www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

UPSC CSE 2020 MAINS PAPER 7 JANUARY 18, 2021 PHYSICS OPTIONAL PAPER - II QUESTION PAPER

भौतिकी (प्रश्न-पत्र II)

समय : तीन घण्टे	अधिकतम अंक : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(उत्तर देने के पूर्व निम्नलिखित निर्देशों को कृपया सावधानीपूर्वक पढ़ें)

इसमें **आठ** प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी एवं **अंग्रेजी** दोनों में छपे हैं।

उम्मीदवार को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू० सी० ए०) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

PHYSICS (PAPER–II)

Time Allowed : Three Hours	Maximum Marks : 250

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

There are EIGHT questions divided in two Sections and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question Nos. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

स्थिरांक जिनकी आवश्यकता हो सकती है

निर्वात में प्रकाश का वेग (c)	–	3×10^{8} m s^{-1}
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e)	–	$9{\cdot}11 \times 10^{-31}$ kg
इलेक्ट्रॉन का आवेश (e)	–	$1{\cdot}602 \times 10^{-19}$ C
इलेक्ट्रॉन का विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m_e}\right)$	–	$1{\cdot}76 \times 10^{11}$ C kg^{-1}
1 u ≡ 1 a.m.u. = $1{\cdot}6605 \times 10^{-27}$ kg	–	931·5 MeV
इलेक्ट्रॉन की विरामावस्था द्रव्यमान ऊर्जा ($m_e c^2$)	–	0·5110 MeV
मुक्त आकाश में विद्युत्शीलता (ε_0)	–	$8{\cdot}8542 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}
मुक्त आकाश की पारगम्यता (μ_0)	–	$4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2}
गैस स्थिरांक (R)	–	8·314 J mol^{-1} K^{-1}
बोल्ट्ज़मान स्थिरांक (k_B)	–	$1{\cdot}381 \times 10^{-23}$ J K^{-1}
प्लांक स्थिरांक (h)	–	$6{\cdot}626 \times 10^{-34}$ J s
($\hbar$)	–	$1{\cdot}0546 \times 10^{-34}$ J s
बोर मैग्नेटॉन (μ_B)	–	$9{\cdot}274 \times 10^{-24}$ J T^{-1}
नाभिकीय मैग्नेटॉन (μ_N)		$5{\cdot}051 \times 10^{-27}$ J T^{-1}
सूक्ष्म संरचना स्थिरांक (α)	–	1/137·03599
प्रोटॉन का द्रव्यमान (m_p)	–	1·0072766 u = $1{\cdot}6726 \times 10^{-27}$ kg
न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (m_n)	=	1·0086652 u = $1{\cdot}6749 \times 10^{-27}$ kg
ड्यूटरॉन का द्रव्यमान (m_d)	–	2·013553 u
α-कण का द्रव्यमान (m_α)	–	4·001506 u
$^{12}_{6}C$ का द्रव्यमान	–	12·000000 u
$^{16}_{8}O$ का द्रव्यमान	–	15·994915 u
$^{87}_{38}Sr$ का द्रव्यमान	–	86·99999 u
$^{4}_{2}He$ का द्रव्यमान	–	4·002603 u
कक्षीय घूर्णचुम्बकीय अनुपात (g_l)	–	0 (न्यूट्रॉन), 1 (प्रोटॉन)
स्पिन घूर्णचुम्बकीय अनुपात (g_s)	–	–3·8260 (न्यूट्रॉन), 5·5856 (प्रोटॉन)

