

2006
सांख्यिकी
प्रश्नपत्र-II
STATISTICS
Paper-II

निर्धारित समय : तीन घंटे]

[पूर्णांक : 200

Time allowed : Three Hours]

[Maximum Marks : 200

- नोट :** (i) कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न संख्या 1 तथा 5 अनिवार्य हैं । इनके अतिरिक्त तीन अन्य प्रश्न हल कीजिए, जिनमें से प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न का चयन करना है ।
(ii) सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

- Note :** (i) Answer five questions in all. Q. Nos. 1 and 5 are compulsory. Besides these, answer three more questions, choosing at least one from each Section.
(ii) All questions carry equal marks.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (अ) प्राक्कलन क्या है ? एक अच्छे आकलक की विशेषताओं का वर्णन कीजिये । बिन्दु आकलन एवं अन्तराल आकलन में विभेद वर्णन कीजिये । यथोचित उदाहरण से अपने उत्तर को स्पष्ट कीजिये । 20
- (ब) अधिकतम प्रत्याशा आकलन विधि की उसकी विशेषताओं सहित व्याख्या कीजिये । पॉयसन बंटन के प्राचल 'λ' का अधिकतम प्रत्याशा आकलन ज्ञात कीजिये । 10
- (स) यदि θ के लिये T एक अनभिनत आकलक हो तो उपयुक्त उदाहरण से दिखाइये कि T^2 एवं $\sqrt{T}$ क्रमशः θ^2 और $\sqrt{\theta}$ के भिन्न (Biased) आकलक हैं । 10
- (a) What is Estimation ? Discuss the properties of a good estimator. Differentiate between Point Estimation and Interval Estimation. Give suitable examples wherever necessary.
- (b) Discuss the method of maximum likelihood of estimation alongwith its properties. Find the maximum likelihood estimator for the parameter 'λ' of the Poisson Distribution.
- (c) If T is an unbiased estimator for θ , show by suitable example that T^2 and $\sqrt{T}$ are biased Estimators for θ^2 and $\sqrt{\theta}$ respectively.

2. (अ) दो प्रकार के विभ्रम, परीक्षण की शक्ति, सशक्तम परीक्षण (MPT) तथा UMPT को परिभाषित कीजिये ।

(ब) Neyman एवं Pearson Lemma का वर्णन कीजिये । मान लें कि प्रायिकता घनत्व फलन $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$, $0 \leq x \leq \theta$ एवं 0 अन्यत्र से x एक प्रेक्षण है । यदि आप परिकल्पना $H_1 : \theta = 2$ के विरुद्ध $H_0 : \theta = 1$ करें तो विभ्रम-I तथा विभ्रम-II का आकार क्या होगा, यदि अन्तराल (a) $0.5 \leq x$, (b) $1 \leq x \leq 1.5$ क्रान्तिक क्षेत्र हों ?

20

(स) संभावित अनुपात परीक्षण की व्याख्या कीजिये तथा उसकी विशेषताएँ लिखिये ।

10

(a) Define two types of errors, Power of the Test, Most Powerful Test (MPT) and Uniformly Most Powerful Test (UMPT).

(b) State Neyman and Pearson Lemma. Given the frequency function $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$, $0 \leq x \leq \theta$ and 0 elsewhere, if you are testing the hypothesis $H_0 : \theta = 1$, against $H_1 : \theta = 2$ by means of single observed value of x . What would be the size of Type-I and Type-II errors, if you choose the interval (a) $0.5 \leq x$, (b) $1 \leq x \leq 1.5$ as the critical regions ?

(c) Discuss Likelihood Ratio Test and state its properties.

3. (अ) बृहत् प्रतिदर्श परीक्षण क्या होते हैं ? यह लघु प्रतिदर्श परीक्षण से किस प्रकार भिन्न होते हैं ? उदाहरण सहित व्याख्या कीजिये ।

10

(ब) χ^2 क्या है ? χ^2 - परीक्षण के विभिन्न उपयोगों का वर्णन कीजिये । t , F एवं χ^2 में सम्बन्ध प्राप्त कीजिये ।

20

(स) प्रसरण स्थिरता के विभिन्न नियमों का वर्णन कीजिये तथा अपने उत्तर को उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिये ।

10

(a) What are Large Sample Tests ? How they are different from Small Sample Tests ? Explain with suitable examples.

