.  $u(1,1) = e^2$

[Option ID = 2170]

3.  $u(1,1) = e^{-2}$

[Option ID = 2171]

The method of separation of variables can be utilized to compute the solution  $u(x,y)$

4. हल  $u(x,y)$  के संगणन हेतु चर पृथक्करण (separation of variables) की विधि का उपयोग किया जा सकता है

[Option ID = 2172]

## 6) UNIT -3

The values of  $a, b, c, d, e$  for which the function

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 + b(x-2)^3 & -\infty < x \leq 2 \\ c(x-1)^2 + d & 2 \leq x \leq 3 \\ (x-1)^2 + e(x-3)^3 & 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

is a cubic spline are

$a, b, c, d, e$  के जिन मानों के लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 + b(x-2)^3 & -\infty < x \leq 2 \\ c(x-1)^2 + d & 2 \leq x \leq 3 \\ (x-1)^2 + e(x-3)^3 & 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

एक क्यूबिक स्प्लॉइन है, वे हैं

[Question ID = 544][Question Description = 136\_555\_MSCC\_\_Q36]

1.  $a = c = 1, d = 0, b, e$  are arbitrary  
 $a = c = 1, d = 0, b, e$  स्वेच्छ हैं

[Option ID = 2173]

2.  $a = b = c = 1, d = 0, e$  is arbitrary.  
 $a = b = c = 1, d = 0, e$  स्वेच्छ हैं

[Option ID = 2174]

3.  $a = b = c = d = 1, e$  is arbitrary  
 $a = b = c = d = 1, e$  स्वेच्छ हैं

[Option ID = 2175]

4.  $a = b = c = d = e = 1$

[Option ID = 2176]

## 7) UNIT -3

Consider the Euler method for integration of the system of differential equations

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y \\ \dot{y} &= x \end{aligned}$$

Assume that  $(x_i^n, y_i^n)$  are the points obtained for  $i = 0, 1, \dots, n^2$  using a time-step  $h = 1/n$  starting at the initial point  $(x_0, y_0) = (1, 0)$ . Which of the following statements are true?

निम्न अवकलन समीकरणों के निकाय के समाकलन के लिए ऑयलर विधि पर विचार करें

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y \\ \dot{y} &= x \end{aligned}$$

मानें कि आरंभिक बिंदु  $(x_0, y_0) = (1, 0)$  से आरंभ करते हुए काल चरण  $h = 1/n$  के उपयोग के साथ  $(x_i^n, y_i^n)$  बिंदु  $i = 0, 1, \dots, n^2$  के लिए मिलते हैं। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है ?

[Question ID = 545][Question Description = 137\_555\_MSCC\_\_Q37]

1. The points  $(x_i^n, y_i^n)$  lie on a circle of radius 1  
बिंदु  $(x_i^n, y_i^n)$  त्रिज्या 1 के वृत्त पर पड़ते हैं

[Option ID = 2177]

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n^n, y_n^n) = (\cos(1), \sin(1))$

[Option ID = 2178]

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_2^n, y_2^n) = (1, 0)$

[Option ID = 2179]

4.  $(x_i^n)^2 + (y_i^n)^2 > 1$  for  $i \geq 1$

$(x_i^n)^2 + (y_i^n)^2 > 1, i \geq 1$  के लिए

[Option ID = 2180]

## 8) UNIT -3

Let  $X = \{y \in C^1[0, \pi] : y(0) = 0 = y(\pi)\}$  and define  $J: X \rightarrow \mathbb{R}$  by  $J(y) = \int_0^\pi y^2 (1 - y'^2) dx$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $X = \{y \in C^1[0, \pi] : y(0) = 0 = y(\pi)\}$  तथा  $J: X \rightarrow \mathbb{R}$  को  $J(y) = \int_0^\pi y^2 (1 - y'^2) dx$  से परिभाषित करें। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 546][Question Description = 138\_555\_MSCC\_\_Q38]

1.  $y \equiv 0$  is a local minimum for  $J$  with respect to the  $C^1$  norm on  $X$   
 $X$  पर  $C^1$  norm के सापेक्ष,  $J$  के लिए  $y \equiv 0$  स्थानीय न्यूनतम है

[Option ID = 2181]

2.  $y \equiv 0$  is a local maximum for  $J$  with respect to the  $C^1$  norm on  $X$   
 $X$  पर  $C^1$  norm के सापेक्ष,  $J$  के लिए  $y \equiv 0$  स्थानीय अधिकतम है

[Option ID = 2182]

3.  $y \equiv 0$  is a local minimum for  $J$  with respect to the sup norm on  $X$   
 $X$  पर sup norm के सापेक्ष,  $J$  के लिए  $y \equiv 0$  स्थानीय न्यूनतम है

[Option ID = 2183]

4.  $y \equiv 0$  is a local maximum for  $J$  with respect to the sup norm on  $X$   
 $X$  पर sup norm के सापेक्ष,  $J$  के लिए  $y \equiv 0$  स्थानीय अधिकतम है

[Option ID = 2184]

## 9) UNIT -3

Let  $B$  be the unit ball in  $\mathbb{R}^3$  centered at origin. The Euler-Lagrange equation corresponding to the functional

$$I(u) = \int_B (1 + |\nabla u|^2)^{\frac{1}{2}} dx$$
 is

मानें कि मूल पर केन्द्रित  $\mathbb{R}^3$  में  $B$  एकक गोलक है। निम्न फलनक के संगत ऑयलर-लगांज समीकरण

$$I(u) = \int_B (1 + |\nabla u|^2)^{\frac{1}{2}} dx$$
 है

[Question ID = 547][Question Description = 139\_555\_MSCC\_\_Q39]

