

UPSC CSE 2018 MAINS PAPER 7 OCTOBER 07, 2018 PHYSICS OPTIONAL PAPER - II QUESTION PAPER

भौतिकी (प्रश्न-पत्र-II)

समय : तीन घण्टे

अधिकतम अंक : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(कृपया प्रश्नों के अंग्रेजी से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें)

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी एवं अंग्रेजी दोनों में दिए हैं।

प्रश्नों की कुल पाँच प्रश्नों के अंग्रेजी हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न चुनकर तीन प्रश्नों के उत्तर दें।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए लिखे गए प्रश्नों के अंक संकेत दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी पाठ्यक्रम/संयोजन में लिखें जहाँ अध्यापक, जिसका उल्लेख आपके प्रश्न-पत्र में किया गया है, और इन माध्यम की स्पष्ट उद्देश्य प्रश्न-सह-उत्तर (क्यूड सीए डी) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेगा।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त ओवरले का प्रयोग करें तथा उनके निर्दिष्ट करें।

जहाँ तक उल्लिखित नहीं है, संकेत तथा गणितीय प्रतीक मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमांकन के आधारों पर की जाएगी। यदि किसी प्रश्न के उत्तर को गणना की जाएगी तब ही वह प्रश्न अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में वाली छोड़ी हुआ पृष्ठ या पृष्ठक प्रश्न को उत्तर रूप में माना जाना चाहिए।

PHYSICS (PAPER-II)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

There are EIGHT questions divided in two Sections and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks earned by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

1 u = 1.6605 × 10 ⁻²⁷ kg	= 931.5 MeV
Rest mass energy of electron (m _e c ²)	= 0.5110 MeV
Permittivity in free space (ε ₀)	= 8.8542 × 10 ⁻¹² C ² N ⁻¹ m ⁻²
Permeability of free space (μ ₀)	= 4π × 10 ⁻⁷ N A ⁻²
Gas constant (R)	= 8.314 J mol ⁻¹ K ⁻¹
Boltzmann constant (k _B)	= 1.381 × 10 ⁻²³ J K ⁻¹
Planck constant (h)	= 6.626 × 10 ⁻³⁴ J s
(ħ)	= 1.0546 × 10 ⁻³⁴ J s
Bohr magneton (μ _B)	= 9.274 × 10 ⁻²⁴ J T ⁻¹
Nuclear magneton (μ _N)	= 5.051 × 10 ⁻²⁷ J T ⁻¹
Fine structure constant (α)	= 1/137.03599
Mass of proton (m _p)	= 1.0072766 u = 1.6726 × 10 ⁻²⁷ kg
Mass of neutron (m _n)	= 1.0086652 u = 1.6749 × 10 ⁻²⁷ kg
Mass of deuteron (m _d)	= 2.013553 u
Mass of α-particle (m _α)	= 4.001506 u
Mass of ¹² ₆ C	= 12.000000 u
Mass of ¹⁶ ₈ O	= 15.994915 u
Mass of ⁸⁵ ₃₅ Br	= 85.99999 u
Mass of ⁴ ₂ He	= 4.002603 u
Orbital gyromagnetic ratio (g _L)	= 0 (neutron), 1 (proton)
Spin gyromagnetic ratio (g _S)	= -3.8260 (neutron), 5.5856 (proton)

खण्ड—A / SECTION—A

- (a) एक कण का तरंग फलन $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-|x|/a}$ के द्वारा दया है। यहाँ $-a \leq x \leq a$ में कण के पाए जाने की प्रायिकता इत कीजिए।
 The wave function of a particle is given as $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-|x|/a}$. Find the probability of localizing the particle in the range $-a \leq x \leq a$. 10
- (b) एक ऐसे तन्त्र की शून्य-बिन्दु ऊर्जा का अनुमान कीजिए, जिसमें 10^{-3} kg का द्रव्यमान एक स्थिर बिन्दु से 10^{-3} N के बल से 10^{-2} m तक खिंच जाने वाले स्प्रिंग के द्वारा जुड़ा हुआ हो। तन्त्र केवल एक दिशा में गति के लिए व्यवस्था है।
 Calculate the zero-point energy of a system consisting of a mass of 10^{-3} kg connected to a fixed point by a spring which is stretched by 10^{-2} m by a force of 10^{-3} N. The system is constrained to move only in one direction. 10

