Prepp
Your Personal Exams Guide

2021

STATISTICS

सांख्यिकी

Time : 3 hours] [Maximum Marks : 200

समय : 3 घंटे] [अधिकतम अंक : 200

Instructions (निर्देश) :

(i) This paper is divided into *two* Sections, Section—A and Section—B.

ये प्रश्नपत्र दो खंडों में विभाजित है, खंड—A और खंड—B ।

(ii) Each Section contains **eight** questions.

प्रत्येक खंड में **आठ** प्रश्न हैं।

(iii) A candidate has to attempt **twelve** questions.

एक परीक्षार्थी को **बारह** प्रश्नों का उत्तर लिखना है।

(iv) Question Nos. **1** and **9** are compulsory and out of the remaining, *any* **ten** are to be attempted choosing **five** from each Section.

प्रश्न संख्या **1** और **9** अनिवार्य हैं और शेष प्रश्नों में से किन्हीं **दस** का उत्तर लिखना है, प्रत्येक खंड से **पाँच–पाँच** प्रश्नों को हल करना है।

(v) Question Nos. **1** and **9** consist of *five* parts each. Each part will be of **6** marks. Word limit will be *150* (in relevant subjects only).

- प्रश्न संख्या **1** और **9** के पाँच–पाँच भाग हैं। प्रत्येक भाग के लिए **6** अंक निर्धारित हैं। शब्द संख्या *150* तक सीमित है (मात्र सम्बद्ध विषयों में)।

(vi) Remaining questions will be of **14** marks each.

शेष प्रश्न **14** अंकों के प्रति प्रश्न होंगे।

Prepp
Your Personal Exams Guide

SECTION—A

खंड—A

1. Answer the following questions : 6×5=30

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) For the sequence of r.v.'s $\{X_n\}$ with

$$P\{X_k = k^\lambda\} = P\{X_k = -k^\lambda\} = \frac{1}{2}, \lambda > 0$$

Hence, show that if the WLLN holds, central limit law holds.

r.v.'s $\{X_n\}$ के अनुक्रम के साथ $P\{X_k = k^\lambda\} = P\{X_k = -k^\lambda\} = \frac{1}{2}, \lambda > 0,$ इसलिए यदि WLLN होल्ड करता है, तो सिद्ध करें कि केन्द्रीय सीमा कानून/central limit होल्ड करता है।

(b) A drunk performs a random walk over positions 0, ±1, ±2,..., as follows. He starts at 0. He takes successive one-unit steps, going to the right with probability p and to the left with probability $(1-p)$. His steps are independent. Let X denote his position after n steps. Find the distribution of $(X+n)/2$. Find $E(X)$.

एक शराबी अनियंत्रित चाल चलता है जिसकी स्थिति 0,±1, ±2,..., यथाक्रम से है। वह 0 से आरम्भ करता है। वह एक के बाद एक इकाई वाले कदम बढ़ाता है, दाहिनी तरफ प्रायिकता p के साथ और बायीं तरफ प्रायिकता $(1-p)$ के साथ बढ़ता है। उसके कदम स्वाधीन हैं। मान लीजिए X उसकी स्थिति को n कदमों का बाद दर्शाता है। $(X+n)/2$ का वितरण पता लगायें। $E(X)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(c) The following data represent the yields of maize in q/ha recorded from an experiment :

16·4, 19·2, 24·5, 15·4, 17·3, 23·6, 22·7, 20·9, 18·2

Test whether the median (M) is 20 q/ha.

निम्नलिखित आँकड़ा मक्का के फसल की प्राप्ति को q/ha में इंगित करता है जो एक प्रयोग में रिकार्ड किए गए हैं :

16·4, 19·2, 24·5, 15·4, 17·3, 23·6, 22·7, 20·9, 18·2.

