

UPSC CSE 2021 MAINS PAPER 7 JANUARY 16, 2022 PHYSICS OPTIONAL PAPER-II QUESTION PAPER

भौतिकी (प्रश्न-पत्र II)
PHYSICS (Paper II)

निर्धारित समय : तीन घण्टे
Time Allowed : Three Hours

अधिकतम अंक : 250
Maximum Marks : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

उत्तर देने के पूर्व निम्नलिखित निर्देशों को कृपया सावधानीपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी एवं अंग्रेजी दोनों में छपे हुए हैं।

उम्मीदवार को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख्यपृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.

Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.

Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड 'A' SECTION 'A'

- 1.(a)** 400 nm तरंग-दैर्घ्य की स्पेक्ट्रम रेखा में देखे जाने के लिए जीमॉन प्रभाव के लिए आवश्यक न्यूनतम चुंबकीय क्षेत्र का पता लगाएँ जब कि एक स्पेक्ट्रोमीटर जिसका विभेदन 0.010 nm है, का उपयोग किया जाता है। उत्तर को निकटतम उच्च पूर्णांक में लिखें।

Find the minimum magnetic field needed for the Zeeman effect to be observed in a spectral line of 400 nm wavelength when a spectrometer whose resolution is 0.010 nm is used. Write the answer in the nearest high integer. 10

- 1.(b)** हाइड्रोजन परमाणु की 1s अवस्था में इलेक्ट्रॉन के लिए सामान्यीकृत तरंग फलन निम्नलिखित है :

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}, \text{ जहाँ } a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

बोहर त्रिज्या है। इस अवस्था में स्थितिज ऊर्जा के अपेक्षित मान की गणना कीजिए।

Normalised wave function of hydrogen atom for 1s state is

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}, \text{ where } a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

being the Bohr radius. Calculate the expectation value of potential energy in this state. 10

- 1.(c)** 25 eV ऊर्चाई और 0.5 nm चौड़ाई के विभव रोध पर 12 eV इलेक्ट्रॉन का एक किरण-पुंज आपत्ति होता है। संचरण गुणांक की गणना कीजिए।

A beam of 12 eV electron is incident on a potential barrier of height 25 eV and width 0.05 nm. Calculate the transmission coefficient. 10

x	e [#]	e ^{-#}	cosh #	sinh #	cosh #	sinh #
0.2	1.0202	0.9802	1.0	2.7183	1.1752	1.5431
.04	1.0408	0.9608	1.1	3.0042	1.3356	1.6685
.08	1.0618	0.9418	1.2	3.201	1.5095	1.8107
.08	1.0833	0.9231	1.3	3.6693	1.7012	1.9794
.10	1.1052	0.9048	1.4	4.0552	1.8944	2.1599
.11	1.1163	0.8958	1.5	4.4817	2.1293	2.3544
.12	1.1275	0.8869	1.6	4.9530	2.3756	2.5775
.13	1.1388	0.8781	1.7	5.4439	2.6456	2.8883
.14	1.1503	0.8694	1.8	6.0497	2.9442	3.1075
.15	1.1618	0.8607	1.9	6.6859	3.2682	3.4175
.16	1.1735	0.8521	2.0	7.3891	3.6269	3.7622
.17	1.1833	0.8437	2.1	8.1662	4.0219	4.1443
.18	1.1972	0.8333	2.2	9.0250	4.4571	4.5679
.19	1.2092	0.8270	2.3	9.9743	4.9370	5.0372
.20	1.2214	0.8187	2.4	11.0243	5.4662	5.5569
.21	1.2337	0.8106	2.5	12.182	6.0502	6.1223
.22	1.2461	0.8025	2.6	13.464	6.6947	6.7990
.23	1.2586	0.7945	2.7	14.880	7.4063	7.4335
.24	1.2712	0.7868	2.8	16.445	8.1919	8.2527
.25	1.2840	0.7788	2.9	18.174	8.9596	9.1146
.26	1.2969	0.7711	3.0	20.085	10.018	10.0688
.27	1.3100	0.7634	3.1	22.198	11.076	11.121
.28	1.3304	0.7558	3.2	24.527	12.246	12.287
.29	1.3377	0.7483	3.3	27.113	13.538	13.575
.30	1.3499	0.7408	3.4	29.964	14.965	14.999
.31	1.3634	0.7335	3.5	33.115	16.543	16.573
.32	1.3771	0.7261	3.6	36.598	18.285	18.313
.33	1.3910	0.7189	3.7	40.447	20.211	20.236
.34	1.4050	0.7118	3.8	44.701	22.339	22.362
.35	1.4191	0.7047	3.9	49.402	24.691	24.711
.36	1.4333	0.6977	4.0	54.598	27.290	27.308
.37	1.4477	0.6907	4.1	60.340	30.162	30.178
.38	1.4623	0.6839	4.2	66.886	33.336	33.351
.39	1.4770	0.6771	4.3	73.700	36.843	36.857
.40	1.4913	0.6703	4.4	81.451	40.719	40.732
.41	1.5058	0.6636	4.5	90.017	0.111	45.014
.42	1.5220	0.6570	4.6	99.484	0.100	49.737
.43	1.5373	0.6505	4.7	109.95	0.0910	54.998
.44	1.5527	0.6440	4.8	121.51	0.0823	60.759
.45	1.5683	0.6376	4.9	134.29	0.0745	67.149
.46	1.5841	0.6313	5.0	148.41	0.0674	74.210
.47	1.6000	0.6250	5.1	164.02	0.0610	82.014
.48	1.6161	0.6188	5.2	181.27	0.0552	90.633
.49	1.6323	0.6126	5.3	200.34	0.0499	100.17
.50	1.6487	0.6065	5.4	221.41	0.0454	110.71
.51	1.6621	0.5988	5.5	244.69	0.0409	122.35
.52	1.6773	0.5916	5.6	270.43	0.0370	135.21
.53	1.6925	0.5843	5.7	298.51	0.0332	149.43
.54	1.7075	0.5768	5.8	330.30	0.0303	165.15
.55	1.7227	0.5681	5.9	365.04	0.0274	182.52
.56	1.7375	0.5593	6.0	403.43	0.0248	201.71