- (ii) एक आयता दोलक (एक-विमीय) के सामान्य रूप फलनों का प्रसार

$$\psi_k(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k e^{-x^2/2}$$

३. यदि $y = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y_k}{k!} x^k$ है, तो गुणों a_k का निम्नलिखित पुनरावर्ती सम्बन्ध

$$a_{k+2} = \frac{2(k+1)}{(k+1)(k+2)} a_k$$

- के द्वारा y को निर्धारित करने पर $E_1 = \left[\psi_0 + \frac{1}{2} \right] E_0$ है। इन तरह मानों की सूची की विवेचना कीजिए।

संकेतित करने के लिए x और y के बीच संबंध बताइए।

The general wave functions of harmonic oscillator (one dimensional) are of the form

$$\psi_k(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k e^{-x^2/2}$$

with $y = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y_k}{k!} x^k$ and coefficients a_k are determined by recurrence relations

$$a_{k+2} = \frac{2(k+1)}{(k+1)(k+2)} a_k$$

Corresponding energy levels are $E_k = \left(k + \frac{1}{2} \right) E_0$. Discuss the parity of these

wave functions. What happens if the potential for $x < 0$ is infinite (half harmonic oscillator)?

- (ii) नाभिकीय प्रचलन क्या है? यह प्रचलन उत्पन्न के कारण उत्पन्न होता है इसका किन प्रकार उपयोग किया जाता है?

What is nuclear precession? How is it used in the principle of working of an NMR?

- (iii) निम्नलिखित अवस्था में Li के लिए इलेक्ट्रॉन वृत्त की विज्या का पार्कलन कीजिए।

Calculate the radius of electron orbit for Li in ground state.

2. (i) हाइड्रोजन परमाणु की गैर-सम अवस्था का रूप फलन

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^3}} e^{-r/4a_0}$$

३. यदि a_0 को विज्या है। तब तो दूरी r के फलन के रूप में प्रचलन समान और सम फलन का गैर-सम अवस्था, निम्नलिखित अवस्था में हाइड्रोजन के लिए विज्या के a_0 पर a_0 के पार्कलन का पार्कलन कीजिए।

The ground state wave function for hydrogen atom is

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

where a_0 is the Bohr radius. Sketch the wave function and the probability density as a function of the separation distance r . Calculate the probability that the electron in the ground state is found beyond the Bohr radius.

(b) निम्नलिखित मूलभूतिक औं को सिद्ध करें।

(i) $[\hat{p}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{p}_z$

(ii) $e^{i\theta \cos \theta} = \cos \theta + i(\hat{n} \cdot \hat{p}) \sin \theta$

Prove the following identities

(i) $[\hat{p}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{p}_z$

7

(ii) $e^{i\theta \cos \theta} = \cos \theta + i(\hat{n} \cdot \hat{p}) \sin \theta$

8

(c) निम्नलिखित में से प्रत्येक (a) से (g) तक के श्रोडिंजर समीकरण का/के हल ज्ञात करें 8/80

(a) $\psi(x) = Ae^{-kx} + Be^{ikx}$

(b) $\psi(x) = Ae^{-kx} + Be^{kx}$

(c) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \cos kx$

(d) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \sin 5kx$

(e) $\psi(x) = A \tan kx$

अथवा एक को चुनिए।

Which of the following functions is/are acceptable solution(s) of the Schrödinger equation?

(i) $\psi(x) = Ae^{-ikx} + Be^{ikx}$

(ii) $\psi(x) = Ae^{-kx} + Be^{kx}$

(iii) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \cos 3kx$

(iv) $\psi(x) = A \sin 3kx + B \sin 5kx$

(v) $\psi(x) = A \tan kx$

Explain your answer.

15

3. (a) 9 eV का एक आवेशित कण 8 eV के एक विद्युत स्तर पर आई और में आपतित होता है। कणों की कितनी प्रतिशतता वापस लौटेंगी?

A beam of particles of energy 9 eV is incident on a potential step 8 eV high from the left. What percentage of particles will reflect back?

15

(b) बताइए कि एक इलेक्ट्रॉन के दो विभिन्न (3D) कर्बो-ता घनत्व $E^{1/2}$ के अनुपात में परिवर्तित होता है, यदि वह निर्दिष्ट मात्रा कर्बो (2D) के लिए E^0 , जहाँ ता (1D) के लिए $E^{-1/2}$ और मात्रा के (0D) के लिए $E^{-1/2}$ होता है।

Show that for free electron gas, the density of states in three dimensions (3D) varies as $E^{1/2}$, and this dependence changes to E^0 for 2D (quantum well), $E^{-1/2}$ for 1D (quantum wire) and $E^{-1/2}$ for 0D (quantum dot)

15

(c) परमाणु स्पेक्ट्रम में L-S और J-J युग्मन के महत्व का ज्ञान कीजिए। इनके विद्यमान होने के प्रायोगिक सबूत बताइए।

Describe the importance of L-S and J-J coupling in atomic spectroscopy. What are experimental evidences of their existence?