Your Personal Exam Guide

www.prepp.in

Your Personal Exams Guide

Constants which may be needed

Velocity of light in vacuum (c)	=	3×10^{8} m s^{-1}
Mass of electron (m_e)	=	$9 \cdot 11 \times 10^{-31}$ kg
Charge of electron (e)	=	$1 \cdot 602 \times 10^{-19}$ C
Specific charge of electron $\left(\frac{e}{m_e}\right)$	=	$1 \cdot 76 \times 10^{11}$ C kg^{-1}
1 u ≡ 1 a.m.u. = $1 \cdot 6605 \times 10^{-27}$ kg	=	931·5 MeV
Rest mass energy of electron ($m_e c^2$)	=	0·5110 MeV
Permittivity in free space (ε_0)	=	$8 \cdot 8542 \times 10^{-12}$ $C^2 N^{-1} m^{-2}$
Permeability of free space (μ_0)	=	$4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2}
Gas constant (R)	=	8·314 J mol^{-1} K^{-1}
Boltzmann constant (k_B)	=	$1 \cdot 381 \times 10^{-23}$ J K^{-1}
Planck constant (h)	=	$6 \cdot 626 \times 10^{-34}$ J s
($\hbar$)	=	$1 \cdot 0546 \times 10^{-34}$ J s
Bohr magneton (μ_B)	=	$9 \cdot 274 \times 10^{-24}$ J T^{-1}
Nuclear magneton (μ_N)	=	$5 \cdot 051 \times 10^{-27}$ J T^{-1}
Fine structure constant (α)	=	1/137·03599
Mass of proton (m_p)	=	1·0072766 u = $1 \cdot 6726 \times 10^{-27}$ kg
Mass of neutron (m_n)	=	1·0086652 u = $1 \cdot 6749 \times 10^{-27}$ kg
Mass of deuteron (m_d)	=	2·013553 u
Mass of α-particle (m_α)	=	4·001506 u
Mass of ${}^{12}_{6}C$	=	12·000000 u
Mass of ${}^{16}_{8}O$	=	15·994915 u
Mass of ${}^{87}_{38}Sr$	=	86·99999 u
Mass of ${}^{4}_{2}He$	=	4·002603 u
Orbital gyromagnetic ratio (g_l)	=	0 (neutron), 1 (proton)
Spin gyromagnetic ratio (g_s)	=	−3·8260 (neutron), 5·5856 (proton)

खण्ड—A / SECTION—A

1\. *(a)* सिद्ध कीजिए कि बोर हाइड्रोजन परमाणु चिरप्रतिष्ठित (क्लासिकी) अवस्था के निकट पहुँचता है, जब n बहुत ज्यादा हो जाय और लघु क्वान्टम झंप अंतर्निहित हों।

Prove that Bohr hydrogen atom approaches classical conditions, when n becomes very large and small quantum jumps are involved. 10

(b) तरंग फलन $\psi(x, t) = [Ae^{ipx/\hbar} + Be^{-ipx/\hbar}]e^{-ip^2t/2m\hbar}$ के लिए प्रायिकता धारा घनत्व ज्ञात कीजिए। परिणाम की भौतिक व्याख्या कीजिए।

Find the probability current density for the wave function

$$\psi(x, t) = [Ae^{ipx/\hbar} + Be^{-ipx/\hbar}]e^{-ip^2t/2m\hbar}$$

Interpret the result physically. 10

(c) एक नीले रंग का लैम्प 4500 Å के औसत तरंगदैर्घ्य के प्रकाश को उत्सर्जित करता है। लैम्प का अनुमतांक (रेटिंग) 150 W है तथा उसकी 8% ऊर्जा प्रकाश के रूप में प्रकट होती है। लैम्प के द्वारा कितने फोटॉन प्रति सेकन्ड उत्सर्जित किए जाते हैं?

A blue lamp emits light of mean wavelength of 4500 Å. The rating of the lamp is 150 W and its 8% of the energy appears as light. How many photons are emitted per second by the lamp? 10

(d) किसी साइक्लोट्रॉन में एक ड्यूटरॉन के पथ की अधिकतम त्रिज्या, चुम्बकीय क्षेत्र से बाहर विक्षेपित होने से पूर्व, 20 cm हो सकती है।

(i) इस त्रिज्या पर ड्यूटरॉन के वेग की गणना कीजिए।

(ii) ड्यूटरॉन की ऊर्जा MeV में कितनी है?

दिया गया है, चुम्बकीय क्षेत्र = 1500 गाउस और ड्यूटरॉन का द्रव्यमान = $3{\cdot}34 \times 10^{-27}$ kg.

In a certain cyclotron, the maximum radius that the path of a deuteron may have before it is deflected out of the magnetic field is 20 cm.

(i) Calculate the velocity of the deuteron at this radius.

