Your Personal Exams Guide

JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 2
PART I- PHYSICS

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+3** यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर* (उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प)* +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

Q.1 द्रव्यमान (mass) m का एक कण शुरुआत में मूल बिंदु (origin) पर विरामावस्था में है | कण पर एक बल लगाने से वह x-अक्ष पर चलने लगता है और कण की गतिज उर्जा (kinetic energy) K, समय के साथ $dK/dt = \gamma t$ के अनुसार परिवर्तित होती है, जहाँ γ एक उचित विमाओं वाला धनात्मक नियतांक (positive constant) है | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) कण पर लगाया गया बल नियत (constant) है

(B) कण की चाल समय के समानुपातिक (proportional) है

(C) कण की मूल बिंदु से तय की गयी दूरी, समय के साथ रेखीय तरीके से (linearly) बढ़ती है

(D) बल संरक्षी (conservative) है

Prepp Your Personal Exams Guide

Q.2 मान लीजिए कि एक श्यान (viscous) द्रव के एक बड़े टैंक (tank) में एक पतली वर्गाकार प्लेट (thin square plate) तैर रही है | टैंक में द्रव की ऊँचाई h, टैंक की चौड़ाई से बहुत कम है | तैरती हुई प्लेट को एक नियत (constant) वेग u_0 से क्षैतिज दिशा में खींचा जाता है | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं) ?

(A) द्रव के द्वारा प्लेट पर लगाया गया प्रतिरोधक बल (resistive force) h के व्युत्क्रमानुपातिक (inversely proportional) है

(B) द्रव के द्वारा प्लेट पर लगाया गया प्रतिरोधक बल प्लेट के क्षेत्रफल पर निर्भर **नहीं** करता है

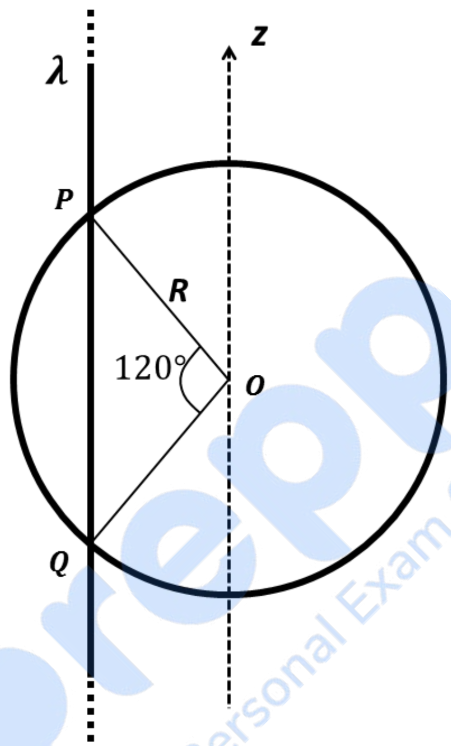
(C) टैंक की फर्श (floor) पर लगता हुआ स्पर्शरेखीय प्रतिबल (tangential/shear stress) u_0 के साथ बढ़ता है

(D) प्लेट पर लगने वाले स्पर्शरेखीय प्रतिबल द्रव की श्यानता (viscosity) η के साथ रेखीय तरीके से (linearly) बदलती है

Prepp Your Personal Exam Guide

Your Personal Exams Guide

Q.3 z-अक्ष के समांतर एक अनंत लम्बाई की पतली अचालक (non-conducting) तार पर एकसमान रेखीय आवेश घनत्व (uniform line charge density) λ है | यह तार R त्रिज्या वाले एक पतले अचालक गोलीय कोश (spherical shell) को इस प्रकार भेदता है कि आर्क (arc) PQ, गोलीय कोश के केंद्र O पर 120^{o} का कोण बनाती है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | मुक्त आकाश का परावैद्युतांक (permittivity of free space) ϵ_0 है | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?



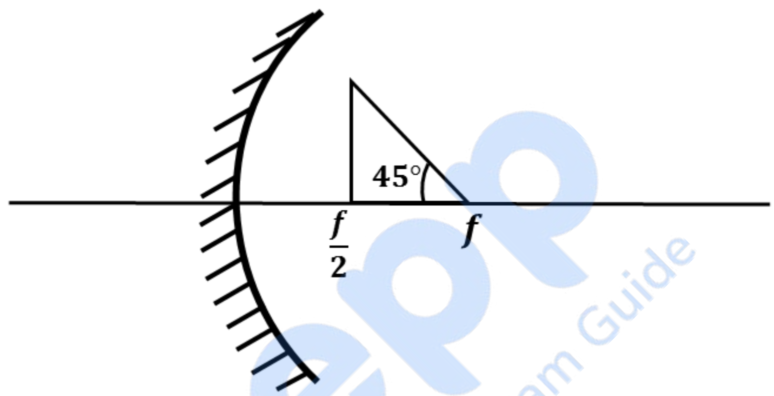
(A) कोश से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स (electric flux) $\sqrt{3}R\lambda/\epsilon_0$ है

(B) वैद्युत क्षेत्र (electric field) का z-घटक (z-component) कोश के पृष्ठ (surface) के सभी बिन्दुओं पर शून्य है