1.  $\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{(1+|\nabla u|^2)^{\frac{1}{2}}}\right) = 0$

[Option ID = 2185]

2.  $\frac{\Delta u}{(1+|\nabla u|^2)^{\frac{1}{2}}} = 1$

[Option ID = 2186]

3.  $|\nabla u| = 1$

[Option ID = 2187]

4.  $(1 + |\nabla u|^2)\Delta u = \sum_{i,j=1}^3 u_{x_i} u_{x_j} u_{x_i x_j}$

[Option ID = 2188]

## 10) UNIT -3

Let  $K(x, y)$  be a kernel in  $[0, 1] \times [0, 1]$ , defined as  $K(x, y) = \sin(2\pi x)\sin(2\pi y)$ . Consider the integral operator

$$\mathcal{K}(u)(x) = \int_0^1 u(y)K(x, y)dy$$

where  $u \in C([0, 1])$ . Which of the following assertions on  $\mathcal{K}$  are true?

$K(x, y) = \sin(2\pi x)\sin(2\pi y)$  के रूप में परिभाषित  $K(x, y)$  को  $[0, 1] \times [0, 1]$  में अष्टि मानें, निम्न समाकलन संकारक पर विचार करें।

$$\mathcal{K}(u)(x) = \int_0^1 u(y)K(x, y)dy$$

जहाँ  $u \in C([0, 1])$ . निम्न में कौन से कथन  $\mathcal{K}$  पर सत्य है?

[Question ID = 548][Question Description = 140\_555\_MSCC\_\_Q40]

1. The null space of  $\mathcal{K}$  is infinite dimensional  
 $\mathcal{K}$  की शून्य समष्टि अनंत विमीय है

[Option ID = 2189]

2.  $\int_0^1 v(x)\mathcal{K}(u)(x)dx = \int_0^1 \mathcal{K}(v)(x)u(x)dx$  for all  $u, v \in C([0, 1])$   
 $\int_0^1 v(x)\mathcal{K}(u)(x)dx = \int_0^1 \mathcal{K}(v)(x)u(x)dx$  सब  $u, v \in C([0, 1])$  के लिए

[Option ID = 2190]

3.  $\mathcal{K}$  has no negative eigenvalue  
 $\mathcal{K}$  का कोई ऋणात्मक अभिलक्षणिक मान नहीं है

[Option ID = 2191]

4.  $\mathcal{K}$  has an eigenvalue greater than  $3/4$   
 $\mathcal{K}$  का एक अभिलक्षणिक मान  $3/4$  से अधिक है

[Option ID = 2192]

### 11) UNIT -3

Consider the integral equation

$$\int_0^x (x-t)u(t) dt = x; \quad x \geq 0$$

for continuous functions  $u$  defined on  $[0, \infty)$ . The equation has

निम्न समाकलन समीकरण पर विचार करें।

$$\int_0^x (x-t)u(t) dt = x; \quad x \geq 0$$

जो  $[0, \infty)$  पर परिभाषित संतत फलन  $u$  के लिए है। समीकरण का

[Question ID = 549][Question Description = 141\_555\_MSCC\_\_Q41]

1. A unique bounded solution

एक अद्वितीय परिबद्ध हल है

[Option ID = 2193]

2. No solution

कोई हल नहीं है

[Option ID = 2194]

3. A unique solution  $u$  such that  $|u(x)| \leq C(1 + |x|)$  for some constant  $C$   
एक अद्वितीय ऐसा हल  $u$  है कि  $|u(x)| \leq C(1 + |x|)$ , किसी स्थिरांक  $C$  के लिए

[Option ID = 2195]

4. More than one solution  $u$  such that  $|u(x)| \leq C(1 + |x|)$  for some constant  $C$

- एक से अधिक ऐसे हल  $u$  हैं कि  $|u(x)| \leq C(1 + |x|)$ , किसी स्थिरांक  $C$  के लिए

[Option ID = 2196]

### 12) UNIT -3

A mass  $m$  with velocity  $v$  approaches a stationary mass  $M$  along the  $x$ -axis. The masses bounce off each other elastically. Assume that the motion takes place in one dimension along the  $x$  axis, and  $v_f$  and  $V_f$  represent the final velocities of masses  $m$  and  $M$  along the  $x$ -axis. Which of the following are true?

एक द्रव्यमान  $m$  स्थिर द्रव्यमान  $M$  की ओर  $x$ -अक्ष की दिशा में वेग  $v$  से जाता है। ये द्रव्यमान प्रत्यास्थ रूप से (elastically) एक दूसरे से टकरा कर वापिस आते हैं। मानें कि गति एक दिशा में  $x$ -अक्ष में होती है तथा  $v_f$  तथा  $V_f$  क्रमशः द्रव्यमानों  $m$  तथा  $M$  के  $x$ -अक्ष की दिशा में वेगों को दिखाते

है। निम्न में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 550][Question Description = 142\_555\_MSCC\_\_Q42]

1.  $v_f = v, V_f = v$

[Option ID = 2197]

2.  $v_f = 0, V_f = v$

[Option ID = 2198]

3.  $v_f = \frac{(m-M)v}{m+M}, V_f = \frac{2mv}{m+M}$

[Option ID = 2199]

4.  $v_f = \frac{mv}{m+M}, V_f = \frac{Mv}{m+M}$

[Option ID = 2200]

Topic:- 704\_PARTC\_Set1\_103-120

### 1) UNIT -4

Let  $X$  be a non-negative random variable with  $E[X] = 1$ . Which of the following quantities is necessarily greater than or equal to  $\frac{1}{2}$ ?