जाँच कीजिए कि माध्यिका (M) 20 q/ha है।

(d) If the values of the units in the population consists of a linear trend such that $Y_i = a + bi$ (where $i=1, 2, \ldots, N$), then prove that $\text{Var}(\bar{Y}_{st}) \leq \text{Var}(\bar{Y}_{sys}) \leq \text{Var}(\bar{Y}_{srs})$

यदि जनसंख्या के इकाईयों का मान एक रैखिक ट्रेंड में है ताकि $Y_i = a + bi$ (जहाँ $i=1, 2, \ldots, N$), तब प्रमाणित कीजिए कि $\text{Var}(\bar{Y}_{st}) \leq \text{Var}(\bar{Y}_{sys}) \leq \text{Var}(\bar{Y}_{srs})$।

Prepp
Your Personal Exams Guide

(e) Let $y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + e_i,\ i=1,2,\ldots,n$ or $E(y_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}, x_{1i} = 1$ for all i. Find the least square estimates of β_1 and β_2. Prove that the method of maximum likelihood and the method of least square are identical for the case of normal distribution.

मान लीजिए $y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + e_i,\ i=1,2,\ldots,n$ अथवा $E(y_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}, x_{1i} = 1$ सभी i के लिए। β_1 एंव β_2 का न्यूनतम वर्ग अनुपात ज्ञात कीजिए। प्रमाणित करें कि नार्मल डिस्ट्रीब्यूशन के मामले में अधिकतम संभावना मेथड और न्यूनतम वर्ग मेथड समान है।

2. Suppose we wish to estimate the total number of cows in 1996 in certain State. The total number of cows for 1994 was X=5000. The sampling unit was the farm and it is assumed that there has been no change in the number of farms which we shall assume to be N=500. A sample of n=20 farms is selected and the data is as follows :

मान लीजिए कि हम 1996 में एक निश्चित राज्य में गायों की कुल संख्या का अनुमान लगाना चाहते हैं। 1994 में गायों की कुल संख्या X=5000 थी। नमूना इकाई फार्म थी और यह माना जाता है कि फार्मों की संख्या में कोई बदलाव नही हुआ, जिसे हम N=500 मानेंगे। फार्मो का एक नमूना n=20 चुना गया और आँकड़ा निम्न प्रकार से है :

Farm (फार्म)	1994	1996	Farm (फार्म)	1994	1996
1	12	14	11	11	14
2	22	25	12	17	19
3	38	37	13	12	12
4	15	18	14	22	23
5	18	20	15	14	16
6	31	30	16	26	28
7	15	15	17	08	09
8	20	21	18	16	15
9	10	12	19	13	15
10	25	28	20	19	20

Estimate the average number of cows for 1996 *(i)* by ratio method *(ii)* by SRS. Also compare their variances. (6+2+6)

1996 में गायों की औसत संख्या का अनुमान लगाएँ *(i)* रेशीओ मेथड के द्वारा *(ii)* SRS के द्वारा साथ ही उनके वैरियेंस की तुलना कीजिए।

3. Let X be the following data on the number of hours which ten persons studied from a Statistics Course and their scores Y, on the test shown below :

मान लें कि X घटों की संख्या है जो सांख्यिकी कोर्स अध्ययन करने वाले दस लोगों का है और Y उनके परीक्षा का स्कोर है जो निम्न प्रकार से है :

X	4	9	10	14	04	07	12	22	01	17
Y	31	58	65	73	37	44	60	91	21	84

Find the normal regression line that approximates the regression of test scores on the number of hours studied. Further, test the hypothesis $H_0 : \beta = 3$ against $H1 : \beta \neq 3$ at the level of significance 0·02. (8+6)

सामान्य प्रतिगमन रेखा (नार्मल रिग्रेशन लाइन) का पता लगाएँ जो अध्ययन किये गए घंटो की संख्या पर परीक्षा के स्कोर प्रतिगमन (रिग्रेशन) का अनुपात लगाती है। $H_0 : \beta = 3$ के विरूद्ध परिकल्पना (हाइपोथेसिस) $H1 : \beta \neq 3$ का महत्व 0·02 के स्तर पर परीक्षण करें।

4. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ are i.i.d. according to $f(x/\theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}$, $x = 0,1$. Find UMP size-α test for $H : \theta = \theta_0$ against $K : \theta > \theta_0$. 14

$f(x/\theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}$ के अनुसार $X_1, X_2, \ldots, X_n$ i.i.d. हैं। $K : \theta > \theta_0$ के विरूद्ध $H : \theta = \theta_0$ का UMP साइज-α टेस्ट निकालें।

5. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be a random sample of size n from a Gamma distribution with parameters $\theta = 1$ and $\alpha = 1$. What is the distribution of the *(i)* sample mean $\bar{X}$ as $n \to 0$ and *(ii)* $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ as $n \to 0$. (6+8)

माना $X_1, X_2, \ldots, X_n$ साइज n का गामा डिस्ट्रीब्यूशन से रैन्डम सैम्पल है जिसके मानक $\theta = 1$ and $\alpha = 1$ हैं। *(i)* सैम्पल मीन (mean) $\bar{X}$ जबकि $n \to 0$ और *(ii)* $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ जबकि $n \to 0$ है। तो इनका डिस्ट्रीब्यूशन क्या है?

6. What is the use of 'Missing Plot Technique'? Obtain the missing value by substituting through which the analysis can be carried out of a Latin square design with m rows, m columns and m treatments. Also find the missing observation corresponding to 2nd row and 4th column for treatment A in following 4×4 Latin square design : (4+6+4)

'मिसिंग प्लॉट टेकनीक' के लाभ क्या हैं? प्रतिस्थापन (सब्स्टीच्युशन) के द्वारा मिसिंग वैल्यू को निकालिए जिसे m रो (rows) m कॉलम (columns) और m ट्रीटमेन्ट्स (treatments) के साथ लैटीन स्कायर (वर्ग) डिजाइन से विश्लेषण किया जा सकता है। साथ-साथ ट्रीटमेन्ट A के लिए दिए गए 4×4 लैटिन स्कवायर डिजाइन में 2nd row और 4th कॉलम के मिसिंग ऑबजरवेशन का भी पता लगाइए :

A115	C 122	B 113	D 111
C121	B115	D109	A x
B125	D113	A108	C124
D115	A110	C130	B120

Prepp
Your Personal Exams Guide

7. Prove that negative Binomial distribution tends to Poisson distribution if p tends to zero and n tends to infinity. If X is a negative binomial variate with probability mass function $p(x)$ given by

$$p(x) = \binom{x+k-1}{x} q^x p^k, \; x = 0,1,2$$

Show that $\mu_{r+1} = q\left[\frac{\partial \mu_r}{\partial q} + \frac{rk}{p^2}\mu_{r-1}\right]$ (6+8)

सिद्ध करें कि निगेटिव बाइनोमिअल डिस्ट्रीब्यूशन, पॉइजन डिस्ट्रीब्यूशन की और प्रवृत होता है यदि p शून्य की और n अनंत की ओर प्रवृत्ति करता है। यदि X एक ऋणात्मक द्विपद चर है, जिसका प्रायिकता द्रव्यमान फलन $p(x)$ है, जो निम्न द्वारा दिखाया गया है

$$p(x) = \binom{x+k-1}{x} q^x p^k, \; x = 0,1,2$$

दर्शाएँ कि $\mu_{r+1} = q\left[\frac{\partial \mu_r}{\partial q} + \frac{rk}{p^2}\mu_{r-1}\right]$

8. Reduce the dimension from 2 to 1 of the following data, using principal component analysis : (4+10)

प्रिंसिपल कंपोनेंट एनालिसिस का उपयोग करके निम्न आँकड़े के आयाम (डाइमेंशन) 2 से 1 तक कम करें :

Category (श्रेणी)	A	B	C	D
X	4	8	13	7
Y	11	4	5	14

SECTION—B

खंड—B

9. Answer the following questions : 6×5=30

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) A system has three components connected in series having reliabilities 0·40, 0·70, 0·80 respectively, for a mission of 500 hours. What is the percentage increase in the reliability of the system in each of the following cases?

