

सांख्यिकी (प्रश्न-पत्र-II)

अधिवृत्तम अंक : 250

(कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें)

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमबद्ध की जाएगी। यदि कदा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी यदि वह उत्तर अज्ञात दिया गया हो। प्रश्न-सूच-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से अज्ञात माना जाएगा।

STATISTICS (PAPER II)

Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question cum Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड—A / SECTION—A

1. (a) यदि किसी रेखिक प्रोग्रामिंग समस्या का एक इष्टतम हल हो, तो सिद्ध कीजिए कि यह अपने अनुवृत्ततम हल समस्या के सभी सुसंगत हलों के समुच्चय द्वारा जनित अवमुख समुच्चय के एक चरम बिंदु पर प्राप्त करता है।

If a linear programming problem has an optimal solution, then prove that it attains its optimum solution at an extreme point of the convex set generated by the set of all the feasible solutions to the problem.

10

- (b) मान लीजिए कि $\{X_n, n \geq 0\}$ एक प्रतिदर्श स्वर्ण $S = \{1, 2, 3, 4\}$ तथा संक्रमण प्रायिकता आव्यूह

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

के साथ एक मार्कोव श्रृंखला है। दिखाइए कि अवस्थाएँ 3 तथा 4 क्षणिक अवस्थाएँ हैं।

Let $\{X_n, n \geq 0\}$ be a Markov chain having a sample space $S = \{1, 2, 3, 4\}$ and transition probability matrix

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Show that states 3 and 4 are transient states.

10

- (c) नियंत्रण संकेतों के वैश्वीय आधार को समझाइए।

Explain the theoretical basis for control charts

10

- (d) किसी बथटब वक्र में संवत् दर के व्यवहार का वर्णन कीजिए।

Describe the behaviour of the hazard rate in a bathtub curve.

10

- (e) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह वाले खेल में p तथा q के लिए ननों के पॉस्टर को इस प्रकार प्राप्त कीजिए जिससे खेल $(2, 2)$ एक परमाण बिंदु बन जाए :

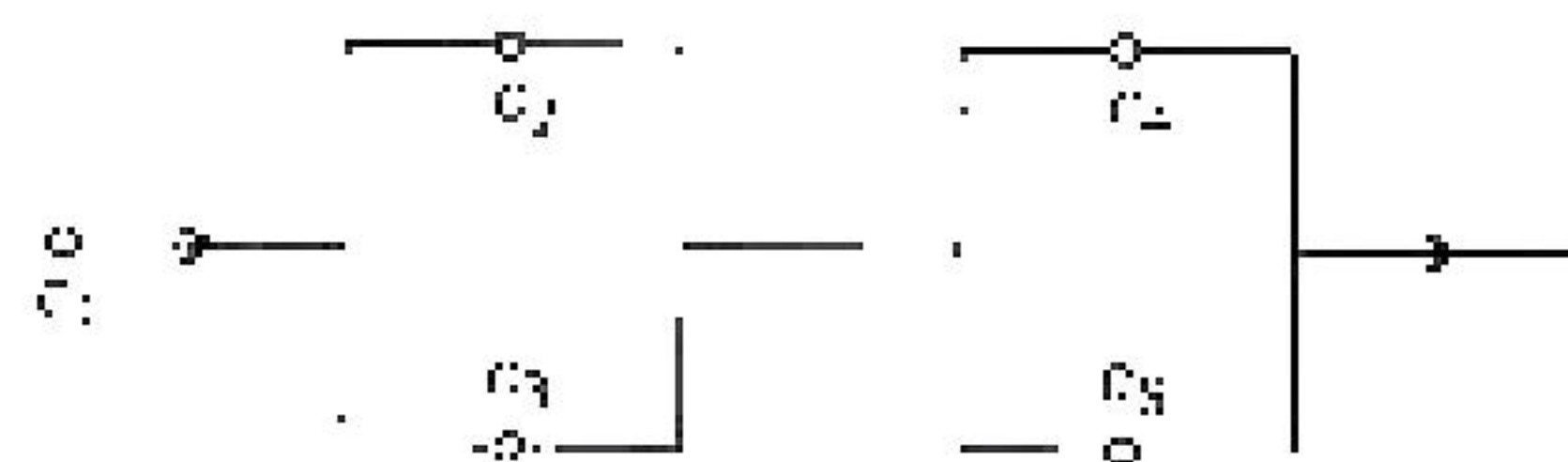
		खिलाड़ी B	
खिलाड़ी A	1	q	6
	p	5	10
	6	2	3