मानें कि  $X$  एक ऋणोत्तर यादृच्छिक चर है जिसके लिए  $E[X] = 1$ । निम्न में से कौन सी राशियाँ अनिवार्यतः  $\frac{1}{2}$  से बड़ी या बराबर हैं?

[Question ID = 551][Question Description = 143\_555\_MSCC\_\_Q43]

1.  $E[X^4]$

[Option ID = 2201]

2.  $(E[\cos X])^2 + (E[\sin X])^2$

[Option ID = 2202]

3.  $E[\sqrt{X}]$

[Option ID = 2203]

4.  $E[1/X]$

[Option ID = 2204]

### 2) UNIT -4

If  $\pi$  is a permutation of  $\{1, 2, \dots, n\}$ , let  $X_n(\pi)$  denote the number of fixed points, that is cardinality of the set  $\{i \leq n: \pi(i) = i\}$ . If a permutation  $\pi$  is chosen uniformly at random, then  $X_n$  is a random variable. Which of the following are correct?

यदि  $\pi \in \{1, 2, \dots, n\}$  का क्रमचय है,  $X_n(\pi)$  को नियत बिंदुओं की संख्या मानें, अर्थात् समुच्चय  $\{i \leq n: \pi(i) = i\}$  की cardinality। यदि क्रमचय  $\pi$  को एक समानतः यादृच्छिक छॉटें तब  $X_n$  एक यादृच्छिक चर है। निम्न में कौन से सही हैं?

[Question ID = 552][Question Description = 144\_555\_MSCC\_\_Q44]

1.  $E(X_{25}) = 5E(X_5)$

[Option ID = 2205]

2.  $E(X_{25}) = E(X_5)/5$

[Option ID = 2206]

3.  $E(X_{25}) = E(X_5)$

[Option ID = 2207]

4.  $E(X_{25}) = [E(X_5)]^2$

[Option ID = 2208]

### 3) UNIT -4

Consider an irreducible Markov chain with finite state space  $S$ . Let  $P = ((p_{ij}))$  be its transition probability matrix and let  $P^n = ((p_{ij}^{(n)}))$  denote the  $n$ -step transition probability matrix for the chain. Let

$$\alpha_{ij} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n p_{ij}^{(m)}, i, j \in S.$$

Recall that the limit above always exists. Which of the following statements are necessarily true?

अखंडनीय मार्कोव श्रृंखला पर विचार करें जिसकी अवस्था समष्टि  $S$  परिमित है। मानें कि  $P = ((p_{ij}))$  इसकी संक्रमण प्रायिकता आव्यूह है तथा  $P^n = ((p_{ij}^{(n)}))$  श्रृंखला के लिए  $n$  - चरण संक्रमण प्रायिकता आव्यूह दिखाता है। मानें

$$\alpha_{ij} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n p_{ij}^{(m)}, i, j \in S.$$

ध्यान में रहे कि उपरिलिखित सीमा सदा लागू है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से अनिवार्यतः सत्य है?

[Question ID = 553][Question Description = 145\_555\_MSCC\_\_Q45]

1.  $\alpha_{ij} = \alpha_{kj} \forall i, j, k \in S$

[Option ID = 2209]

2.  $\sum_j \alpha_{ij} = 1$  for all  $i \in S$

$\sum_j \alpha_{ij} = 1$  सभी  $i \in S$  के लिए

[Option ID = 2210]

3.  $\alpha_{ij} > 0$  for all  $i, j \in S$

$\alpha_{ij} > 0$  सभी  $i, j \in S$  के लिए

[Option ID = 2211]

For all  $i, j \in S$ , the sequence  $p_{ij}^{(n)}$  converges to  $\alpha_{ij}$  as  $n \rightarrow \infty$ .

4. सभी  $i, j \in S$  के लिए, श्रेणी  $p_{ij}^{(n)}$   $\alpha_{ij}$  में अभिसरित हो जाती है जैसे  $n \rightarrow \infty$

[Option ID = 2212]

#### 4) UNIT -4

Consider a Markov chain with state space  $S = \{0, 1, 2, \dots\}$  and transition probabilities given as follows:

$$p_{0,j} = 1/(j! e) \text{ for } j \geq 0$$

$$p_{i,i-1} = 1 \text{ for } i > 0 \text{ and } i \text{ odd; } p_{i,i+1} = 1 \text{ for } i > 0 \text{ and } i \text{ even.}$$

Which of the following are true?