- 1.(d) 0.5 T के चुंबकीय प्रेरण क्षेत्र के लिए लार्मर पुरस्सरण आवृत्ति की गणना कीजिए। समान क्षेत्र के लिए सामान्य जीमॉन प्रभाव के कारण स्पेक्ट्रम रेखाओं की तरंग संख्याओं में विपाटन की गणना कीजिए।

Calculate the Larmor precessional frequency for a magnetic induction field of 0.5 T. Hence calculate the splitting in wave numbers of a spectral line due to normal Zeeman effect for the same field.

10

- 1.(e) HCl के शुद्ध धूर्णीय वर्णक्रम (स्पेक्ट्रम) में पहली पंक्ति $21\cdot18 \text{ cm}^{-1}$ पर दिखाई देती है। अणु की बंधन लंबाई की गणना कीजिए। हाइड्रोजन परमाणु का द्रव्यमान 1.008 और क्लोरीन परमाणु का द्रव्यमान 35.45 amu है जहाँ amu परमाणिक द्रव्यमान इकाई है।

The first line in the pure rotational spectrum of HCl appears at $21\cdot18 \text{ cm}^{-1}$. Calculate bond length of the molecule. Given atomic masses of H and Cl are 1.008 and 35.45 amu, respectively.

10

- 2.(a) पाउली प्रचक्रण आव्यूहों का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि,

- (i) $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0; \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = 0; \sigma_x \sigma_z + \sigma_z \sigma_x = 0$
- (ii) $\sigma_+ \sigma_- = 2(1 + \sigma_z)$
- (iii) $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = i\sigma_\gamma$ जहाँ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

Using Pauli spin matrices prove that,

- (i) $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0; \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = 0; \sigma_x \sigma_z + \sigma_z \sigma_x = 0$
- (ii) $\sigma_+ \sigma_- = 2(1 + \sigma_z)$
- (iii) $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = i\sigma_\gamma$ where $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

8+6+6

- 2.(b) एक कण के संवेग में अनिश्चितता का पता लगाइए जब उसकी स्थिति $0\cdot02 \text{ cm}$ के भीतर निर्धारित की जाती है। एक इलेक्ट्रॉन और अल्फा कण के वेग में अनिश्चितता का पता लगाइए जब वे $15 \times 10^{-8} \text{ cm}$ के भीतर स्थित हों।

Find the uncertainty in the momentum of a particle when its position is determined within $0\cdot02 \text{ cm}$. Find also the uncertainty in the velocity of an electron and α -particle respectively when they are located within $15 \times 10^{-8} \text{ cm}$.