Find the range of values for p and q that will render the cell $(2, 2)$ a saddle point in the game with the following pay-off matrix :

		Player B	
Player A	1	q	6
	p	5	10
	6	2	3

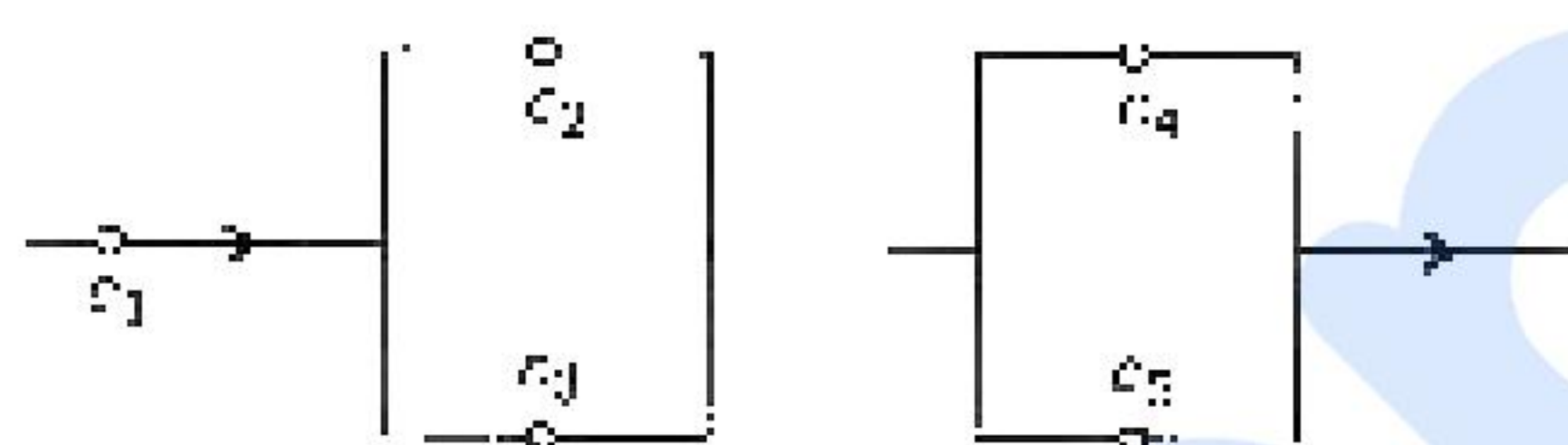
10

2. (a) एक श्रेणी प्रक्रम तथा एक समांतर प्रक्रम को परिभाषित कीजिए। निम्नलिखित विन्यास, जिसके अवयव स्वतंत्र रूप से कार्य करते हैं, की विश्वसनीयता का अधिकतम कीजिए :



दिया गया है कि अवयवों C_1, C_2, C_3, C_4 तथा C_5 की अवयव विश्वसनीयताएँ क्रमशः 0.6, 0.4, 0.7, 0.8 तथा 0.5 हैं।

Define a series system and a parallel system. Compute the reliability of the following configuration whose components work independently :



It is given that the components C_1, C_2, C_3, C_4 and C_5 have component reliabilities 0.6, 0.4, 0.7, 0.8 and 0.5 respectively.