20

4. (a) ज़ेमान प्रभाव क्या है? लार्मोर आवृत्ति किन कारकों पर निर्भर करता है उसकी विवेचना कीजिए।
What is Zeeman effect? Discuss the factors on which Larmor frequency is dependent. 15
- (b) हाइड्रोजन (पेन्टूय) की सूक्ष्म संरचना पर चर्चा कीजिए। खगोलात्मक प्रेक्षणों से यह किस प्रकार महत्वपूर्ण होता है?
Discuss the fine structure of hydrogen spectrum. How is it of importance in the astronomical observations? 10
- (c) द्विपरमाण्विक अणुओं के घूर्णी और कंपनिक स्तरों के विस्तारण पर चर्चा कीजिए। फ्लोरोसेंस और फॉस्फोरेसेंस में क्या अंतर है?
Discuss the theory of rotational and vibrational spectra of diatomic molecules. What is the difference between fluorescence and phosphorescence? 20

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) नाभिकीय बल 140 MeV विश्राम नरति के π -मेसॉनों के विनिमय द्वारा समायोजित होते हैं। नभिकीय बलों के शक्ति का प्रकलन कीजिए।
Nuclear forces are mediated by exchange of π -mesons of rest mass 140 MeV. Estimate the range of nuclear forces. 10
- (b) ${}_{6}\text{C}^{13}$ परमाणु के ${}_{7}\text{N}^{13}$ परमाणु में क्षय होने का निम्नतम पोजिट्रॉन (e^+) की अधिकतम ऊर्जा 1.202 MeV है। यदि ${}_{6}\text{C}^{13}$ परमाणु की संज्ञा 13.003354 u है, तो ${}_{7}\text{N}^{13}$ परमाणु की शक्ति का प्रकलन कीजिए।
The maximum energy of a positron (e^+) released in the decay of ${}_{6}\text{C}^{13}$ atom into a ${}_{7}\text{N}^{13}$ atom is 1.202 MeV. If the mass of the ${}_{6}\text{C}^{13}$ atom is 13.003354 u, calculate the mass of the ${}_{7}\text{N}^{13}$ atom. 10
- (c) विभिन्न π -मेसॉन विधियों के अर्थात् विघटनित होने से कौन-कौन मूल कण अभिविभाजित/क्षय प्रमुखत्व हैं? वही अनुमत है, तो अव्यवस्थित का प्रकार और इसके आगे बढ़ने का तात्त्विक प्रत्यक्ष लिखिए :
(i) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$
(ii) $n^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$
(iii) $p + n \rightarrow K^+ + \Sigma^+$
(iv) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
(v) $\bar{n} \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
Which of the following elementary particle reactions/decays are allowed under various conservation laws? If allowed, write down the type of interaction and the characteristic time by which it would proceed :
(i) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$
(ii) $n^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$
(iii) $p + n \rightarrow K^+ + \Sigma^+$
(iv) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
(v) $\bar{n} \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ 10

- (d) 340 पी० सी० और 350 पी० सी० संरचनाओं के लिए परमाण्वीय संकुलन गुणांक (ए० पी० एफ०) का परिचय कीजिए और दर्शाइए कि ये संरचनाएँ सबसे अधिक घनत्वपूर्ण हैं।

Calculate Atomic Packing Fraction (APF) for FCC and HCP structures, and show that these are the most closely packed structures.

10

- (e) X-किरण विवर्तन के लिए ब्रेग विवर्तन नियम को व्युत्पन्न कीजिए। क्रिस्टल संरचना निर्धारण के लिए लाउए और डेब्ये-शेरेर ग्राफ डिस्टेंस की तुलना कीजिए।

Derive Bragg diffraction law for X-ray diffraction. Compare Laue and Debye-Scherrer methods for crystal structure determination

10

6. (a) यह मानते हुए कि न्यूट्रॉन प्रोटॉन अंतःक्रिया का रूप प्राप्य है

$$V(r) = -V_0 \quad , \quad r \leq b \text{ के लिए}$$

$$= 0 \quad , \quad r > b \text{ के लिए}$$

इच्छातः नाशिक (b) विनाश अवस्था का लगे होगा

$$\psi(r) = A \sin kr \quad , \quad r \leq b \text{ के लिए}$$

$$= Ce^{-\gamma r} \quad , \quad r > b \text{ के लिए}$$

के रूप में दिया गया है, जहाँ $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2M(V_0 + W)}$ और $\gamma = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2MW}$