(b) What is χ^2 ? Discuss different uses of χ^2 -Test. Establish the relation between t , F and χ^2 .

(c) Discuss the various transformations used for stabilising the variance and justify your answer with suitable example.

4. (अ) प्राचलिक (Parametric) तथा अप्राचलिक (Non-Parametric) परीक्षणों को उनके सहित वर्णन कीजिये । माध्यिका परीक्षण (Median Test) तथा विल्काक्सन मान-विल्कोन (Man - Whitney - Wilcoxon) परीक्षणों की उत्पत्ति कीजिये । 20
- (ब) ब्लैक वलीकरण (Black Wellisation) से आप क्या समझते हैं ? रॉव-ब्लैकवेल प्रतिबन्ध का वर्णन कीजिये । 10
- (स) प्रतिदर्श परास के प्रायिकता घनत्व पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये । 10
- (a) Discuss Parametric and Non-parametric Tests with their respective merits and demerits. Develop Median Test and Man-Whitney-Wilcoxon Test.
- (b) What do you understand by Black Wellisation ? Discuss Rao-Blackwell Theorem.
- (c) Write short note on Probability Density function of Sample Range.

खण्ड – ब

SECTION – B

5. (अ) पुरानी मुर्गियाँ 20 रु. प्रति मुर्गी के हिसाब से खरीदी जा सकती हैं, जबकि नई का मूल्य 50 रु. प्रति मुर्गी है । पुरानी मुर्गी 3 अंडे प्रति सप्ताह देती है, जबकि नई मुर्गी 5 अंडे प्रति सप्ताह । एक अंडे का मूल्य 3 रु. है । एक मुर्गी का प्रति सप्ताह खाने और रखने का खर्च 10 रु. है । यदि एक व्यक्ति के पास मुर्गियों को खरीदने के लिये 800 रु. हों, तो उसे प्रत्येक प्रकार की कितनी मुर्गियाँ खरीदनी चाहिये ताकि उसे अधिक से अधिक 60 रु. से अधिक का लाभ हो । यह मानते हुए कि वह व्यक्ति 20 से अधिक मुर्गियाँ मकान में नहीं रख सकता, रैखिक प्रोग्रामन समस्या का संरूपण कीजिये एवं लेखाचित्र विधि (Graphical) से हल ज्ञात कीजिये । 20
- (ब) निम्न समस्या का द्वैत (Dual) ज्ञात कीजिये : 10
- $$f(x) = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$$
- जबकि, $5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$
- $$-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$$
- $$x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 1$$
- $$-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$$
- $$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$
- (स) Systematic प्रतिचयन पर टिप्पणी लिखिये तथा उपयुक्त उदाहरण दीजिये । 10

(a) Old hen can be bought for Rs. 20 each, but young ones cost Rs. 50 each. The old hen lays 3 eggs per week and the young one 5 eggs per week, each egg being worth Rs. 3. A hen costs Rs. 10 per week to feed and maintenance. If a person has only Rs. 800 to spend on hens, how many of the each kind should the person buy to gain utmost profit of Rs. 60 per week, assuming that the person cannot house more than 20 hens. Formulate Linear Programming Problem and solve graphically.

(b) Find the Dual of the following problem :

$$f(x) = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$$

$$\text{given, } 5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$$

$$-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$$

$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(c) Write a note on systematic sampling and give suitable examples.

6. (अ) उत्तर पश्चिम कोने वाले नियम तथा न्यूनतम लागत विधि द्वारा प्रारंभिक सुसंगत आधारीय हल निकालिये ।

15

कहाँ को

		D	E	F	G	
	A	11	13	17	14	250
कहाँ से	B	16	18	14	10	300
	C	21	24	13	10	400
		200	225	275	250	

		कार्य				
		I	II	III	IV	V
व्यक्ति	A	8	4	2	6	1
	B	0	9	5	5	4
	C	3	8	9	2	6
	D	4	3	1	0	3
	E	9	5	8	9	5

(स) समानुपातिक आबंटन तथा अनुकूलतम आबंटन का वर्णन कीजिये ।

10

(a) Obtain an initial basic feasible solution to the following transportation problem by the North-West Corner Rule and least cost entry method.