(ii) What is the energy of deuteron in MeV?

Given, magnetic field = 1500 gauss and mass of deuteron = $3{\cdot}34 \times 10^{-27}$ kg. 10

(e) एक डायमन्ड क्रिस्टल का जालक प्राचल (पैरामीटर) एवं परमाणु द्रव्यमान क्रमशः 3·57 Å और 12 है। इस क्रिस्टल के घनत्व की गणना कीजिए। दिया गया है, आवोगाद्रो संख्या, $N = 6{\cdot}023 \times 10^{26}$ (kg mol)$^{-1}$.

The lattice parameter and the atomic mass of a diamond crystal are 3·57 Å and 12, respectively. Calculate the density of the crystal. Given, Avogadro's number, $N = 6{\cdot}023 \times 10^{26}$ (kg mol)$^{-1}$. 10

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

2. *(a)* एक कण को तरंग फलन $\psi(x) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-1/4} e^{-ax^2/2}$ के द्वारा निरूपित किया जाता है। कण के लिए Δx और Δp का परिकलन कीजिए तथा अनिश्चितता सम्बन्ध $\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2}$ को सत्यापित कीजिए।

A particle is described by the wave function $\psi(x) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-1/4} e^{-ax^2/2}$. Calculate Δx and Δp for the particle, and verify the uncertainty relation $\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2}$. 15

(b) गुणधर्म $A^3 = 1$ के एक हर्मिटी संकारक A को लीजिए। दर्शाइए कि $A = 1$.

Consider a Hermitian operator A with property $A^3 = 1$. Show that $A = 1$. 15

(c) नाभिकीय चुम्बकीय अनुनाद (एन० एम० आर०) के सिद्धान्त को लिखिए। नाभिकीय चुम्बकीय अनुनाद के डिज़ाइन एवं कार्यप्रणाली को समझाइए तथा इसके महत्त्वपूर्ण उपयोगों के बारे में लिखिए।

Write the principle of nuclear magnetic resonance (NMR). Explain the design and working of NMR, and write its important applications. 20

3. *(a)* कैडमियम की 6438 Å की लाल रेखा के सरल ज़ेमानी विपाटन को ज्ञात कीजिए, जबकि परमाणुओं को 0·009 T के चुम्बकीय क्षेत्र में रखा गया है।

Determine the normal Zeeman splitting of the cadmium red line of 6438 Å, when the atoms are placed in a magnetic field of 0·009 T. 15

(b) समझाइए कि कैसे स्टर्न-गर्लेक प्रयोग का उपयोग करते हुए परमाणु के चुम्बकीय आघूर्ण, कोणीय संवेग के आकाशी क्वान्टमीकरण और इलेक्ट्रॉन के प्रचक्रण का आकलन किया जा सकता है।

Explain how the magnetic moments of atoms, the space quantization of angular momentum and the spin of electron are measured using Stern-Gerlach experiment. 15

(c) यदि किसी इलेक्ट्रॉन के प्रचक्रण का z-अवयव $+\frac{\hbar}{2}$ हो, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि इसका किसी z' दिशा में (जो कि z-अक्ष से θ कोण बनाती है) अवयव $\frac{\hbar}{2}$ या $-\frac{\hbar}{2}$ है? z' दिशा में प्रचक्रण का औसत मान क्या है?

If the z-component of an electron spin is $+\frac{\hbar}{2}$, what is the probability that its component along a direction z' (forming an angle θ with z-axis) is $\frac{\hbar}{2}$ or $-\frac{\hbar}{2}$? What is the average value of spin along z'? 20

4. *(a)* ड्यूटरॉन के $^3S_1$ अवस्था का चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण, नाभिकीय मैग्नेटॉन, μ_N, के पद में ज्ञात कीजिए। दिया गया है, $\mu_p = 2{\cdot}792847\mu_N$ और $\mu_n = -1{\cdot}913042\mu_N$.