15

- 2.(c) एक कण 50\AA चौड़ाई और अनंत ऊँचाई के एकविमीय कोष (बाक्स) में घूम रहा है। कोष (बाक्स) के केन्द्र पर 15\AA के अंतराल के भीतर कण को खोजने की संभावना (प्रायिकता) की गणना कीजिए जब वह अपनी न्यूनतम ऊर्जा की स्थिति में हो।

A particle is moving in a one dimensional box of width 50\AA and infinite height. Calculate the probability of finding the particle within an interval of 15\AA at the centres of the box when it is in its state of least energy.

15

- 3.(a) 3637Å के उत्तेजन रेखा के रूप में उपयोग करते हुए एक नमूने के रमन वर्णक्रम (स्पेक्ट्रम) को देखने में 3980Å पर स्टोक्स रेखा मिलती है। मीटर⁻¹ इकाई में रमन विस्थापन (शिफ्ट) का पता लगाइए। संबंधित स्टोक्स और एंटी-स्टोक्स लाइनों के लिए Å में तरंग दैर्घ्य की गणना कीजिए यदि उत्तेजन रेखा 6465Å है।

In observing the Raman spectrum of a sample using 3637Å as the exciting line, one gets stoke line at 3980Å. Deduce the Raman shift in m⁻¹ units. Compute the wavelength in Å for corresponding stokes and antistokes lines if the exciting line is 6465Å.

20

- 3.(b) प्रचक्रण-कक्षा युग्मन की व्याख्या कीजिए। प्रचक्रण-कक्षा युग्मन के कारण हाइड्रोजन-परमाणु की स्पेक्ट्रमी (वर्णक्रम) रेखाओं के विपाटन की चर्चा कीजिए।

Explain spin-orbit coupling. Discuss the splitting of spectral lines of H-atom due to spin-orbit coupling.

15

- 3.(c) एक दो संयोजकता वाले इलेक्ट्रॉन परमाणु में दोनों इलेक्ट्रॉनों की क्वांटम संख्याएँ हैं;

$$\begin{array}{lll} n_1 = 8 & l_1 = 4 & s_1 = \frac{1}{2} \\ n_2 = 7 & l_2 = 2 & s_2 = \frac{1}{2} \end{array}$$

(i) L-S युग्मन को मानते हुए L का संभावित मान ज्ञात कीजिए और J का भी।

(ii) j-j युग्मन को मानते हुए J का संभावित मान ज्ञात कीजिए।

The quantum numbers of two electrons in a two valence electron atom are;

$$\begin{array}{lll} n_1 = 8 & l_1 = 4 & s_1 = \frac{1}{2} \\ n_2 = 7 & l_2 = 2 & s_2 = \frac{1}{2} \end{array}$$

(i) Assuming L-S coupling, find the possible value of L and hence of J.

(ii) Assuming j-j coupling, find the possible values of J.

7+8

- 4.(a) विराम-द्रव्यमान m_0 के एक कण की गतिज ऊर्जा K है, दर्शाइए कि इसकी डी. ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य निम्नलिखित द्वारा निर्धारित है :

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{[K(K + 2m_0c^2)]}}$$

अतः 2 MeV गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन के तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए। यदि $K \ll m_0c^2$ हो तो λ का मान क्या होगा ?

A particle of rest mass m_0 has a kinetic energy K , show that its de Broglie wavelength is given by

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{[K(K+2m_0c^2)]}}$$

Hence calculate the wavelength of an electron of kinetic energy 2 MeV. What will be the value of λ if $K \ll m_0c^2$? 15

- 4.(b) चिरप्रतिष्ठित सीमाओं के अन्दर एक सरल आवर्ती दोलक की प्रायिकता की गणना कीजिए यदि दोलक अपनी सामान्य अवस्था में है। यह भी दर्शाइए कि यदि दोलक अपनी सामान्य अवस्था में है तो कण के चिरप्रतिष्ठित सीमा से बाहर निकलने की प्रायिकता लगभग 16% (प्रतिशत) है। Calculate the probability of finding a simple harmonic oscillator within the classical limits if the oscillator is in its normal state. Also show that if the oscillator is in its normal state, then the probability of finding the particle outside the classical limits is approximately 16%. 15