एक ऐसी मार्कोव श्रृंखला पर विचार करें जिसकी अवस्था समष्टि  $S = \{0, 1, 2, \dots\}$  हो तथा संक्रमण प्रायिकतायें निम्न दी गई हो:

$$p_{0,j} = 1/(j! e), j \geq 0 \text{ के लिए}$$

$$p_{i,i-1} = 1, i > 0 \text{ तथा विषम } i \text{ के लिए; } p_{i,i+1} = 1, i > 0 \text{ तथा सम } i \text{ के लिए निम्न में कौन से सत्य है?}$$

[Question ID = 554][Question Description = 146\_555\_MSCC\_\_Q46]

1. The chain is irreducible

श्रृंखला अखंडनीय है

[Option ID = 2213]

2. The chain has period 2

श्रृंखला का आवर्तकाल 2 है

[Option ID = 2214]

3. There are infinitely many recurrent classes

अनंत:बहु पुनरावर्ती वर्ग हैं

[Option ID = 2215]

4. Zero is a transient state

शून्य अल्पस्थायी अवस्था है

[Option ID = 2216]

#### 5) UNIT -4

Suppose  $X \sim \text{Geometric}(1/2)$  (taking values in  $\{1, 2, 3, \dots\}$ ) and conditional on  $X$ , the variable  $Y$  has  $\text{Poisson}(X)$  distribution. Similarly suppose  $U \sim \text{Poisson}(1)$  and conditional on  $U$ , the variable  $V$  has  $\text{Geometric}(1/(U+1))$  distribution. Then,

मानें कि  $X$  और  $Y$  में से मान लेते हैं  $X=1, 2, 3, \dots$  तथा  $Y=0, 1, 2, \dots$  तथा  $U$  का  $U=0, 1, 2, \dots$  पर प्रतिबंध रहता है।

$\{1, 2, 3, \dots\}$  पर मान लें कि  $X \sim \text{Geometric}(1/2)$  तथा  $Y \sim \text{Geometric}(1/3)$ ।  $X$  तथा  $Y$  स्वतंत्र हैं। इसी प्रकार मानें कि  $U \sim \text{Poisson}(1)$  तथा चर  $V$  का,  $U$  पर सप्रतिबंध बंटन  $\text{Geometric}(1/(U+1))$  है। तब

[Question ID = 555][Question Description = 147\_555\_MSCC\_\_Q47]

- $E[Y] \geq E[V]$   
[Option ID = 2217]
- $E[Y] \leq E[V]$   
[Option ID = 2218]
- $\text{Var}[Y] \geq \text{Var}[V]$   
[Option ID = 2219]
- $\text{Var}[Y] \leq \text{Var}[V]$   
[Option ID = 2220]

#### 6) UNIT -4

Let  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  be  $n$  independent observations from the uniform distribution on  $S_\theta = \{(x, y) : \theta \leq x^2 + y^2 \leq \theta + 1\}$ , where  $\theta > 1$  is an unknown parameter. Which of the following statements are correct?

$S_\theta = \{(x, y) : \theta \leq x^2 + y^2 \leq \theta + 1\}$  पर एक समान बंटन के आधार पर  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  को  $n$  स्वतंत्र प्रेक्षण मानें, जहाँ  $\theta > 1$  एक अज्ञात प्राचल है। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य हैं?

[Question ID = 556][Question Description = 148\_555\_MSCC\_\_Q48]

- $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\} - 1$  is a maximum likelihood estimate of  $\theta$   
 $\theta$  के लिए  $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\} - 1$  एक अधिकतम संभावित आकलन है  
[Option ID = 2221]
- $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\}$  is a maximum likelihood estimate of  $\theta$   
 $\theta$  के लिए  $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\}$  एक अधिकतम संभावित आकलन है  
[Option ID = 2222]
- Any value between  $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\} - 1$  and  $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\}$  is a maximum likelihood estimate of  $\theta$   
 $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\} - 1$  तथा  $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2 + y_i^2\}$  के मध्य का कोई भी मान  $\theta$  का एक अधिकतम संभावित आकलन है  
[Option ID = 2223]
- Any value between  $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2\} + \max_{1 \leq i \leq n} \{y_i^2\} - 1$  and  $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2\} + \min_{1 \leq i \leq n} \{y_i^2\}$  is a maximum likelihood estimate of  $\theta$   
 $\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2\} + \max_{1 \leq i \leq n} \{y_i^2\} - 1$  तथा  $\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i^2\} + \min_{1 \leq i \leq n} \{y_i^2\}$  के मध्य का कोई भी मान  $\theta$  का एक अधिकतम संभावित आकलन है  
[Option ID = 2224]

#### 7) UNIT -4

Suppose  $X_1, X_2, \dots, X_n$  are i.i.d. random variables which are uniformly distributed on the interval  $(0, \theta)$  where  $\theta > 0$ . Let  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  be the corresponding order statistics. Consider testing the hypotheses  $H_0: \theta = 1$  versus  $H_1: \theta > 1$ . Which of the following tests have significance level  $\alpha$  for  $0 < \alpha < 0.5$ ?

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  अंतराल  $(0, \theta)$  पर एक-समानतः बँटित i.i.d. यादृच्छिक चर हैं जहाँ  $\theta > 0$ । मानें कि  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  इसके संगत क्रम प्रतिदर्शज हैं। परिकल्पनाओं  $H_0: \theta = 1$  versus  $H_1: \theta > 1$  को परीक्षण पर सोचें। निम्न परीक्षणों में से किन परीक्षणों का  $0 < \alpha < 0.5$  के लिए सार्थकता स्तर  $\alpha$  है?