Calculate in terms of the nuclear magneton, μ_N, the magnetic dipole moment of $^3S_1$ state of deuteron. Given, $\mu_p = 2{\cdot}792847\mu_N$ and $\mu_n = -1{\cdot}913042\mu_N$. 15

[redacted]

Prepp
Your Personal Exam Guide

www.prepp.in

prepp
Your Personal Exams Guide

(b) नाभिकों के आधारभूत दुर्बल अन्योन्यक्रिया प्रक्रमों को लिखिए। *(i)* न्यूट्रॉन और *(ii)* प्रोटॉन के बीटा क्षयों को भी स्पष्ट कीजिए।

Write down the basic weak interaction processes in the nuclei. Also illustrate the beta decays of *(i)* neutron and *(ii)* proton. 15

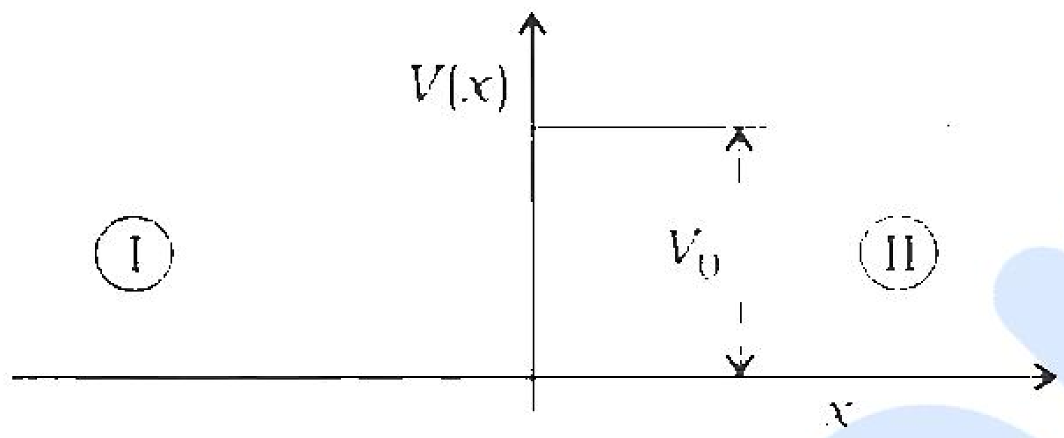
(c) एक चालक की द्वि-तरल (सामान्य और अतिचालक) अवधारणा तथा मैक्सवेल समीकरणों का उपयोग करते हुए अतिचालकता के दो लंडन समीकरणों की व्युत्पत्ति कीजिए।

Using the two-fluid model of a conductor (normal and superconducting) and the Maxwell's equations, derive the two London equations of superconductivity. 20

खण्ड—B / SECTION—B

5. (a) एक सोपान विभव के दोनों तरफ एक कण के लिए तरंग फलनों को, $E > V_0$ के लिए, लिखिए :

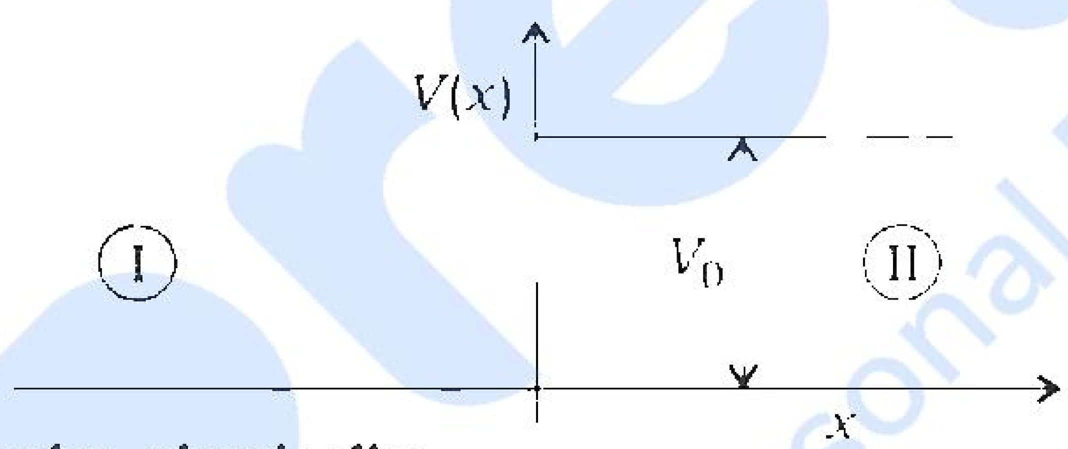
$$V(x) = \begin{cases} V_0, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