जहाँ M न्यूक्लिऑन द्रव्यमान, W न्यूट्रॉन की बंधन ऊर्जा और A तथा C नियतांक हैं।

- (i) दर्शाइए कि न्यूट्रॉन की गति बंद अवस्था के लिए

$$V_0 b^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{4M}$$

- (ii) समझाइए कि न्यूट्रॉन किस कारण एक स्थिर बंद विस्तारित संरचना है।

Assuming that the neutron-proton interaction has a square well form,

$$V(r) = -V_0 \quad \text{for } r \leq b$$

$$= 0 \quad \text{for } r > b$$

the ground state wave function of deuteron nucleus is given as

$$\psi(r) = A \sin kr \quad \text{for } r \leq b$$

$$= Ce^{-\gamma r} \quad \text{for } r > b$$

where $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2M(V_0 + W)}$ and $\gamma = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2MW}$

Here M is the nucleon mass, W is the binding energy of deuteron and A and C are constants.

- (i) Show that for a just bound state of deuteron

$$V_0 b^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{4M}$$

10

- (ii) Explain why deuteron is a loosely bound extended structure.

10

- (b) एक π^- मेसॉन विश्राम अवस्था में क्षयित होकर एक μ^- -मेसॉन

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$
में बदल जाता है :
 आंशिकता में एन्जलिम π^- -मेसॉन की गतिज ऊर्जा का अभिवलन कीजिए।
 A π^- meson at rest decays into a μ^- meson:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$

 Calculate the kinetic energy of the μ^- meson emitted in the reaction. 15
- (c) द्रव्यकों के लिए अर्ध-अनुभांयिक द्रव्यमान सूत्र लिखिए और इसके आधार पर एक और विषय समझाएँ कि लिए द्रव्यमान m के संबंध में के रेखाचित्र बनाइए। प्रत्येक दृष्टि में सबसे ज्यादा स्थायी सम्भावित क्या होगा?
 Write the semi-empirical mass formula for nuclei and on its basis draw mass parabolas for odd and even isobars. What would be the most stable isobar in each case? 15
7. (a) समुद्र तल के बाहर एक व्यक्तिमान वाले एक नाविक के चुम्बकीय आधूर्ण के लिए एक व्यक्तक प्राप्त कीजिए। इसके पदों में μ_B नाविक के चुम्बकीय आधूर्ण का परिचयन कीजिए।
 Obtain an expression for the magnetic moment of a nucleus having one nucleon outside the closed core. Use this to calculate the magnetic moment of ^{11}B nucleus. 20
- (b) किसी लॉन्डन में व्यक्तक विशिष्ट रूप से लिए एक व्यक्तक व्युत्पन्न कीजिए। इसके अन्तर्गत लॉन्डन सीमा (हैबर्ड T^3 नियम) प्राप्त कीजिए।
 Derive an expression for lattice specific heat in Debye model. Find its low temperature limit (Debye T^3 law). 15
- (c) वेन और अचर्यको अर्थवाचक क्या होते हैं? दर्शाइए कि वेन अर्थवाचकों में फर्मी लेवल, लॉन्डन सीमा के अचर्य और संबन्धित सीमा के बीच के अन्तर्काल बीच में पड़ता है।
 What are intrinsic and extrinsic semiconductors? Show that in the intrinsic semiconductors, Fermi level lies exactly in the middle of bottom of conduction band and top of valence band. 15
8. (a) प्रकार I और प्रकार II अर्धचालक क्या होते हैं? उदाहरण दीजिए। प्रकार I और प्रकार II अर्धचालकों के लिए लंदन प्रभाव और पूर्ण प्रोत्प्रेक्षकीय वर्तन पर चर्चा कीजिए और उनकी तुलना कीजिए।
 What are type I and type II superconductors? Give examples. Discuss and compare Meissner effect and perfect diamagnetic behaviour for type I and type II superconductors. 20
- (b) गतिव्यवस्था-प्रकार के व्यक्तक क्या होते हैं? उनकी रचना की तरह कैसे इलेक्ट्रॉन व्यवस्था का भ्रम है? इसे गणितात्मक रूप से कीजिए।
 What are operational amplifiers? How can it be used as an inductor? Prove it mathematically. 15
- (c) सूक्ष्म विद्युत में एक माइक्रोप्रोसेसर सिस्टम की कार्यप्रणाली का वर्णन कीजिए। एक माइक्रोप्रोसेसर प्रोसेसर में इसका विभाजन किस तरह प्रभावित होता है?
 Describe the working of a microprocessor system in block diagram. How is its performance affected in a pipelined processor? 15