- 4.(c) सामान्य और असंगत जीमॉन प्रभाव का वर्णन कीजिए। समझाइए कि यह हाइड्रोजन परमाणु में अपब्रह्मता को कैसे उठा देता है।

Describe normal and anomalous Zeeman effect. Explain how it lifts the degeneracy in hydrogen atom. 20

खण्ड 'B' SECTION 'B'

- 5.(a) λ_1 तरंग-दैर्घ्य का एक एक्सरे किरणपुंज 30° के ब्रेग-कोण पर पहले क्रम के ब्रेग परावर्तन से गुजरता है। 97 nm तरंग-दैर्घ्य का एक्सरे 60° के ब्रेग कोण पर तृतीय क्रम के परावर्तन से गुजरता है। मान लीजिए कि दोनों किरणपुंज (बीम) एक ही तल से परावर्तित होते हैं तो λ_1 का मान ज्ञात कीजिए।

An X-ray beam of wavelength (λ_1) undergoes a first order Bragg reflection at a Bragg angle of 30° . X-ray of wavelength 97 nm undergoes 3rd order reflection at a Bragg angle of 60° . Consider that the two beams are reflected from the same set of planes. Find the value of λ_1 . 10

- 5.(b) आंतरिक ऊर्जा के व्यंजक

$$U = 3N \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$$

का इस्तेमाल करते हुए दिखाइए कि आइंस्टीन की विशिष्ट ऊर्जा धारिता निम्नलिखित द्वारा निर्धारित है;

$$C = 3R \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/k_B T}}{\left(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1 \right)^2}$$

यह भी दिखाइए कि ऊपर दी गई आइंस्टीन की विशिष्ट ऊर्जा धारिता कम तापमान पर $e^{-\hbar\omega/k_B T}$ के समानुपाती होती है।

Using the expression for internal energy

$U = 3N \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$, show that Einstein specific heat capacity is given by;

$$C = 3R \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/k_B T}}{(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1)^2}$$

Also show that Einstein specific heat capacity given above is proportional to $e^{-\hbar\omega/k_B T}$ at very low temperature. 10

5.(c) ρ° और K° मेसोन दोनों ही अधिकतर π^+ और π^- में क्षय होते हैं। समझाइए कि ρ° का औसत जीवन काल ($\sim 10^{-23}$ s) K° के औसत जीवन काल ($\sim 10^{-10}$ s) की तुलना में छोटा क्यों है।

ρ° and K° mesons both decay mostly to π^+ and π^- . Explain why the mean lifetime of ρ° is shorter ($\sim 10^{-23}$ s) compared to the mean lifetime of K° ($\sim 10^{-10}$ s). 10

5.(d) निम्नलिखित क्वार्कों से बने हुए कणों के गुण क्या हैं ?
 (a) $u\bar{d}$ (b) $\bar{u}d$ (c) $dd\bar{s}$ (d) uss

What are the properties of the particles made up of the following quarks ?

(a) $u\bar{d}$ (b) $\bar{u}d$ (c) $dd\bar{s}$ (d) uss 10

5.(e) श्रुंखला अभिक्रियाएँ क्या होती हैं ? क्रोड के क्रांतिक परिमाण से, जिसके भीतर श्रुंखला अभिक्रिया होती हैं, आप क्या अर्थ निकालते हैं ?

What are chain reactions ? What do you mean by critical size of the core in which chain reaction takes place ? 10

6.(a) ड्यूटेरॉन के अध्ययन का क्या महत्व है ? ड्यूटेरॉन की निम्नतम अवस्था के लिए श्रोडिंगर समीकरण का हल प्राप्त कीजिए और दर्शाइए कि ड्यूटेरॉन एक ढीले तरीके से बद्ध तंत्र होता है।

What is the importance of study of deuteron ? Obtain the solution of Schrödinger equation for ground state of deuteron and show that deuteron is a loosely bound system. 20