[Question ID = 557][Question Description = 149\_555\_MSCC\_\_Q49]

- Reject  $H_0$  when  $X_1 > 1 - \alpha$   
 $H_0$  को अस्वीकृत कर दें जब  $X_1 > 1 - \alpha$   
[Option ID = 2225]
- Reject  $H_0$  when  $X_{(n)} > (1 - \alpha)^{1/n}$   
 $H_0$  को अस्वीकृत कर दें जब  $X_{(n)} > (1 - \alpha)^{1/n}$

[Option ID = 2226]

Reject  $H_0$  when  $X_{(n)} < (1 - \alpha)^{1/n}$ 

3.  $H_0$  को अस्वीकृत कर दें जब  $X_{(n)} < (1 - \alpha)^{1/n}$

[Option ID = 2227]

Reject  $H_0$  when  $X_{(1)} > 1 - \alpha^{1/n}$ 

4.  $H_0$  को अस्वीकृत कर दें जब  $X_{(1)} > 1 - \alpha^{1/n}$

[Option ID = 2228]

## 8) UNIT -4

Let  $\{(x_i, y_i): i = 1, 2, \dots, n\}$  be given data points, where not all  $x_i$  s are the same. C decides to fit a linear regression model of  $y$  on  $x$  with an intercept and D decides to fit a linear regression model of  $y$  on  $x$  without an intercept. Let  $\bar{x}$  and  $\bar{y}$  be the sample means of  $x$  and  $y$  respectively. Which of the following statements regarding the two fitted models are NOT necessarily true?

मानें कि  $\{(x_i, y_i): i = 1, 2, \dots, n\}$  दिये गए आंकड़े हैं जिनमें सब  $x_i$  एक जैसे नहीं हैं। C निर्णय लेता है  $y$  का  $x$  पर अंतःखंड के साथ एक रैखिक समाश्रयण मॉडल लगाने का जबकि D निर्णय लेता है  $y$  का  $x$  पर बिना अंतःखंड के एक रैखिक समाश्रयण मॉडल लगाने का।  $\bar{x}$  तथा  $\bar{y}$  को क्रमशः  $x$  तथा  $y$  का प्रतिदर्श माध्य मानें। इन दो फिट किए गए मॉडल के लिये निम्न में से कौन से अनिवार्यतः सत्य नहीं हैं?

[Question ID = 558][Question Description = 150\_555\_MSCC\_\_Q50]

1. Both the fitted regression lines will pass through the point  $(\bar{x}, \bar{y})$   
फिट किए गई दोनों समाश्रयण रेखाएं बिंदु  $(\bar{x}, \bar{y})$  में होकर गुजरेंगी

[Option ID = 2229]

C's fitted line will pass through  $(\bar{x}, \bar{y})$ , but D's fitted line will not pass through  $(\bar{x}, \bar{y})$ 

2. C द्वारा फिट की गई रेखा  $(\bar{x}, \bar{y})$  में से होकर गुजरेगी जेकिन D द्वारा फिट की गई रेखा  $(\bar{x}, \bar{y})$  से होकर नहीं गुजरेगी

[Option ID = 2230]

For both the fitted models, the sample correlation coefficient between  $x_i$  s and the

3. corresponding residuals is zero

दोनों फिट किए गये मॉडल के लिए सब  $x_i$  तथा संगत अवशेषों के बीच प्रतिदर्श सहसंबंध गुणांक शून्य है

[Option ID = 2231]

4. The sample correlation coefficient between  $x_i$  s and the corresponding residuals is zero for C's fitted model, but not for D's fitted model

सब  $x_i$  तथा संगत अवशेषों के बीच C द्वारा फिट किए गये मॉडल के संदर्भ में प्रतिदर्श सहसंबंध गुणांक शून्य है परन्तु D द्वारा फिट किए गए मॉडल के लिए नहीं

[Option ID = 2232]

## 9) UNIT -4

Let  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  be i.i.d. from a continuous bivariate distribution. Let  $R_i$  be rank of  $X_i$  among the  $X$  observations and  $S_i$  be rank of  $Y_i$  among the  $Y$  observations. Let Spearman's statistic for testing independence between  $X$  and  $Y$  observations be denoted by  $T$ . Then, which of the following are true?

मानें कि  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  किसी संतत द्विचर बंटन के i.i.d. हैं। मानें कि  $X$  प्रक्षेपों में  $X_i$  की कोटि (rank)  $R_i$  है तथा  $Y$  प्रक्षेपों में  $Y_i$  की कोटि (rank)  $S_i$  है। मानें कि  $X$  तथा  $Y$  के बीच स्वतंत्रता परीक्षित करने के लिए स्पियरमैन प्रतिदर्शज को  $T$  से दिखाते हैं। तब निम्न में से कौन से सत्य हैं?

[Question ID = 559][Question Description = 151\_555\_MSCC\_\_Q51]

1.  $T = \frac{12 \sum_{i=1}^n R_i S_i}{n(n^2-1)} - \frac{3(n+1)}{n-1}$

[Option ID = 2233]

2.  $E(T) = 0$  when  $X$  and  $Y$  are independent

 $E(T) = 0$  जब  $X$  तथा  $Y$  स्वतंत्र हैं

[Option ID = 2234]

3.  $\text{Var}(T) = \frac{1}{n-1}$  when  $X$  and  $Y$  are independent

 $\text{Var}(T) = \frac{1}{n-1}$  जब  $X$  तथा  $Y$  स्वतंत्र हैं

$$\text{var}(T) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

[Option ID = 2235]

4.  $T \geq 0$

[Option ID = 2236]

## 10) UNIT -4

Consider a small clinical trial to study the effectiveness of a treatment for a particular illness. 10 patients are enrolled in this experiment. Let  $\theta$  denote the probability that a randomly chosen patient in the population recovers from this illness due to this treatment. For a standard Bayesian analysis, consider the Beta (0.5, 0.5) prior on  $\theta$  (with density proportional to  $(\theta(1-\theta))^{-1/2}$ ). Suppose exactly 6 out of the 10 patients recover. Which of the following are Bayes estimates of  $\theta$  under the squared error loss function?