15

- (b) किसी गतिविधि का T की विफलता दर तथा विश्वसनीयता फलन की परिभाषा दीजिए। वेबुल विफलता मॉडल की विफलता दर तथा विश्वसनीयता फलन को प्राप्त कीजिए। उन प्रतिबंधों को बताइए जिनके अंतर्गत विफलता दर वर्धमान, सामान्य तथा स्थिर होती है।

Define failure rate and reliability function of a random variable T . Obtain the failure rate and reliability function of the Weibull failure model. State the conditions under which the failure rate is increasing, decreasing and constant.

15

- (c) एक गतिविधि समस्या (TP) की विवेचना कीजिए तथा दिखाइए कि इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में स्थापित किया जा सकता है। एक आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबन्ध प्राप्त कीजिए जिसके अंतर्गत एक TP सदैव एक सुसंगत हल रखता है। निम्नलिखित TP का प्रथम सुसंगत हल वोगेल के सन्निकट विधि (VAM) का उपयोग करते हुए निकालिए।

	गंतव्य						आवश्यकता
	5	3	7	3	8	5	
एकन	5	6	12	5	7	11	4
	2	8	3	4	8	2	2
	9	6	10	5	10	9	8
	3	3	6	2	1	2	

निर्लेखन कीजिए कि क्या हल अपेक्षित है या अनपेक्षित।

Discuss a transportation problem (TP) and show that it can be formulated as a linear programming problem. Obtain a necessary and sufficient condition under which a TP has always a feasible solution. Find the first feasible solution of the following TP using Vogel's approximation method [VAM]

	Destination						Requirement
	S	3	7	3	8	5	
Port	5	6	12	5	7	11	3
	5	6	12	5	7	11	4
	2	8	3	4	8	2	2
	9	5	10	5	10	9	8
Availability	3	3	6	2	1	2	

Discuss whether the solution is degenerate or non-degenerate.

20

3. (a) अंतर्विहित गूर्नीनों को बताते हुए जसों इक्रम में समय अंतराल $(0, t]$ में n घटनाओं के घटित होने की प्रायिकता के लिए व्यंजक द्रष्ट कीजिए। इसी में अना-आगमन काल के वजन को प्राप्त कीजिए।

Stating the underlying assumptions, find the expression of the probability of happening n events in the time interval $(0, t)$ in Poisson process. Hence obtain the distribution of inter-arrival times.

15

- (b) मो-टे कालों अनुसार तकनीक का वर्णन कीजिए तथा इसके विभिन्न घणों को बताइए। यह भी बताइए कि आप किस प्रकार (θ, λ) प्राचलने वाले एक वेबुल घनत्व से यादृच्छिक संख्याओं का जनन करेंगे।

Describe Monte Carlo simulation technique and mention its different steps. Also describe how you would generate random numbers from a Weibull density with parameters (θ, λ) .

15

- (c) $\bar{x}$ तथा s^2 नियंत्रण संजिर्नों का एक निर्दिष्ट गुणता अभिलक्षण के लिए अनुसूचना किया गया है। निर्दिष्ट आकार $n = 7$ है; $\bar{x}$ तथा s^2 का अभिकलन प्रत्येक प्रतिदर्श के लिए किया गया है। 35 प्रतिदर्शों के बाद पाया गया कि

$$\sum_{i=1}^{35} \bar{x}_i = 7805 \quad \text{तथा} \quad \sum_{i=1}^{35} s_i^2 = 1200$$

- (i) $\bar{x}$ तथा s^2 संजिर्नों के लिए केन्द्रीय रेखा तथा नियंत्रण सीमाओं का अभिकलन कीजिए।

- (ii) यह मानते हुए कि दोनों संजिर्न नियंत्रण को दर्शाने हैं, प्रक्रम माध्य तथा मानक विचलन का प्राकलन कीजिए।

- (iii) यदि गुणता अभिलक्षण प्रमान-य वंजन का अनुसरण करता है तथा निर्निर्देश सीमाएँ 220 ± 35 हैं, तो C_p तथा C_{pk} का प्राकलन कीजिए।