परिणामों की भौतिक व्याख्या कीजिए।

Write the wave functions for a particle on both sides of a step potential, for $E > V_0$:

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$



Interpret the results physically. 10

(b) मॉसबौर प्रभाव की व्याख्या कीजिए।

Explain the Mössbauer effect. 10

(c) पृथ्वी के ऊपरी पटल में पाए गए प्राकृतिक यूरेनियम में दो समस्थानिक $^{235}_{92}\text{U}$ और $^{238}_{92}\text{U}$, $7{\cdot}3\times10^{-3}$ तथा 1 के परमाणुक अनुपात में हैं। यह मानते हुए कि दोनों समस्थानिकों के निर्माण के समय दोनों समस्थानिक समान मात्रा में उत्पन्न हुए, उनके निर्माण के समय का आकलन कीजिए। दिया गया है कि दोनों समस्थानिकों की औसत आयु क्रमशः $1{\cdot}03\times10^9$ वर्ष तथा $6{\cdot}49\times10^9$ वर्ष है।

Natural uranium found in the earth's crust contains the isotopes $^{235}_{92}\text{U}$ and $^{238}_{92}\text{U}$ in the atomic ratio $7{\cdot}3\times10^{-3}$ to 1. Assuming that at the time of formation these two isotopes were produced equally, estimate the time since formation.

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

Given that the mean lives of both the isotopes are $1{\cdot}03\times10^9$ years and $6{\cdot}49\times10^9$ years, respectively. 10

(d) एक लगभग शुद्ध मोटी ऐल्युमिनियम चादर (शीट) में 0·19 परमाणुक प्रतिशत ताम्र (कॉपर) शीट की सतह पर तथा 0·18 परमाणुक प्रतिशत ताम्र सतह से 1·2 mm की गहराई पर है। 550 °C पर सतह से ताम्र परमाणुओं के फ्लक्स का परिकलन कीजिए, यदि इस तापमान पर ताम्र का ऐल्युमिनियम में विसरण गुणांक $5{\cdot}25\times10^{-13}$ $m^2\ s^{-1}$ है। दिया गया है, Al FCC जालक पैरामीटर, $a = 4{\cdot}05$ Å.

In an almost pure thick aluminium sheet, there are 0·19 atomic percent of copper at the surface and 0·18 atomic percent at a depth of 1·2 mm from the surface. Calculate the flux of the copper atoms from the surface at 550 °C, if the diffusion coefficient of copper in aluminium at this temperature is $5{\cdot}25\times10^{-13}$ $m^2\ s^{-1}$. Given, Al FCC with lattice parameter, $a = 4{\cdot}05$ Å. 10

(e) मुक्त इलेक्ट्रॉन मॉडल को मानते हुए सोडियम के हॉल गुणांक का परिकलन कीजिए। सोडियम की संरचना BCC है तथा घन की एक भुजा 4·28 Å है।

Calculate the Hall coefficient of sodium based on the free electron model. Sodium has BCC structure and the side of the cube is 4·28 Å. 10

6. (a) नाभिकीय बंधन ऊर्जा के लिए वाइज़ेकर द्रव्यमान सूत्र को लिखिए। सूत्र में प्रयुक्त प्रत्येक पद का संक्षेप में औचित्य दीजिए।

Write down the Weizsäcker mass formula for the nuclear binding energy. Give short justification for each term of the formula. 20

(b) नैज अर्धचालक क्या है? नैज सिलिकॉन का बैन्ड अन्तराल 1·1 eV है फिर भी $T = 300$ K पर इसकी चालकता शून्य नहीं है। समझाइए। उपयुक्त व्यंजक की सहायता से नैज अर्धचालक में फर्मी स्तर की स्थिति पर टिप्पणी कीजिए।

What is an intrinsic semiconductor? Intrinsic silicon has a band gap of 1·1 eV and yet at $T = 300$ K, the conductivity is non-zero. Explain. Comment, with the help of relevant expression, on the position of the Fermi level of an intrinsic semiconductor. 15

