

UPSC CSE 2015 MAINS PAPER 7 DECEMBER 23, 2015 STATISTICS OPTIONAL PAPER II QUESTION PAPER

सांख्यिकी (प्रश्न-पत्र-II)

समय : तीन घण्टे

अधिकतम अंक : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें)

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी एवं अंग्रेजी दोनों में छपे हैं।

CS (Main) Exam 2015

परीक्षार्थी को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा शेष बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू० सी० ए०) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

किसी प्रश्न का उत्तर देने के लिए जहाँ जरूरत हो, आँकड़े मान लीजिए तथा उसको स्पष्ट रूप से सूचित कीजिए।

चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, प्रश्न के उत्तर देने की जगह पर ही अंकित किए जाएँ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

STATISTICS (PAPER-II)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

There are EIGHT questions divided in two Sections and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in medium other than the authorized one.

Wherever any assumptions are made for answering a question, they must be clearly indicated.

Charts/figures, wherever required, shall be drawn in the space provided for answering the question itself.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड—A / SECTION—A

1. (a) सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण के संदर्भ में 'नियंत्रण' पद को समझाइए। प्रक्रम नियंत्रण तथा उत्पाद नियंत्रण के बीच अंतर समझाइए।
Explain the term 'control' in connection with Statistical Quality Control. Distinguish between Process control and Product control. 10
- (b) (i) प्रकार I का खंड-वर्जन, (ii) प्रकार II का खंड-वर्जन एवं (iii) यादृच्छिक खंड-वर्जन की परिभाषा दीजिए। उन कारणों को बताइए जिनमें ये सामने आते हैं, चाहे वे जानबूझ कर आएँ या प्रायोगिक परिस्थितियों के कारण आएँ।
Define (i) Type I censoring, (ii) Type II censoring and (iii) Random censoring. Describe the situations in which they may arise, either by design or due to experimental circumstances. 10
- (c) आयताकार खेल के संदर्भ में निम्नलिखित के सिद्धांतों को बताइए :
(i) भुगतान आव्यूह
(ii) खिलाड़ियों की शुद्ध व्यवहार्यता
(iii) खिलाड़ियों की मिश्रित व्यवहार्यता
In the context of a rectangular game, give the concepts of (i) payoff matrix, (ii) pure strategy of players and (iii) mixed strategy of players. 10
- (d) (M/M/1) : (∞ | FCFS) पंक्ति निकाय के लिए निम्न का अभिकलन कीजिए :
(i) निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या
(ii) प्रत्याशित पंक्ति लम्बाई
(iii) निकाय में किसी ग्राहक का प्रत्याशित (औसत) प्रतीक्षा काल
For a (M/M/1) : (∞ | FCFS) queue system, compute—
(i) expected number of customers in the system;
(ii) expected queue length;
(iii) expected (average) waiting time of a customer in the system. 10
- (e) सुग्राहिता विश्लेषण के महत्व को बताइए। इसके द्वारा वियोजित होने वाली विभिन्न समस्याएँ क्या हैं?
Mention the importance of sensitivity analysis. What are the different problems that are resolved through it? 10