6.(b) दर्शाइए कि नाभिकीय कोश में मुख्य दोलित्र कोशों के मध्य स्तर अंतराल लगभग $\hbar\omega = 41A^{-1/3}$ MeV होता है।

Show that in the nuclear shell model, the level spacing between major oscillator shells is approximately $\hbar\omega = 41A^{-1/3}$ MeV. 15

6.(c) कितने प्रकार के न्यूट्रिनों पाये जाते हैं ? द्रव्यमानों के आधार पर उनके अंतर को स्पष्ट करिए ।

How many types of neutrinos exist ? How do they differ in their masses ? 15

7.(a) $\beta=49$ के साथ एक *n-p-n* ट्रांजिस्टर उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक विधा में $V_{cc} = 10V$ और $R_L = 2 k\Omega$ के साथ प्रयोग किया जाता है । यदि ट्रांजिस्टर के संग्राहक और आधार (बेस) के बीच एक $100 k\Omega$ प्रतिरोधक जुड़ा हुआ है तो शांत संग्राहक धारा की गणना कीजिए । मान लीजिए $V_{BE} = 0$ ।

An *n-p-n* transistor with $\beta=49$ is used in common-emitter amplifier mode with $V_{cc} = 10V$ and $R_L = 2 k\Omega$. If a $100 k\Omega$ resistor is connected between the collector and the base of the transistor, calculate the quiescent collector current. Assume $V_{BE} = 0$.

20

7.(b) धात्विक अवस्था में संक्रमण धातु स्केन्डियम के $3d$ उपकोश में एक एकल इलेक्ट्रॉन होता है । कुल कोणीय संवेग J और लांडे विपाटन गुणक g के मानों की गणना कीजिए और इन मानों का उपर्योग $0.5 T$ के क्षेत्र में सबसे कम ऊर्जा के द्विध्रुव आधूर्ण की ऊर्जा को निर्धारित करने के लिए कीजिए ।

In the metallic state the transition metal scandium has a single electron in $3d$ subshell. Calculate the values of total angular momentum J and the Lande splitting factor g and use these values to determine the energy of the lowest energy dipole moment in a field of $0.5 T$.

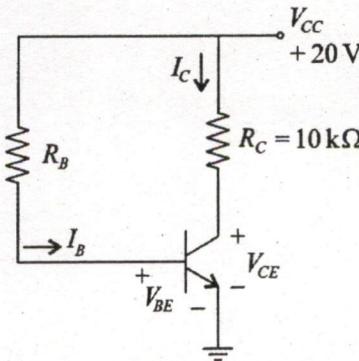
20

7.(c) 6×10^{-4} cm की चैनल परास और 10^{15} cm^{-3} के दाता सांद्रता के साथ *n*-चैनल सिलिकॉन FET के लिए संकुचन वोल्टता की गणना कीजिए । सिलिकॉन का परावैद्युतांक 12 दिया हुआ है ।

Calculate the pinch-off voltage for *n*-channel silicon FET with a channel width of 6×10^{-4} cm and a donor concentration of 10^{15} cm^{-3} . Given that dielectric constant of silicon is 12.

10

8.(a) दिखाये गये परिपथ के लिए डी.सी. भार रेखा को रेखांकित कीजिए ।



Sketch the dc load line for the circuit shown.

10

- 8.(b) एक ठोस में Nd^{3+} आयनों की तनु सांद्रता होती है जिनमें से प्रत्येक में तीन $4f$ इलेक्ट्रॉन होते हैं। यह मानते हुए कि यह आयन 10^{25} m^{-3} हैं, $1K$ पर नमूने की चुंबकीय प्रवृत्ति की गणना कीजिए।

A solid contains a dilute concentration of Nd^{3+} ions, each of which possess three $4f$ electrons. Assuming that there are 10^{25} m^{-3} of these ions, calculate the magnetic susceptibility of the sample at $1K$. 20

- 8.(c) आंतरिक रूपांतरण की घटना की व्याख्या कीजिए और अभ्यंतर रूपांतरण गुणांक को परिभाषित कीजिए। चर्चा कीजिए कि किन परिस्थितियों में आंतरिक रूपांतरण प्रक्रिया महत्वपूर्ण हो जाती है।

Explain the phenomenon of internal conversion and define the internal conversion coefficient. Discuss under what conditions the internal conversion process becomes important. 20