एक सिस्टम (प्रणाली) में 500 घंटे के मिशन के लिए क्रमश : 0·40, 0·70, 0·80 रिलायबिलिटी वाले सीरीज (श्रृंखला) में जुड़े तीन घटक हैं। निम्न में से प्रत्येक मामले में प्रणाली की रिलायबिलिटी (स्थिरता) में प्रतिशत वृद्धि कितनी है?

Prepp
Your Personal Exams Guide

(i) The reliability of the first component is increased by 0·1 and that of the second and third components remains the same.

पहले घटक की सिलायबिलिटी 0·1 बढ़ जाती है और दूसरे और तीसरे घटकों की रिलायबिलिटी समान (पूर्ववत्) रहती है।

(ii) The reliability of the second component is increased by 0·1 and that of the first and third components remain the same.

दूसरे घटक की रिलायबिलिटी 0·1 बढ़ जाती है और पहले और तीसरे घटकों की रिलायबिलिटी समान (पूर्ववत्) रहती है।

(iii) The reliability of the third component is increased by 0·1 and that of the first and second components remain the same.

तीसरे घटक की रिलायबिलिटी 0·1 बढ़ जाती है और पहले और दुसरे घटकों की रिलायबिलिटी पूर्ववत रहती है।

(iv) Comment on the different percentage gains obtained in *(i)*, *(ii)* and *(iii)*.

(i), *(ii)* और *(iii)* में प्राप्त विभिन्न प्रतिशत लाभों पर टिप्पणी करें।

(v) Describe the reliability of test scores.

टेस्ट स्कोर्स की रिलायबिलिटि का वर्णन करें।

(b) Each unit of an item costs a company ₹ 40. Annual holding costs are 18 per cent of unit cost for interest charges. 1 per cent for insurance, 2 per cent allowances for obsolescence, ₹ 2 for building overheads, ₹ 1·50 for damage and loss, and ₹ 4 for miscellaneous costs. Annual demand for the item is constant at 1,000 units and each order costs ₹ 100 to place.

एक कंपनी के लिए किसी वस्तु की प्रत्येक इकाई की लागत ₹ 40 है। वार्षिक होल्डिंग लागत ब्याज शुल्क के लिए यूनिट लागत का 18 प्रतिशत है। बीमा के लिए 1 प्रतिशत, अप्रचलन के लिए 2 प्रतिशत भत्ते, ओवरहेड्स निर्माण के लिए ₹ 2, नुकसान और हानि के लिए ₹ 1·50 और विविध लागत के लिए ₹ 4 है। वस्तु की वार्षिक मांग 1,000 इकाइयों पर कॉन्सटेंट (सतत) है और प्रत्येक ऑर्डर की लागत ₹ 100 है।

(i) Calculate EOQ and the total costs associated with stocking the item.

EOQ और वस्तु के स्टॉक (भण्डारण) से जुड़ी कुल लागतों की गणना करें।

(ii) If the supplier of the item will only deliver batches of 250 units, how are the stock holding costs affected?

यदि आपूर्तिकारक केवल 250 इकाइयों के बैचों का वितरण करेगा, तो स्टॉक होल्डिंग लागत कैसे प्रभावित होती है?

Prepp
Your Personal Exams Guide

(iii) If the supplier relaxes his order size requirement, but the company has limited warehouse space and can stock a maximum of 100 units at any time, what would be the optimal ordering policy and associated costs?