(c) एक प्रवर्धक की परिकल्पना कीजिए, जिसकी खुला पाश (पुनर्भरण के बिना) लब्धि (गेन) A है तथा पुनर्भरण गुणक (फीडबैक फैक्टर) β है। इसकी पुनर्भरण लब्धि A_f के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। पुनर्भरण प्रवर्धक के लिए उस शर्त की व्युत्पत्ति कीजिए, जिसके अन्तर्गत यह एक दोलक की तरह कार्य करता है। A में परिवर्तन के साथ A_f में होने वाले परिवर्तन पर टिप्पणी कीजिए।

Consider an amplifier with an open-loop (no feedback) gain of A and a feedback factor β. Derive the expression for the gain with feedback, A_f. Derive the condition for the amplifier with feedback to act as an oscillator. Comment on the change in A_f with a change in A. 15

7. (a) अनिश्चितता के सिद्धान्त $\Delta x\,\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ का उपयोग करते हुए एक आवर्ती दोलक के निम्नतम ऊर्जा स्तर का आकलन कीजिए।

Using the uncertainty principle $\Delta x\,\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, estimate the ground state energy of a harmonic oscillator. 15

www.prepp.in
Your Personal Exams Guide

(b) कोणीय संवेग के लिए क्रमविनिमय (कम्युटेशन) सम्बन्ध सिद्ध कीजिए :

$$[L^2, L_z] = 0$$

यह भी दर्शाइए कि $(\vec{L} \times \vec{L}) = i\hbar \vec{L}$.

Prove the commutation relation for the angular momentum :

$$[L^2, L_z] = 0$$

Also show that $(\vec{L} \times \vec{L}) = i\hbar \vec{L}$. 15

(c) एक द्विपरमाणुक अणु की स्थितिज ऊर्जा, अन्तरापरमाणुक अंतरण R के पद में निम्नलिखित रूप में दी जाती है :

$$U(R) = \frac{-A}{R^2} + \frac{B}{R^{10}}$$

जहाँ $A = 1{\cdot}44 \times 10^{-39}$ J m^2 तथा $B = 2{\cdot}19 \times 10^{-115}$ J m^{10} है। साम्य अन्तरण, R_e और वियोजन ऊर्जा का परिकलन कीजिए।

The potential energy of a diatomic molecule in terms of the interatomic spacing R is given by

$$U(R) = \frac{-A}{R^2} + \frac{B}{R^{10}}$$

where $A = 1{\cdot}44 \times 10^{-39}$ J m^2 and $B = 2{\cdot}19 \times 10^{-115}$ J m^{10}. Calculate the equilibrium spacing, R_e and the dissociation energy. 20

8. *(a)* हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम बोर कक्षा में इलेक्ट्रॉन की आवृत्ति की गणना कीजिए।

Calculate the frequency of the electron in the first Bohr orbit of hydrogen atom. 15

(b) ज़ेमान प्रभाव क्या है? ज़ेमान प्रभाव को चिरप्रतिष्ठित (क्लासिकी) इलेक्ट्रॉन सिद्धान्त के आधार पर समझाइए।

What is Zeeman effect? Explain Zeeman effect on the basis of classical electron theory. 15

(c) *(i)* तारकीय नाभिक-संश्लेषण (स्टेलर न्यूक्लियोसिन्थेसिस) के दौरान हाइड्रोजन से हीलियम तक *pp* शृंखला में होने वाली प्रमुख अभिक्रियाओं को सूचीबद्ध कीजिए। अभिक्रियाओं के परिणामी निवल प्रभाव का भी उल्लेख कीजिए।

(ii) कणों की दुर्बल अन्योन्यक्रिया में संरक्षित और असंरक्षित रहने वाली राशियों को दो अलग-अलग स्तम्भों में सूचीबद्ध कीजिए।

(i) List the main reactions in the *pp* chain leading from hydrogen to helium during stellar nucleosynthesis. Also mention the net effect of the reactions. 10

(ii) List in two separate columns, the quantities that are conserved and not conserved in the weak interaction of particles. 10

★ ★ ★