किसी विशेष बीमारी के उपचार की प्रभावशीलता के अध्ययन के लिए एक छोटे नैदानिक परीक्षण पर सोचें। इस प्रयोग में 10 रोगी सूचीबद्ध हैं। मानें कि इस संख्या में से यादृच्छिक चयनित किसी रोगी के इस उपचार के प्रभावस्वरूप ठीक हो जाने की प्रायिकता  $\theta$  है। मानक बेज विश्लेषण में  $\theta$  पर बीटा (0.5, 0.5) प्रायर  $(\theta(1-\theta))^{-1/2}$  के समानुपाती घनत्व के साथ पर विचार करें। मानें कि यथायथ 10 में से 6 रोगी ठीक हो जाते हैं। निम्न में कौन वर्गित त्रुटि हानि फलन के अन्तर्गत  $\theta$  के बेज आकलन है?

[Question ID = 560][Question Description = 152\_555\_MSCC\_\_Q52]

1.  $\frac{13}{22}$

[Option ID = 2237]

2.  $\frac{11}{20}$

[Option ID = 2238]

3.  $\frac{1}{2}$

[Option ID = 2239]

4.  $E(\theta | 6 \text{ out of } 10 \text{ patients recovered})$

$E(\theta | 10 \text{ में से } 6 \text{ रोगी ठीक हो जाते हैं})$

[Option ID = 2240]

## 11) UNIT -4

Suppose we fit the linear model  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$  using least squares, where  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$  and  $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)^T$ . Here  $\mathbf{X}$  is a  $n \times p$  non-stochastic matrix with full column rank and  $\epsilon_i$ 's are i.i.d. with mean 0 and variance 1. For  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , let  $\hat{Y}_i$  be the fitted value of  $Y_i$  and let  $\hat{\epsilon}_i$  be the corresponding residual. For  $r, s \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $r \neq s$ , which of the following must be true?

मानें कि हम रैखिक मॉडल  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$  को न्यूनतम वर्ग के उपयोग से फिट करते हैं, जहाँ  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T$  तथा  $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)^T$  यहाँ  $\mathbf{X}$  एक अप्रसंभाव्य  $n \times p$  आव्यूह है जिसको पूर्ण स्तंभ कोटि है तथा सब  $\epsilon_i$  i.i.d है जिनका माध्य 0 तथा प्रसरण 1 है। यदि  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  के लिये,  $Y_i$  के फिट किए गये मान को  $\hat{Y}_i$  मानें तथा  $\hat{\epsilon}_i$  संगत अवशेष मानें। यदि  $r, s \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $r \neq s$ , निम्न में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 561][Question Description = 153\_555\_MSCC\_\_Q53]

The random variables  $\epsilon_r$  and  $\hat{Y}_s$  are uncorrelated

1. यादृच्छिक चर  $\epsilon_r$  तथा  $\hat{Y}_s$  असहसंबद्ध है

[Option ID = 2241]

The random variables  $\epsilon_s$  and  $\hat{Y}_s$  are uncorrelated

2. यादृच्छिक चर  $\epsilon_s$  तथा  $\hat{Y}_s$  असहसंबद्ध है

[Option ID = 2242]

The random variables  $\hat{\epsilon}_r$  and  $\hat{Y}_s$  are uncorrelated

3. यादृच्छिक चर  $\hat{\epsilon}_r$  तथा  $\hat{Y}_s$  असहसंबद्ध है

[Option ID = 2243]

The random variables  $\epsilon_s$  and  $Y_s$  are uncorrelated.

4. यादृच्छिक चर  $\epsilon_s$  तथा  $Y_s$  असहसंबद्ध है

[Option ID = 2244]

## 12) UNIT -4

Consider the following Linear Programming Problem.

Minimise  $14x + 9y + 6z$  subject to

$$\begin{aligned} 2x + y + z &\geq 8 \\ 3x + 2y + z &\geq 10 \\ x \geq 0, y \geq 0, z &\geq 0. \end{aligned}$$

What is the optimal value of the objective function?

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या पर विचार करें।  $14x + 9y + 6z$  का न्यूनतमीकरण निम्न के अंतर्गत करें

$$\begin{aligned} 2x + y + z &\geq 8 \\ 3x + 2y + z &\geq 10 \\ x \geq 0, y \geq 0, z &\geq 0. \end{aligned}$$

उद्देश्य फलन का इष्टतम मान क्या है ?

[Question ID = 562][Question Description = 154\_555\_MSCC\_\_Q54]

1. 52

[Option ID = 2245]

2. 48

[Option ID = 2246]

3. 50

[Option ID = 2247]

4. 56

[Option ID = 2248]

## 13) UNIT -4

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be random variables whose marginal distributions are  $N(0,1)$ . Suppose

$E(X_i X_j) = 0$  for all  $i, j, i \neq j$ . Let  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  and  $V = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ . Which of the following statements follow from the given conditions?

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  यादृच्छिक चर हैं जिनके उपांत बंटन  $N(0,1)$  है। मानें कि  $E(X_i X_j) = 0$  सभी  $i, j, i \neq j$  के लिए। मानें कि  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  तथा  $V = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ । दिये गये प्रतिबंधों से निम्न वक्तव्यों में से कौन से निकल कर आते हैं?