		TO				
		D	E	F	G	
FROM	A	11	13	17	14	250
	B	16	18	14	10	300
	C	21	24	13	10	400
		200	225	275	250	

(b) Consider the problem of assigning FIVE jobs to FIVE persons. The assignment costs are as follows. Obtain the optimum assignment schedule :

		JOB				
		I	II	III	IV	V
PERSON	A	8	4	2	6	1
	B	0	9	5	5	4
	C	3	8	9	2	6
	D	4	3	1	0	3
	E	9	5	8	9	5

(c) Discuss the concept of proportional allocation and optimum allocation.

‘प्रक्रम नियंत्रण’ तथा ‘उत्पाद नियंत्रण’ का तुलनात्मक विवरण दीजिये । उपभोक्ता जोखिम, उत्पादक जोखिम तथा कार्यक्षमता लक्षण वक्र (O.C.) को परिभाषित कीजिये । एक दोहरी निदर्शन योजना में $N = 1000$, $n_1 = 50$, $c_1 = 3$, $n_2 = 100$, $c_2 = 7$ हो तो इसकी आप किस प्रकार समीक्षा करेंगे ?

20

- (ब) सम्पूर्ण गणना के मुकाबले प्रतिचयन प्रक्रिया के लाभ वर्णन कीजिये । एक समष्टि में $N = 6$ तथा चर y_i का मान 6, 9, 15, 11, 8 तथा 12 है । एक $n = 2$ के प्रतिदर्श के लिये सिद्ध कीजिये कि सरल यादृच्छिक प्रतिचयन में प्रतिदर्श माध्य समष्टि माध्य का अनभिनत (unbiased) आकलक होता है ।
- (स) क्रीड़ा सिद्धान्त की विशेषताओं पर संक्षिप्त नोट लिखिये तथा क्रीड़ा सिद्धान्त की सीमाएँ (Limitations) वर्णन कीजिये ।

10

- (a) Distinguish between ‘Process Control’ and ‘Product Control’. Define Consumer’s Risk, Producer’s Risk and O.C. Curve. In a Double Sampling Plan, $N = 1000$, $n_1 = 50$, $c_1 = 3$, $n_2 = 100$, $c_2 = 7$, explain how would you draw conclusions.
- (b) Discuss the advantages of sampling over complete enumeration. In a population with $N = 6$, the values of y_i are 6, 9, 15, 11, 8 and 12. For a random sample of $n = 2$, prove that sample mean is an unbiased estimate of the population mean.
- (c) Write a short note on characteristics of game theory and discuss the limitations of game theory.

8. (अ) परीक्षण मर्दों के माप क्रम से आप क्या समझते हैं ? अस्थाई स्कोर, मानक स्कोर तथा T-स्कोर क्या हैं ? छात्रों के समूह के एक व्यावहारिक अध्ययन में माध्य 86 तथा S.D. = 15 है तथा राकेश के स्कोर 91 एवं मोहन के स्कोर 83 हैं । इन अस्थाई स्कोरों को मानक स्कोर में दिखाइये यदि बंटन का माध्य $\mu = 500$ तथा $\sigma = 100$ हो ।

20

- (ब) स्ट्रेटिफाइड (Stratified) प्रतिचयन क्या है ? यह अन्य प्रतिचयन विधियों से किस प्रकार भिन्न है ? आकलित माध्य ($\bar{y}_{st}$) के प्रसरण (variance) का व्यंजक (i) यादृच्छिक (ii) समानुपाती तथा (iii) अनुकूलतम नियतन के अन्तर्गत लिखिये ।

10

- (स) गुण समंक के नियंत्रण चित्रों का वर्णन कीजिये । दोषपूर्ण इकाइयों (p-chart) तथा दोषों की संख्या (c-chart) के नियंत्रण चित्रों की व्याख्या कीजिये तथा उपयुक्त उदाहरण दीजिये ।

10

- (a) What do you understand by scaling of test items ? What are Raw Scores, Standard Scores and T-Scores ? In a behavioural study on a group of students with mean is 86 and S.D. = 15, Rakesh scored 91 and Mohan 83. Express these raw scores as Standard Scores with mean $\mu = 500$ and $\sigma = 100$.

- (b) What is stratified sampling ? How does it differ from other methods of sampling ? Write down the expressions of variance of estimated mean ($\bar{y}_{st}$) in stratified sampling under (i) Random allocation, (ii) Proportional allocation and (iii) Optimum allocation.
- (c) What are control charts for attributes ? Discuss p-chart and c-chart with suitable examples.
-

prepp
Your Personal Exam Guide