(दिए हैं : $D_3 = 0.76$, $D_4 = 1.924$, $t_2 = 2.704$, $A_2 = 0.419$)

Control charts for $\bar{x}$ and R are maintained for an important quality characteristic. The sample size is $n = 7$; $\bar{x}$ and R are computed for each sample. After 35 samples, we have found that

$$\sum_{i=1}^{35} \bar{x}_i = 7805 \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{35} R_i = 1200$$

- Compute the central line and control limits for $\bar{x}$ and R charts.
- Assuming both charts exhibit control, estimate the process mean and standard deviation.
- If the quality characteristic is normally distributed and if the specification limits are 220 ± 35 , estimate C_p and C_{pk} .

[Given : $D_3 = 0.76$, $D_4 = 1.924$, $d_2 = 2.704$, $A_2 = 0.419$] 20

4. (a) निम्नलिखित अंकड़े प्रत्येक 2000 पदों वाले 20 प्रतिदर्शों में रुद्धों की संख्या को दर्शाते हैं :

305, 425, 430, 216, 341, 225, 322, 280, 306, 337, 356, 402, 216, 264,
126, 409, 193, 326, 280, 390

एक ग्राफ शीट पर एक उपयुक्त नियंत्रण चार्ट का निर्माण करते हुए क्या हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि प्रक्रम नियंत्रण में है?

The following figures give the number of defectives in 20 samples each containing 2000 items :

305, 425, 430, 216, 341, 225, 322, 280, 306, 337, 356, 402, 216, 264,
126, 409, 193, 326, 280, 390

Can we conclude that the process is in control by setting up an appropriate control chart in a graph sheet? 15

- (b) सुग्राहिता विश्लेषण का क्या महत्व है? बताइए कि इसके उपयोग से किस प्रकार की समस्याओं का समाधान किया जा सकता है।

निम्नलिखित वैश्विक प्रोग्रामर समस्या का उपयोग करते हुए दिखाइए कि सम्पदा संदिग्ध $b = \text{col. } \{6 \ 8 \ 1 \ 2\}$ के मान 6 को 7 तक बढ़ाया जा सकता है।

$$\text{अधिकतमीकरण कीजिए } Z = 3x_1 + 2x_2$$

अंतर्गत

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

What is the importance of sensitivity analysis? Mention what type of problems can be resolved using it.

Using the following linear programming problem, show that the value 6 of the resource vector b , col. $\{6 \ 8 \ 1 \ 2\}$ can be increased to 7 :

$$\begin{aligned} &\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2 \\ &\text{subject to} \\ &\quad x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ &\quad 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ &\quad -x_1 + x_2 \leq 1 \\ &\quad x_2 \leq 2 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad 20$$

- (c) एक एकल प्रतिचयन आयोजना $(1000, 89, 2)$ में c के स्वीकरण की प्रायिकता की गणना कीजिए यदि प्रचय भिन्न स्तरेष 0.01 है। साथ ही प्रचय के औसत निर्गम गुणता (AOQ) का भी अभिकलन कीजिए।

In a single sampling plan $(1000, 89, 2)$, compute the probability of acceptance of the lot if the lot fraction defective is 0.01. Also compute Average Outgoing Quality (AOQ) of the lot. 15

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) OLS तथा GLS आकलकों के बीच विभेदन कीजिए। दिखाइए कि OLS आकलक BLUE होते हैं।
Distinguish between OLS and GLS estimators. Show that OLS estimators are BLUEs. 10
- (b) जनसांख्यिकीय आँकड़ा एकत्रीकरण की पंजीकरण तथा जनगणना विधियों का वर्णन कीजिए।
Describe registration and census methods of demographic data collection. 10
- (c) काल श्रेणी क्या है? काल श्रेणी के विभिन्न अवयवों की विवेचना कीजिए तथा मॉडल में परिवर्तन से उनके योगदान की मायकल बताइए।
What is time series? Discuss various components of a time series and their significances in contributing variation in the model. 10
- (d) सूचकांकों के क्या महत्व है? किसी सूचकांक द्वारा संतुष्ट किए जाने वाले विभिन्न परीक्षणों को परिभाषित कीजिए।
कौन-से सूचकांक इन परीक्षणों को संतुष्ट करते हैं?
What are the importances of index numbers? Define the different tests an index number has to satisfy. Which index numbers satisfy these tests? 10
- (e) साइकोमेट्री में स्कोरों के अनुपात के महत्व की विवेचना कीजिए। किन्हीं दो अनुमान विधियों का वर्णन कीजिए।
Discuss the importance of scaling in scores in psychometry. Describe any two scaling methods. 10