[Question ID = 563][Question Description = 155\_555\_MSCC\_\_Q55]

1.  $Y$  has normal distribution with mean zero and variance  $n$

$Y$  का प्रसामान्य बंटन है जिसका माध्य शून्य एवं  $n$  प्रसरण है

[Option ID = 2249]

2.  $V$  has Chi-square distribution with  $n$  degrees of freedom

$V$  का स्वातंत्र्य कोटि  $n$  के साथ कोई वर्ग बंटन है

[Option ID = 2250]

3.  $E(X_i^3 X_j^3) = 0$  for all  $i, j, i \neq j$

$E(X_i^3 X_j^3) = 0$  सभी  $i, j$  के लिए  $i \neq j$

[Option ID = 2251]

4.  $P(|Y| > t) \leq \frac{n}{t^2}$  for all  $t > 0$

$P(|Y| > t) \leq \frac{n}{t^2}$  सभी  $t > 0$  के लिए

[Option ID = 2252]

## 14) UNIT -4

Suppose  $X_1, \dots, X_n$  are i.i.d.  $N(\theta, 1)$  where  $\theta \geq 0$ . Let  $T = T(X_1, \dots, X_n)$  be the maximum likelihood estimate of  $\theta$ . Which of the following statements are true?

मानें कि  $X_1, \dots, X_n$  है i.i.d.  $N(\theta, 1)$  जहाँ  $\theta \geq 0$ .  $T = T(X_1, \dots, X_n)$  को  $\theta$  का अधिकतम संभावित आकलन मानें। निम्न वक्तव्यों में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 564][Question Description = 156\_555\_MSCC\_\_Q56]

1.  $E_\theta(T) - \theta \geq 0$  for all  $\theta \geq 0$   
 $E_\theta(T) - \theta \geq 0$  सब  $\theta \geq 0$  के लिए

[Option ID = 2253]

2.  $E_\theta(T) - \theta = 0$  for all  $\theta \geq 0$   
 $E_\theta(T) - \theta = 0$  सब  $\theta \geq 0$  के लिए

[Option ID = 2254]

3.  $E_\theta(T) - \theta < 0$  for all  $\theta \geq 0$   
 $E_\theta(T) - \theta < 0$  सब  $\theta \geq 0$  के लिए

[Option ID = 2255]

There exists  $\theta_0 > 0$  such that  $E_\theta(T) - \theta < 0$  for all  $0 < \theta < \theta_0$  and  
 $E_\theta(T) - \theta > 0$  for all  $\theta \geq \theta_0$

4. ऐसा  $\theta_0 > 0$  है कि  $E_\theta(T) - \theta < 0$  सभी  $0 < \theta < \theta_0$  के लिए तथा  $E_\theta(T) - \theta > 0$   
सभी  $\theta \geq \theta_0$  के लिए

[Option ID = 2256]

#### 15) UNIT -4

Consider a sequence of i.i.d. observations  $X_1, X_2, \dots$  from  $N(0, \sigma^2)$ . Which of the following are unbiased and consistent estimators of  $\sigma$ ?

$N(0, \sigma^2)$  से i.i.d. प्रेक्षणों  $X_1, X_2, \dots$  के अनुक्रम पर विचार करें। निम्न में से कौन से  $\sigma$  के अनभिन्न तथा अविरोधी आकलक हैं?

[Question ID = 565][Question Description = 157\_555\_MSCC\_\_Q57]

1.  $\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \sum_{i=1}^n |X_i|$

[Option ID = 2257]

2.  $\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}$

[Option ID = 2258]

3.  $\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$

[Option ID = 2259]

4.  $\sqrt{\frac{1}{2n} (X_1^2 + X_n^2)}$

[Option ID = 2260]

#### 16) UNIT -4

A population of size  $N$  is divided into  $L$  strata of sizes  $N_1, N_2, \dots, N_L$  respectively. A stratified random sample of size  $n$  is drawn from the population where  $n_1, n_2, \dots, n_L$  denote the sample size in each of the  $L$  strata. Note that within each stratum units are chosen using simple random sampling.

Suppose the sample mean of the  $j$ -th stratum is denoted by  $\bar{y}_j$  and let

$$\bar{y}_{st} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j \bar{y}_j}{N} \text{ and } \sigma_{st}^2 = V(\bar{y}_{st}).$$

Consider a simple random sample of size  $n$  drawn from the population, independently of the first sample. Let  $\bar{y}$  and  $\sigma^2$  denote the sample mean and the variance of the sample mean for this sample. Which of the following statements are correct?

आकार  $N$  की एक समष्टि  $N_1, N_2, \dots, N_L$  आकारों के स्तरों में विभाजित है।  $n_1, n_2, \dots, n_L$  यदि  $L$  स्तरों में प्रत्येक के प्रतिदर्श का आकार इंगित करते हैं जहाँ की समष्टि से आकार  $n$  का स्तरित यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया गया है। ध्यान रहे कि हर स्तर में, सरल यादृच्छिक प्रतिचयन से इकाइयों को छोटा गया है।

मानें कि  $j$ -th स्तर का प्रतिदर्श माध्य  $\bar{y}_j$  से दिया जाता है तथा मानें कि

$$\bar{y}_{st} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j \bar{y}_j}{N} \text{ तथा } \sigma_{st}^2 = V(\bar{y}_{st}).$$

इस समष्टि में से  $n$  आकार के सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श पर विचार कीजिए जो पूर्व प्रतिदर्श से स्वतंत्र हो। इस नमूने के लिए  $\bar{y}$  तथा  $\sigma^2$  को प्रतिदर्श माध्य तथा प्रतिदर्श माध्य का प्रसरण मानें। निम्न में से कौन से वक्तव्य सत्य है?

