www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

2006

सांख्यिकी

प्रश्नपत्र-I

STATISTICS

Paper-I

निर्धारित समय : तीन घण्टे] *[पूर्णांक : 200*

Time allowed : Three Hours] *[Maximum Marks : 200*

नोट : *(i)* *कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिये । प्रश्न संख्या **1** तथा **5** अनिवार्य हैं । इसके अतिरिक्त **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिये जिनमें प्रत्येक खण्ड से कम से कम **एक** प्रश्न हो ।*

(ii) ***सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं ।*

Note : *(i)* *Answer **five** questions in all. Question number **1** and **5** are compulsory. Attempt **three** more questions of which at least **one** should be from each section.*

(ii) ***All** questions carry equal marks.*

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (अ) यदि $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{6}$, $P(A \cup B) = P(B \cup C) = P(C \cup A) = \frac{1}{4}$ और $P(A \cup B \cup C) = \frac{1}{2}$, तो B तथा C में से एक घटना के घटित होने की प्रायिकता निकालिये जबकि दिया है कि A घटित हो चुकी है ।

(ब) यदि X का बर्नोली बंटन b(n, p) है तो $E[X(n - X)]$ निकालिये ।

(स) एक अनभिनत प्वॉसा दो बार उछाला जाता है । यादृच्छिक चर X तथा Y इस प्रकार परिभाषित किये जाते हैं कि

$$X = \begin{cases} 1 & \text{यदि प्रथम उछाल में सम संख्या है} \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{यदि दोनों उछालों में सम संख्या मिलती है} \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

X तथा Y का संयुक्त प्रायिकता मात्रा फलन प्राप्त कीजिये ।

www.prepp.in

(a) If $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{6}$, $P(A \cup B) = P(B \cup C) = P(C \cup A) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cup B \cup C) = \frac{1}{2}$, find exactly one of the events B or C occur given that A has already occurred.

(b) If X follows binomial distribution b(n, p), evaluate $E[X(n - X)]$.

(c) An unbiased dice is thrown twice and random variables X and Y are defined as

$$X = \begin{cases} 1 & \text{if first throw leads to even number} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{if both throws lead to even number} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find joint p.m.f. of (X, Y).

2. मान लें कि एक त्रिभुज जिनके शीर्ष (0, 0), (2, 0) तथा (1, 2) हैं, पर (X, Y) एक समान बंटित हैं । ज्ञात कीजिये :

(i) $f_{xy}(x, y)$

(ii) Y का सीमांत प्रायिकता घनत्व फलन ।

(iii) X = 1 दिये होने पर Y की सप्रतिबंध प्रायिकता फलन ।

Let (X, Y) be jointly distributed uniformly over a triangle whose vertices are (0, 0), (2, 0) and (1, 2). Find :

(i) $f_{xy}(x, y)$

(ii) marginal p.d.f. of Y

(iii) conditional p.d.f. of Y given X = 1.

3. मान लीजिये यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3} & \text{यदि } \theta \le x \le \infty \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

है ।

(i) बंटन फलन $F(x)$

(ii) $y = \frac{1}{x}$ का प्रायिकता मात्रा फलन

(iii) $E(y)$ निकालिये ।

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

The p.d.f. of a random variable X is given by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3} & \text{if } \theta \leq x \leq \infty \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find :

(i) c.d.f. $F(x)$

(ii) p.d.f. of $y = \frac{1}{x}$

(iii) E(y)

4. (अ) एक भवन को संभालने वाले स्तम्भ पर बल माध्य 15.0 kips तथा मानक विचलन 1.25 kips वाला प्रसामान्य बंटन रखता है । इस प्रकार के 10 स्तंभों में कम से कम एक पर 17 kips से अधिक बल होने की प्रायिकता क्या होगी ? यह दिया है कि

$$\int_{-\infty}^{1.6} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 0.945$$

(ब) गुणोत्तर बंटन के लिये आघूर्ण जनक फलन प्राप्त कीजिये ।

(a) The force acting on a column that helps to support a building is normally distributed with mean 15.0 kips and standard deviation 1.25 kips. What is the probability that out of 10 such columns, force acting on at least one column is more than 17.0 kips ? It is given that

$$\int_{-\infty}^{1.6} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 0.945$$

(b) Find the moment generating function of geometric distribution.

खण्ड – ब

SECTION – B

5. (अ) सह-सम्बन्ध गुणांक की परिभाषा दीजिये तथा इस पर मूल व माप के परिवर्तन के प्रभाव का वर्णन कीजिये ।

(ब) अशोधित एवं मानकीकृत मृत्यु दरों में क्या अन्तर है ?

(स) प्रयोगात्मक अभिकल्पना के मूल सिद्धान्तों को लिखिए ।

www.prepp.in

(a) Define correlation coefficient and discuss the effect of change of origin and scale on it.

(b) What is the difference between crude and standardized death rates ?

(c) Write the basic principles of design of experiment.

6. (अ) उदाहरण द्वारा आंशिक व बहु सहसम्बन्ध गुणांक को समझाइये । दर्शाइये कि,

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}\ r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)\,(1 - r_{23}^2)}}$$

(ब) मूल्य सूचकांक के विभिन्न रूपों को विस्तार से समझाइये । सूचकांक की जाँच के लिए कौन-कौन से परीक्षण होते हैं ?

(a) Discuss the concept of partial and multiple correlation coefficients with the help of examples. Show that

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}\,.r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)\,(1 - r_{23}^2)}}$$

(b) Explain in detail, the different types of price index numbers. What are the tests for index numbers ?

7. (अ) क्षेत्र प्रयोग में स्थानीय नियन्त्रण को किस प्रकार प्रयोग करते हैं ?

(ब) पूर्ण यादृच्छिक अभिकल्पना का विश्लेषण दीजिए जबकि एक आँकड़ा लुप्त है ।

(a) How the method of local control is used in a field experiment ?

(b) Give the analysis of completely randomised design when one observation is missing.

8. (अ) सकल एवं निबल पुनरुत्पादन दरों को समझाइये ।

(ब) काल श्रेणी के विभिन्न अवयवों का वर्णन कीजिये । किसी काल श्रेणी के ऋतुनिष्ठ परिवर्तन को मापने के लिए रिलेटिव विधि को समझाइये ।

(a) Explain Gross and Net reproduction rates.

(b) Describe various components of a time series. Explain the method of link relative to measure the seasonal variation of a time series.