6. (a) निम्नलिखित मॉडल एक पूर्णतः परिभाषित दिए होने पर समतोल-रूप मॉडल का निर्माण कीजिए तथा औचित्य बताइए कि क्या इसका पूर्ण रूप से आकारित किए जा सकते हैं।

$$\text{मांग : } Q_d = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 I_t + u_{1t}; \alpha_1 < 0, \alpha_2 > 0$$

$$\text{रुई : } Q_s = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + u_{2t}; \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

(Given the following demand and supply model)

$$\text{Demand : } Q_d = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 I_t + u_{1t}; \alpha_1 < 0, \alpha_2 > 0$$

$$\text{Supply : } Q_s = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + u_{2t}; \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

construct the reduced-form model and justify whether the parameters can be estimated completely.

15

- (b) थोक मूल्य सूचकांक तथा उपभोक्ता मूल्य सूचकांक के बीच विभेदन कीजिए। उनका परिकल्पन किन प्रकार किया जाता है? निम्नलिखित आंकड़े किसी वर्ष में जून तथा दिसम्बर में 15 विभिन्न दालों के थोक मूल्यों से संबंधित हैं।

दाल	भार	मूल्य (₹ में)	
		जून	दिसम्बर
1	1.26	120	135
2	0.35	135	156
3	1.79	148	162
4	1.88	132	148
5	0.98	146	158
6	1.12	128	150

माहित सहायक विधि के द्वारा, जून को आधार मानते हुए दिसम्बर के लिए सूचकांक का परिकल्पन कीजिए।

Distinguish between wholesale price index number and consumer price index number. How are they calculated? The following data relate to the wholesale prices of six different pulses in June and December of a year :

Pulses	Weight	Price (in ₹)	
		June	December
1	1.26	120	135
2	0.35	135	156
3	1.79	148	162
4	1.88	132	148
5	0.98	146	158
6	1.12	128	150

Calculate the index number for December with June as the base by weighted aggregative method.

15

- (c) किसी परीक्षण के विश्वसनीयता की संकल्पना की निवेचना कीजिए। किसी परीक्षण के विश्वसनीयता अनुपात की परिभाषा कीजिए तथा दिखाइए कि यह सदैव 0 तथा 1 के बीच होता है। विश्वसनीयता सूचकांक क्या होता है? क्या यह भी 0 तथा 1 में परिबद्ध होता है?

Discuss the concept of reliability of a test. Define reliability ratio of a test and show that it is always between 0 and 1. What is the index of reliability? Is it also bounded by 0 and 1?

20

7. (a) निम्नलिखित आंकड़ों से कस्बा A के (i) अशुद्धि मृत्यु दर तथा (ii) मानकीकृत मृत्यु दरों का गणना कीजिए।

आयु वर्ग (वर्ष में)	कस्बा A की जनसंख्या	कस्बा A में मृत्यु-संख्या	मानक जनसंख्या
0-5	2000	100	20000
5-10	1600	48	16000
10-25	2400	24	24000
25-45	6000	30	60000
45 तथा अधिक	8000	104	80000

क्या दोनों दरें समान हैं? यदि हाँ, तो क्यों?

Calculate (i) crude death rate and (ii) standardised death rates of Town A from the following data

Age Group (in years)	Population of Town A	Deaths in Town A	Standard Population
0-5	2000	100	20000
5-10	1600	48	16000
10-25	2400	24	24000
25-45	6000	30	60000
45 and above	8000	104	80000

Are the two rates equal? If so, why?