[Question ID = 566][Question Description = 158\_555\_MSCC\_\_Q58]

1.  $\bar{y}_{st}$  is an unbiased estimator of the population mean  
 $\bar{y}_{st}$  समष्टि माध्य का अनभिनत आकलक है।

[Option ID = 2261]

2.  $\bar{y}$  is an unbiased estimator of the population mean  
 $\bar{y}$  समष्टि माध्य का अनभिनत आकलक है।

[Option ID = 2262]

3.  $\sigma_{st}^2 \leq \sigma^2$

[Option ID = 2263]

4. If  $\frac{n_j}{N_j} = \frac{n}{N}$  for all  $j$ , then  $\sigma_{st}^2 = \sigma^2$   
 यदि  $\frac{n_j}{N_j} = \frac{n}{N}$  सभी  $j$ , के लिए, तब  $\sigma_{st}^2 = \sigma^2$

[Option ID = 2264]

#### 17) UNIT -4

Let  $(X_n, n \geq 1)$  and  $X$  be random variables defined on a common probability space, all having finite expectation and having characteristic functions  $(\varphi_n, n \geq 1)$  and  $\varphi$  respectively. Which of the following are true?

मानें कि  $(X_n, n \geq 1)$  तथा  $X$  सामान्य प्रायिकता समष्टि पर परिभाषित यादृच्छिक चर है जिन सबकी परिमित माध्य है तथा अभिलक्षणिक फलन क्रमशः  $(\varphi_n, n \geq 1)$  तथा  $\varphi$  है। निम्न में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 567][Question Description = 159\_555\_MSCC\_\_Q59]

1. If  $E(X_n) \rightarrow E(X)$  then there is at least one sample point  $\omega$  such that  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$   
 यदि  $E(X_n) \rightarrow E(X)$  तब कम से कम एक प्रतिदर्श बिंदु  $\omega$  इस प्रकार है कि  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$

[Option ID = 2265]

2. If  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$  for every sample point  $\omega$  then  $E(X_n) \rightarrow E(X)$   
 यदि हर प्रतिदर्श बिंदु  $\omega$  के लिए  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$  तब  $E(X_n) \rightarrow E(X)$

[Option ID = 2266]

3. If  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$  for every sample point  $\omega$  then  $\varphi_n(t) \rightarrow \varphi(t)$  for all  $t$   
 यदि हर प्रतिदर्श बिंदु  $\omega$  के लिए  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$  तब  $\varphi_n(t) \rightarrow \varphi(t)$  सब  $t$  के लिए

[Option ID = 2267]

4. If  $\varphi_n(t) \rightarrow \varphi(t)$  for all  $t$  then  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$  for at least one sample point  $\omega$   
 यदि  $\varphi_n(t) \rightarrow \varphi(t)$  सभी  $t$  के लिए तब कम से कम एक प्रतिदर्श बिंदु  $\omega$  के लिए  $X_n(\omega) \rightarrow X(\omega)$

[Option ID = 2268]

#### 18) UNIT -4

Let  $\{N_t, t \geq 0\}$  be a Poisson Process with intensity parameter 10. Let  $T$  be an exponential random variable with mean 6, and independent of the Poisson process. Which of the following are true?

$\{N_t, t \geq 0\}$  एक प्वासों प्रक्रिया मानें जिसका तीव्रता प्राचल 10 है। मानें कि  $T$  एक चरघातांकी यादृच्छिक चर हो जिसका माध्य 6 है तथा यह प्वासों प्रक्रिया से स्वतंत्र है। निम्न में से कौन से सत्य है?

[Question ID = 568][Question Description = 160\_555\_MSCC\_\_Q60]

1.  $P(N_T = k) = e^{-10T}(10T)^k/k!$

[Option ID = 2269]

2.  $E(N_T) = 60$

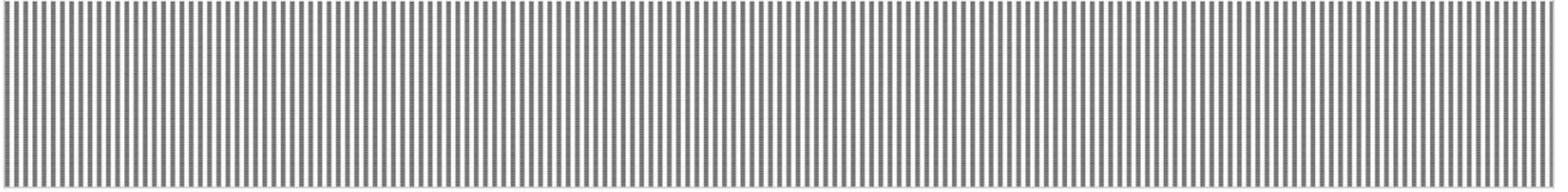
[Option ID = 2270]

3.  $(N_{T+t} - N_T; t \geq 0)$  is a Poisson process with intensity parameter 4  
 $(N_{T+t} - N_T; t \geq 0)$  एक प्वासों प्रक्रिया है जिसका तीव्रता प्राचल 4 है।

[Option ID = 2271]

4.  $(N_{T+t} - N_T; t \geq 0)$  is a Poisson process with intensity parameter 10  
 $(N_{T+t} - N_T; t \geq 0)$  एक प्वासों प्रक्रिया है जिसका तीव्रता प्राचल 10 है।

[Option ID = 2272]



**prepp**  
Your Personal Exam Guide