2. (a) गुणों के लिए एकल प्रतिचयन योजना को बताइए। (i) LTPD योजनाओं तथा (ii) AOQL योजनाओं के लिए योजना प्राचलों के निर्धारण की डॉज-रोमिग प्रणाली को समझाइए।
State the single sampling plan for attributes. Explain Dodge-Romig system of determination of plan parameters for (i) LTPD plans and (ii) AOQL plans. 15
- (b) “प्रक्रम सांख्यिकीय रूप में नियंत्रित है” से आप क्या समझते हैं? नियंत्रण चार्ट का उपयोग करते हुए नियंत्रण में कमी का किस प्रकार पता लगाया जाता है? आंशिक (फ्रैक्शन) त्रुटिपूर्ण (डिफेक्टिव) नियंत्रण चार्ट के लिए नियंत्रण सीमाओं को बताइए, जबकि समष्टि अनुपात अज्ञात है तथा प्रतिदर्श आकार (i) निश्चित तथा (ii) चर है।
What do you mean by “process is statistically controlled”? How to detect lack of control using a control chart? State the control limits for fraction defective control chart when population proportion is unknown and sample sizes are (i) fixed and (ii) variable. 15
- (c) किसी अवयव के जीवनकाल को दर्शाने वाले एक यादृच्छिक चर के लिए (i) विश्वसनीयता फलन तथा (ii) विफलता दर फलन को परिभाषित कीजिए। इनके बीच संबंध, यदि कोई हो, को स्थापित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि यदि $h(t)$ विफलता दर फलन हो, तो $\int_0^\infty h(t) dt = \infty$.
Define (i) the reliability function and (ii) the failure rate function of a random variable denoting lifetime of a component. Establish the relation between them, if any. Prove that if $h(t)$ is the failure rate function, then $\int_0^\infty h(t) dt = \infty$. 20
3. (a) m प्रतिबन्धों तथा n चरों वाले एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में (i) मूल हलों तथा (ii) साध्य हलों के अर्थों को समझाइए। सिम्प्लेक्स विधि का उपयोग करते हुए निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :
अधिकतमीकरण कीजिए $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$
बशर्ते कि

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq 460 \\ 3x_1 + 4x_2 &\leq 420 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Explain the meanings of (i) basic solutions and (ii) feasible solutions in a linear programming problem with m conditions and n variables. Using simplex method, solve the following linear programming problem : 15
Maximize $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$
subject to

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq 460 \\ 3x_1 + 4x_2 &\leq 420 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$
- (b) स्थिर माँग और चर ऑर्डर चक्र काल के साथ मितव्ययी प्रचय आकार मॉडल की विवेचना कीजिए।
Discuss Economic Lot Size model with constant demand and variable order cycle time. 15

- (c) चरघातांकीय सेवा काल तथा प्वासों इनपुट वाले एक एकल-परिवेक्षक पंक्ति निकाय पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि माध्य आगमन दर 3 बुलाई गई इकाइयाँ प्रति घण्टा है, प्रत्याशित सेवा काल 0.25 घण्टा तथा निकाय में बुलाई गई इकाइयों की अधिकतम अनुज्ञेय संख्या दो है। निकाय में बुलाई गई इकाइयों की संख्या के स्थायी-अवस्था प्रायिकता बंटन को प्राप्त कीजिए तथा साथ ही निकाय में प्रत्याशित संख्या का परिकलन कीजिए।

Consider a single-server queue system with Poisson input and exponential service time. Suppose the mean arrival rate is 3 calling units per hour, the expected service time is 0.25 hour and the maximum permissible number of calling units in the system is two. Derive the steady-state probability distribution of the number of calling units in the system and also calculate the expected number in the system.

20

4. (a) मान लीजिए कि तीन अवयव हैं, प्रत्येक 1000 घण्टे माध्य जीवनकाल के साथ, स्वतंत्र रूप से चरघातांकीय बंटन का अनुसरण करते हैं। इन अवयवों के माध्य जीवनकाल को प्राप्त कीजिए, जबकि ये (i) श्रेणी निकाय तथा (ii) समांतर निकाय में हों।

Let there be three components with independently and exponentially distributed lifetimes each with mean 1000 hours. Find the mean lifetime of (i) the series system and (ii) the parallel system of these components.

20

- (b) किसी नियतन समस्या से आप क्या समझते हैं? किसी नियतन समस्या में हल प्राप्ति के लिए प्रयुक्त होने वाले विभिन्न चरणों को बताते हुए निम्नलिखित नियतन समस्या के हल को प्राप्त कीजिए :

		कार्य				
		T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
कर्मचारी	E ₁	25	55	60	45	30
	E ₂	45	65	55	35	40
	E ₃	10	35	45	55	65
	E ₄	40	30	70	40	60
	E ₅	55	45	40	55	10

What do you understand by an assignment problem? Mentioning the different steps of solving an assignment problem, find the solution of the following assignment problem :

15

		Tasks				
		T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
Employees	E ₁	25	55	60	45	30
	E ₂	45	65	55	35	40
	E ₃	10	35	45	55	65
	E ₄	40	30	70	40	60
	E ₅	55	45	40	55	10

- (c) किसी मालसूची मॉडल में शामिल होने वाले विभिन्न खर्चे क्या-क्या हैं? स्थिर माँग और तात्कालिक आपूर्ति वाले मालसूची मॉडल के लिए, अनुकूलतम ऑर्डर मात्रा तथा अनुकूलतम चर मालसूची खर्च के लिए फॉर्मूलों को प्राप्त कीजिए।

What are the different costs involved in an inventory model? Obtain the formulae for optimal order quantity and optimum variable inventory cost for the inventory model with constant demand and instantaneous supply.