यदि आपूर्तिकर्ता अपने ऑर्डर आकार की आवश्यकता में ढील देता है, लेकिन कंपनी के पास सीमित वेयरहाउस स्थान है और वह किसी भी समय अधिकतम 100 इकाईयों को स्टॉक कर सकता है, तो ऑप्टीमल आर्डरिंग नीति और संबद्ध लागत क्या होगी?

(c) A certain country had a population of 1,50,000,00 on July1, 2020. The births and deaths during 2020 were 7,50,000 and 3,00,000 respectively.

किसी एक निश्चित देश की जनसंख्या 1 जुलाई, 2020 को 1,50,000,00 थी। 2020 के दौरान जन्म और मृत्यु क्रमशः 7,50,000 और 3,00,000 थी।

(i) What is the annual crude rate of increase?

वृद्धि की वार्षिक क्रूड दर क्या है?

(ii) Use an exponential model to project the population on July 1, 2030.

एक्सपोनेंशियल मॉडल को व्यवहार में लाते हुए, 1 जुलाई 2030 की जनसंख्या को प्रोजेक्ट करें।

(d) If $\left(x_1^*, x_2^*\right)$ is an optimal solution to the linear programming problem

Minimize $x_1 + 2x_2$

Subject to

$$4x_1 - x_2 \geq 8$$
$$2x_1 + x_2 \geq 10$$
$$-x_1 + x_2 \leq 7$$
$$x_1, x_2, \geq 0$$

and $\left(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*\right)$ is an optional solution of its dual problem, then find $\sum_{i=1}^{2} x_i^* + \sum_{j=1}^{3} \lambda_i^*$.

यदि $\left(x_1^*, x_2^*\right)$ रैखिक प्रोग्रामिंग निम्न समस्या का ऑप्टीमल सॉल्युशन (सर्वोत्तम समाधान) है :

मिनीमाइज़ $x_1 + 2x_2$

सब्जेक्ट टु

$$4x_1 - x_2 \geq 8$$
$$2x_1 + x_2 \geq 10$$
$$-x_1 + x_2 \leq 7$$
$$x_1, x_2, \geq 0$$

और $\left(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*\right)$ अपनी दोहरी समस्या का सर्वोत्तम समाधान है, तो $\sum_{i=1}^{2} x_i^* + \sum_{j=1}^{3} \lambda_i^*$ का मान निकालें।

(e) If $x_{13}, x_{22}, x_{23} = 10, x_{31}, x_{32}, x_{34}$ is the set of basic variables of a balanced transportation problem seeking to minimize the cost of transportation from origins to destinations, where the cost matrix is

यदि $x_{13}, x_{22}, x_{23} = 10, x_{31}, x_{32}, x_{34}$ एक संतुलित परिवहन समस्या के बुनयादी चरों का समुच्चय (सेट) है जो ऑरिजिन (मूल) से गंतव्य तक परिवहन की लागत की कम करने की चेष्टा कर रहा है, जहाँ लागत मैट्रिक्स है

	D_1	D_2	D_3	D_4	Availability
O_1	6	2	−1	0	10
O_2	4	2	2	3	$\lambda+5$
O_3	3	1	2	1	3λ
Demand	10	$\mu-5$	$\mu+5$	15	

	D_1	D_2	D_3	D_4	उपलब्धता
O_1	6	2	−1	0	10
O_2	4	2	2	3	$\lambda+5$
O_3	3	1	2	1	3λ
मांग	10	$\mu-5$	$\mu+5$	15	

and $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, then find x_{32}.