15

- (b) मान लीजिए कि चार वस्तु A, B, C तथा D हैं। जिन्हें क्रमशः 90%, 80%, 70% तथा 60% व्यक्तियों द्वारा स्वीकृत किया गया। A तथा B के मध्य कठिनाई के अंतर की तुलना C तथा D के मध्य कठिनाई के अंतर से कीजिए।

Suppose there are four items A, B, C and D respectively passed by 90%, 80%, 70% and 60% of individuals. Compare the differences in difficulty between A and B with the differences in difficulty between C and D.

15

सारणी : संचाली प्रमाणा-क वक्र

Table : Cumulative Normal Distribution

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$$

<i>x</i>	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
0	5398	5040	5080	5120	5162	5199	5234	5279	5319	5359
1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
4	6554	6591	6628	6664	6702	6736	6772	6808	6844	6879
5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
6	7257	7291	7324	7357	7389	7421	7454	7486	7517	7549
7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
10	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
11	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
12	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
13	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
14	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
15	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
16	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
17	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
18	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
19	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
20	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
21	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
22	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
23	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
24	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
25	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
26	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
27	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
28	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
29	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
30	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
31	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
32	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
33	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
34	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
<i>x</i>	1.282	1.645	1.963	2.326	2.576	3.090	3.293	3.891	4.417	
$\Phi(x)$	.90	.95	.975	.99	.995	.999	.9995	.99995	.999995	
$2\Phi(x) - 1$	.20	.40	.65	.82	.87	.982	.999	.9999	.99999	

(c) एक द्वि-चर समतथ्यता मॉडल $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$ पर विचार कीजिए, मान लीजिए कि u_t , $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, $-1 < \rho < 1$ प्रकार से स्वसहसंबंधित है, जहाँ ρ स्वातंत्र्यपूर्ण शून्यांक है तथा ε_t , OLS कल्पनाओं को संतुष्ट करने वाला प्रसंभाव्य विक्षोभ पद है। β_2 के लिए एक आकलक तथा इसके संबंधित प्रसरण को प्राप्त कीजिए साथ ही u_t में स्वातंत्र्यवर्ध की खोज के लिए दुर्बिन-वाल्डमन प्रविष्टिजांच की विवेचना कीजिए तथा इसकी व्याख्या कीजिए।

Consider a two variable regression model $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$. Suppose u_t is autocorrelated as $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, $-1 < \rho < 1$, where ρ is the autocorrelation coefficient and ε_t is the stochastic disturbance term satisfying OLS assumptions. Obtain an estimate for β_2 and its corresponding variance. Also discuss the Durbin-Watson statistic for detecting autocorrelation in the model, and its interpretation.

20

8. (a) किसी विशेष काल श्रेणी मॉडल की पहचान करने के लिए बॉक्स-जेनकिंस की विधि का वर्णन कीजिए। Describe the Box-Jenkins methodology to identify a particular time series model.

15

(b) क्या सरणी क्या है? एक संपूर्ण तथा सरणी तथा एक संक्षिप्त तब सरणी के लक्षण अंतर बताइए। निम्नलिखित तब सरणी को पूरा कीजिए।

x	l_x	d_x	q_x	L_x	T_x	e_x^0
83	3560	?	0.16	?	?	?
84	?	?	0.17	?	11975	?

What is a life table? Distinguish between a complete life table and an abridged life table. Complete the following life table :

x	l_x	d_x	q_x	L_x	T_x	e_x^0
83	3560	?	0.16	?	?	?
84	?	?	0.17	?	11975	?

20

(c) राष्ट्रीय सांख्यिकी कमिशन पर, प्रत्येक के अवयवों, प्रकारों तथा उद्देश्यों को बताते हुए, एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

Write a brief note on National Statistical Commission stating the components, functions and objectives of each.

15