15

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) पाशे तथा लैस्पेयर्स के सूचकांकों के बीच अंतर को समझाइए। जाँच कीजिए कि क्या वे समय उत्क्रमण परीक्षण तथा कारक उत्क्रमण परीक्षण को संतुष्ट करते हैं।

Explain the difference between Paasche's and Laspeyres' index numbers. Check whether they satisfy the time reversal and factor reversal tests.

10

- (b) किसी काल श्रेणी में ऋतुनिष्ठ परिवर्तनों के विश्लेषण के क्या उद्देश्य होते हैं? यह किस प्रकार चक्रीय परिवर्तनों से भिन्न है? किसी काल श्रेणी के ऋतुनिष्ठ प्रभाव को समाप्त करने के लिए सामान्य औसतों की विधि का वर्णन कीजिए।

What are the objectives of analyzing seasonal movement in a time series? How does it differ from the cyclical movement? Describe the method of simple averages to deseasonalize a time series.

10

- (c) (i) जनगणना के आँकड़ों के एकत्रीकरण के विभिन्न तरीकों एवं (ii) जनगणना के आँकड़ों में त्रुटियों के प्रकारों को समझाइए।

Explain different (i) methods of collecting census data and (ii) types of error in census data.

10

- (d) भारत में जन्म-मरण सांख्यिकी के पंजीकरण की विवेचना इसके उपयोगों तथा कमियों के साथ कीजिए।

Discuss registration of vital statistics in India, stating its uses and limitations.

10

- (e) शैक्षिक उपलब्धियों से संबंधित समस्याओं में प्रयुक्त होने वाले पद 'स्केलिंग' को स्पष्टतया समझाइए। यह स्केल किस प्रकार सामान्य मीटर स्केल से भिन्न है?

Explain clearly the term 'scaling' as used in the problems of scholastic achievement. How does this scale differ from ordinary metre scale?

10

6. (a) भारत में किन्हीं दो केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठनों के नाम बताइए तथा उनके प्रकारों को समझाइए।

Name any two central statistical organizations in India and explain their functions.

20

- (b) OLS आकलकों की तुलना में भारित न्यूनतम वर्ग आकलकों की जरूरत को समझाइए। उन मॉडलों को बताइए, जिनमें इसकी आवश्यकता होती है।

Explain the need of weighted least squares estimators over OLS estimators. Describe the models in which this is required.

15

(c) भारत के 1980-81 से 1986-87 तक के लिए आयात ('000 करोड़ में) नीचे दिए गए हैं :

वर्ष	: 1980-81	1981-82	1982-83	1983-84	1984-85	1985-86	1986-87
आयात	: 125.5	136.1	142.9	158.3	171.3	197.7	200.8

न्यूनतम वर्ग विधि के द्वारा एक रेखिक प्रवृत्ति का आसंजन कीजिए तथा प्राप्त मानों एवं प्रवृत्ति मानों को एक ही ग्राफ पेपर पर दर्शाइए।

India's imports (in '000 crores) for 1980-81 to 1986-87 are given below :

Year	: 1980-81	1981-82	1982-83	1983-84	1984-85	1985-86	1986-87
Imports	: 125.5	136.1	142.9	158.3	171.3	197.7	200.8

Fit a linear trend by the method of least squares, and plot the observed values and trend values in the same graph paper.