और $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, तो x_{32} का मान निकालें।

10. (a) A researcher is interested in determining if a relationship exists between blood pressure, age, weight, body surface area (BSA), duration of hypertension (DH), pulse rate (PR) and stress level (ST). To investigate various marginal relationships between the response blood pressure (BP) and predictors, he calculated the following correlation matrix 6

एक शोधकर्ता यह निर्धारित करने में रूचि रखता है कि रक्तचाप, आयु, वजन, शरीर का सतह क्षेत्र, (बी. एस. ए) उच्च रक्तचाप की अवधि (डी. एच), पल्स रेट (पी. आर) और तनाव स्तर के बीच कोई संबंध है या नहीं। रक्तचाप की प्रतिक्रिया और प्रेडिक्टर्स के बीच विभिन्न सीमान्त संबंधों की जाँच करने के लिए उन्होंने निम्न सहसंबंध मैट्रिक्स की गणना की :

	BP	Age	Weight	BSA	DH	PR
Age	0·659					
Weight	0·950	0·427				
BSA	0·890	0·382	0·885			
DH	0·284	0·352	0·212	0·141		
PR	0·752	0·629	0·669	0·475	0·412	
SL	0·154	0·334	0·035	0·019	0·321	0·506

	बी.पी.	आयु	वजन	बी.एस.ए.	डी.एच.	पी.आर.
आयु	0·659					
वजन	0·950	0·427				
बी.एस.ए.	0·890	0·382	0·885			
डी.एच.	0·284	0·352	0·212	0·141		
पी.आर.	0·752	0·629	0·669	0·475	0·412	
एस.एल.	0·154	0·334	0·035	0·019	0·321	0·506

Study the correction matrix and answer the following :

सहसंबंध मैट्रिक्स का अध्ययन करें और निम्न प्रश्नों का उत्तर दें :

(i) Whether there are evidences of the above claim. Why or why not?
उपरोक्त दावे के सबूत हैं या नहीं? क्यों और क्यों नहीं?

(ii) Whether substantial multicollinearity is present among the predictors. Why or why not?
प्रेडिक्टर्स (भविष्यवक्ताओं) के बीच मल्टीकोलिनियारिटी (बहुसंस्कृति) प्रर्याप्त मौजुद है या नहीं? क्यों और क्यों नहीं?

(iii) If there is a problem of multicollinearity that are the consequences of it.
यदि मल्टीकोलिनियरिटी की समस्या है जो इसके परिणाम (कंसीक्वेंसेस) हैं?

(b) Let $\{X_n : n \geq 0\}$ be a Markov chain with state space $\mathbb{N} \cup \{0\}$ such that the transition probabilities are given by 8

$$p_{ij} = \begin{cases} q & \text{for } j = 0 \\ 1-q & \text{for } j = i+1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

मान लीजिए कि $\{X_n : n \geq 0\}$ एक मार्कोव श्रृंखला है, जिसका स्टेट स्पेस $\mathbb{N} \cup \{0\}$ इस प्रकार है ताकि ट्रांजिसन प्रायिकता निम्न प्रकार से हो

$$p_{ij} = \begin{cases} q & j = 0 \text{ के लिए} \\ 1-q & j = i+1 \text{ के लिए} \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

for $i, j = 0, 1, 2, \ldots$, where $0 < q < 1$, then

i के लिए, $j = 0, = 0, 1, 2, \ldots$, जहाँ $0 < q < 1$, तो

(i) Is the Markov chain irreducible?
क्या मार्कोव चेन इरेड्युसिबल है?

(ii) Is the Markov chain aperiodic?
क्या मार्कोव चेन एपिरियोडिक है?

(iii) Is $p_{00}^{(n)} = q$ for all $n \geq 1$?

क्या $p_{00}^{(n)} = q$ सभी $n \geq 1$ के लिए है?

11. (a) The electricity consumption by a new private factory from 2011 to 2021 are given as follows : 8

2011 से 2021 तक एक नए निजी कारखाना द्वारा बिजली की खपत निम्न सारणी में दी गई है :

Year	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Total Units (1,000)	75	74	80	62	28	45	35	47	48	61

(i) Use exponential smoothing to forecast the values for each time period using smoothing coefficients $\alpha = 0{\cdot}2$ and $0{\cdot}8$.
चौरसाई (स्मूदिंग) गुणांक $\alpha = 0{\cdot}2$ और $0{\cdot}8$ का उपयोग करके प्रत्येक समयावधि के लिए मानों का पूर्वानुमान लगाने के लिए एक्सपोनेंशियल घतांकीय का प्रयोग करें।

(ii) Plot the results of part (1) along with data.
पार्ट (1) के परिणामों को आँकड़ों के साथ प्लॉट करें।

(iii) Which value of alpha works best on the data?
अल्फा का कौन-सा मान आँकड़े के लिए सर्वोत्तम है?

(b) Consider the time series model : 6

निम्न समय श्रृंखला मॉडल पर विचार करें :

$$y_t = 4 + 0{\cdot}8y_{t-1} - 0{\cdot}5y_{t-1} + \varepsilon_t$$

(i) Is this a stationary time series process?
क्या यह एक स्टेशनरी (स्थिर) समय श्रृंखला प्रक्रिया है?

(ii) What is the mean of the time series 1?
समय श्रृंखला 1 का मीन (माध्यिका) क्या है?

(iii) Obtain ρ_k for $k = 1,2,3,4,5$.
$k = 1,2,3,4,5$ के लिए ρ_k का मान निकालें।

(iv) Plot the correlogram.
कारेलोग्राम प्लॉट करें।

Prepp
Your Personal Exams Guide

12. For the linear programming problem 14

Max $Z = 2x_1 + 4x_2$

Subject to

$-x_1 + 2x_2 \leq 4$

$3x_1 + \alpha x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0, \alpha \in R$

निम्न रैखीय प्रोग्रामिंग समस्या के लिए

अधिकतम $Z = 2x_1 + 4x_2$

सब्जेक्ट टु

$-x_1 + 2x_2 \leq 4$

$3x_1 + \alpha x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0, \alpha \in R$

(i) Check whether the LPP always has a finite optimal solution for any $\alpha \geq 0$.

परीक्षण करें कि क्या किसी भी $\alpha \geq 0$ के लिए एल.पी.पी. के पास हमेशा एक सीमित ऑप्टीमल (इष्टतम) समाधान होता है?

(ii) Check whether the dual has unbounded solution for some $\alpha \geq 0$.

परीक्षण करें कि क्या $\alpha \geq 0$ के लिए ड्युअल (दोहरे) के पास असीमित समाधान है।

(iii) If the point (1,2) is feasible to the dual of the LPP then prove that the feasible solution of the LPP will be $z \leq 16$.

यदि बिंदु (पॉइंट) (1,2), ड्युअल (दोहरे) के लिए फिजीबल (व्यवहार्य) है, तो सिद्ध करें कि एल.पी. पी. का व्यवहार्य समाधान $z \leq 16$ होगा।

(iv) If x_1 and x_2 are the basic variables in the optimal table of the LPP with $x_i = \frac{1}{2}$, then find the optimal value of dual of the LPP.

यदि $x_i = \frac{1}{2}$ के साथ एल.पी.पी. की इष्टतम तालिका में x_1 और x_2 बुनियादी चर हैं, तो एल.पी.पी. के ड्युअल का इष्टतम मान बताएँ।

13. Suppose a mobile phone company produces mobile phones in lots of 400 phones each. To check the quality of the lots, the quality inspector of the company uses a double sampling plan with $n_1 = 15$, $c_1 = 1$, $n_2 = 30$, $c_2 = 3$. If the incoming quality of the lot is 0·05 then 14

मान लीजिए कि एक मोबाइल फोन निर्माण कंपनी 400 फोन प्रति लॉट निर्मित करती है। लॉट की गुणवत्ता की जाँच करने के लिए कंपनी के गुणवत्ता निरीक्षक $n_1 = 15$, $c_1 = 1$, $n_2 = 30$ और $c_2 = 3$ के साथ एक डबल सैंपलिंग योजना का उपयोग करता है। यदि लॉट की आवक (इनकमिंग) गुणवत्ता 0·05 है, तो

Prepp
Your Personal Exams Guide

(i) What per cent of the mobile phone lots will be accepted on the first sample?