15

7. (a) निम्नलिखित सारिणी से आयु विशिष्ट उर्वरता दर (ASFR) तथा सकल उर्वरता दर (TFR) का अभिकलन कीजिए :

आयु वर्ग (वर्ष में)	स्त्री जनसंख्या ('000)	जीवित जन्मों की संख्या
15-19	200.6	4227
20-24	173.5	26099
25-29	161.7	32844
30-34	160.9	23449
35-39	155.7	11588
40-44	125.6	2071
45-49	87.6	122

Compute Age Specific Fertility Rate (ASFR) and Total Fertility Rate (TFR) from the following table :

15

Age group (in years)	Female population ('000)	No. of live births
15-19	200.6	4227
20-24	173.5	26099
25-29	161.7	32844
30-34	160.9	23449
35-39	155.7	11588
40-44	125.6	2071
45-49	87.6	122

(b) लॉजिस्टिक वक्र के इस्तेमाल के द्वारा जनसंख्या प्रक्षेपण की विधि को समझाइए। इसकी कमियों को बताइए।

Explain the method of population projection using logistic curve. State its limitations.

15

(c) सामान्य स्पियरमैन-ब्राउन फॉर्मूला को प्राप्त कीजिए तथा समझाइए कि यह किस प्रकार स्प्लिट-हाफ विधि द्वारा विश्वसनीयता के आकलन में प्रयुक्त किया जा सकता है। विश्वसनीयता पर पूर्ण विश्वसनीयता परीक्षण की लम्बाई को बढ़ाने का क्या प्रभाव पड़ता है?

Obtain the general Spearman-Brown formula and explain how it is used for estimating reliability by the split-half method. What is the effect of increasing the length of a perfectly reliable test on reliability?

20

8. (a) निम्नलिखित सारिणी स्त्री जन्मों की संख्या उनकी माताओं की उम्र तथा माताओं की अतिजीविता दरों के वर्गीकरण के आधार पर दर्शाता है :

माताओं की उम्र (वर्ष में)	स्त्रियों की जनसंख्या (‘00)	स्त्री जीवित जन्मों की संख्या (‘00)	अतिजीविता दर (प्रति 100000)
15-19	157670	4632	58065
20-24	147624	14443	55870
25-29	124200	14058	52981
30-34	105865	8329	48963
35-39	89264	4036	44146
40-44	77887	2158	39154
45-49	61161	689	34198

सकल पुनरुत्पादन दर (GRR) तथा शुद्ध पुनरुत्पादन दर (NRR) का अभिकलन कीजिए तथा अपने विचार व्यक्त कीजिए।

The following table gives the number of female births classified by age of mothers and survival rates of mothers :

Age of mothers (in years)	Female population (‘00)	No. of female live births (‘00)	Survival rate (per 100000)
15-19	157670	4632	58065
20-24	147624	14443	55870
25-29	124200	14058	52981
30-34	105865	8329	48963
35-39	89264	4036	44146
40-44	77887	2158	39154
45-49	61161	689	34198

Compute Gross Reproduction Rate (GRR) and Net Reproduction Rate (NRR), and draw your conclusion.

20

- (b) व्यक्तियों को विभिन्न परीक्षणों में उनके अपरिष्कृत स्कोरों के योग के आधार पर रैंकिंग करने में क्या कठिनाई होती है? इस कठिनाई से कैसे निपटा जाता है? इस संबंध में रैखिक व्युत्पन्न स्कोरों को समझाइए।

What is the difficulty in ranking individuals on the basis of total of raw scores on different tests? How to overcome this difficulty? Explain linear derived scores in this connection.

15

- (c) निम्नलिखित आँकड़े किसी वर्ष के जनवरी तथा जून के महीनों में छह विभिन्न अनाजों के थोक मूल्यों से संबंधित हैं :

अनाज	भार	जनवरी में मूल्य (₹ में)	जून में मूल्य (₹ में)
1	3.68	240	290
2	2.25	174	161
3	0.42	135	165
4	0.18	128	173
5	0.05	133	105
6	0.19	147	180

भारित यौगिक विधि द्वारा जनवरी को आधार मानकर, जून के लिए सूचकांक का परिकलन कीजिए।

The following data relate to the wholesale prices of six different cereals in January and June of a year :

Cereals	Weight	Price in January (in ₹)	Price in June (in ₹)
1	3.68	240	290
2	2.25	174	161
3	0.42	135	165
4	0.18	128	173
5	0.05	133	105
6	0.19	147	180

Calculate the index number for June with January as the base by weighted aggregative method.

15