पहले सैम्पल में कितने प्रतिशत फोन लॉट स्वीकृत किए जायेंगे?

(ii) What per cent of the mobile phone lots will be accepted on the second sample?

दूसरे सैम्पल में कितने फोन लॉट स्वीकृत किये जायेंगे?

(iii) What is the probability of rejecting the lot on the first sample?

पहले सैम्पल के लॉट को खारिज (रिजेक्ट) होने की प्रायिकता क्या है?

14. (a) A car servicing station has two bays where service can be offered simultaneously. Due to space limitations, only four cars are accepted for service. The arrival pattern in Poisson is 12 cars per day. The service time in both the bays is exponentially distributed with $\mu = 8$ cars per day per bay. Find 12

एक कार सर्विसिंग स्टेशन में दो बेस (खण्ड) हैं, जहाँ एक साथ सर्विस की जा सकती है। स्पेस (जगह) के लिमिटेशन (कमी) के कारण, केवल चार कारें सर्विस के लिए स्वीकार की जाती हैं। पोइजन पद्धति के अनुसार आगमन पैटर्न प्रति दिन 12 कारें है। दोनों बेसों (bays) में सर्विस समय $\mu = 8$ कार प्रति दिन प्रति बेस के साथ एक्पोनेंशियली (गतांकी) वितरित किया जाता है। ज्ञात करें :

(i) The average number of cars in the service station

सर्विस स्टेशन में कारों की औसत संख्या

(ii) The average number of cars waiting to be serviced

सर्विस के लिए प्रतीक्षा कर रहे कारों की औसत संख्या

(iii) The average time spent in the system.

सिस्टम में व्यतीत औसत समय

(b) Describe the central statistics office (CSO) with its main divisions. 2

केन्द्रीय सांख्यिकी ऑफिस (सी.एस.ओ) का इसके मुख्य प्रभागों सहित वर्णन करें।

15. (a) Solve the two-person zero-sum game having the following payoff matrix for player A : 10

खिलाड़ी A के लिए निम्नलिखित पेऑफ मैट्रिक्स वाले दो-व्यक्ति शून्य-जमा गेम को हल करें :

		Player B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Player A	A_1	6	4	8	0
	A_2	6	8	4	8
	A_3	8	4	8	0
	A_4	0	8	0	16

		खिलाड़ी B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
	A_1	6	4	8	0
खिलाड़ी A	A_2	6	8	4	8
	A_3	8	4	8	0
	A_4	0	8	0	16

(b) Convert the ten scores 1,2,..., 10 into standard scores with mean 0 and standard deviation 10. 4

दस स्कोर्स 1,2,..., 10 को माध्य और मानक विचलन 10 के साथ मानक (स्टेन्डर्ड) स्कोर में परिवर्तित करें।

16. Given the following table for 1_x, the number of rabbits living at age x. Complete the life table for rabbits. 14

x वर्ष की आयु वाले खरगोशों की संख्या 1_x के लिए निम्न तालिका दी गई है। खरगोशों के लिए जीवन तालिका पूरा करें।

x	0	1	2	3	4	5	6
1_x	100	90	80	75	60	30	0

X, Y, Z are three rabbits of age 1, 2 and 3 years respectively. Find the probability that

X, Y, Z क्रमशः 1, 2 और 3 आयु वाले तीन खरगोश हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) at least one of them will be alive for one year or more.
उनमें से कम से कम एक, एक या एकाधिक वर्षों तक जीवित रहेगा।

(ii) x, y, z will be alive for two years.
x, y, z दो वर्ष तक जीवित रहेंगे।

(iii) one of the three is alive since two years.
तीनों में से एक दो वर्षों तक जीवित है।

(iv) all will be dead in two years.
सभी दो वर्षों में मर जायेंगे।

★★★