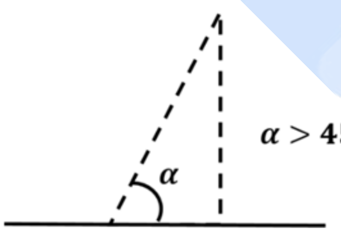
(C) कोश से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स (electric flux) $\sqrt{2}R\lambda/\epsilon_0$ है

(D) वैद्युत क्षेत्र (electric field) कोश के पृष्ठ के सभी बिन्दुओं पर लम्बवत (normal) है

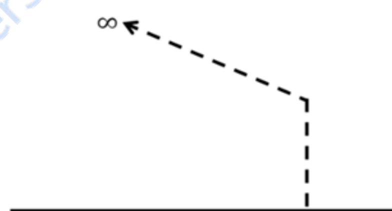
Q.4 एक तार को एक समकोण त्रिभुज के आकार में मोड़ कर f फोकस दूरी (focal length) वाले एक अवतल दर्पण (concave mirror) के सामने रखा गया है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | चार विकल्प चित्रों में से कौन सा (से) चित्र मुड़े हुये तार के प्रतिबिम्ब का सही आकार गुणात्मक तरीके से दर्शाता है (दर्शाते हैं)? (ये चित्र स्केल (scale) के अनुसार नहीं हैं |)



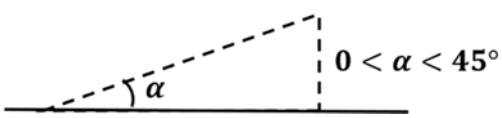
(A)



(B)



(C)



(D)

Q.5 एक रेडियोएक्टिव क्षय श्रृंखला (decay chain) में ${}^{232}_{90}\mathrm{Th}$ नाभिक, ${}^{212}_{82}\mathrm{Pb}$ नाभिक में क्षयित होता है | इस क्षय प्रक्रम (process) में उत्सर्जित हुए (emitted) α और β^- कणों की संख्या क्रमशः N_α और N_β हैं | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) $N_\alpha = 5$ (B) $N_\alpha = 6$ (C) $N_\beta = 2$ (D) $N_\beta = 4$

Q.6 अनुनादी वायु-स्तंभ (resonating air column) के एक प्रयोग में ध्वनि की चाल मापने के लिए 500 Hz की आवृत्ति वाले एक स्वरित्र द्विभुज (tuning fork) का उपयोग किया जाता है | अनुनाद नली में जल का स्तर बदलकर वायु-स्तंभ की लम्बाई बदली जाती है | दो उत्तरोत्तर (successive) अनुनाद, वायु स्तम्भ की लम्बाई 50.7 cm और 83.9 cm पर सुने जाते हैं | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) इस प्रयोग से निर्धारित ध्वनि की चाल 332 $m\,s^{-1}$ है

(B) इस प्रयोग में अंत्य संशोधन (end correction) 0.9 cm है

(C) ध्वनि तरंग की तरंगदैर्घ्य (wavelength) 66.4 cm है

(D) 50.7 cm पर सुने जाने वाला अनुनाद, मूल गुणावृत्ति (fundamental harmonic) है

Prepp
Your Personal Exams Guide

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7 एक ठोस क्षैतिज तल (solid horizontal surface) तेल की एक पतली परत (thin layer) से ढका (covered) हुआ है | द्रव्यमान (mass) $m = 0.4\ kg$ का एक आयताकार गुटका (rectangular block) इस तल पर विरामावस्था में है | $1.0\ N\ s$ परिमाण का एक आवेग (impulse) गुटके पर $t = 0$ समय पर लगाया जाता है जिसके फलस्वरूप गुटका x-अक्ष (x-axis) पर $v(t) = v_0\, e^{-t/\tau}$ वेग से चलने लगता है, जहाँ v_0 एक स्थिर राशि है और $\tau = 4\ s$ है | समय $t = \tau$ पर, गुटके का विस्थापन (displacement) __________ मीटर है | $e^{-1} = 0.37$ लें |

Q.8 एक गेंद को भूमि (ground) पर क्षैतिज तल (horizontal surface) से $45°$ के कोण पर प्रक्षेपित (projected) किया जाता है | गेंद $120\ m$ की अधिकतम ऊंचाई पर पहुँच कर भूमि पर वापस लौट आती है | भूमि से पहली बार टकराने के उपरांत गेंद की गतिज ऊर्जा (kinetic energy) आधी हो जाती है | टकराने के तुरंत बाद गेंद का वेग क्षैतिज तल से $30°$ का कोण बनाता है | टकराने के बाद गेंद __________ मीटर की अधिकतम ऊंचाई पर पहुँचती है |

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q.9 एक कण, जिसका द्रव्यमान (mass) $10^{-3}\ kg$ और आवेश (charge) $1.0\ C$ है, शुरुआत में विरामावस्था में है | समय $t = 0$ पर यह कण एक विद्युत् क्षेत्र (electric field) $\vec{E}\,(t) = E_0\, sin\, \omega t\ \hat{\imath}$ के प्रभाव में आता है, जहाँ $E_0 = 1.0\ N\ C^{-1}$ है और $\omega = 10^3\ rad\ s^{-1}$ है | कण पर केवल विद्युत् बल (electrical force) का ही प्रभाव मानिये | तब परवर्ती (subsequent) समय पर कण की अधिकतम चाल __________ $m\ s^{-1}$ है |

Q.10 एक चल कुंडली गैल्वेनोमीटर (moving coil galvanometer) में 50 फेरे (turns) हैं और हर फेरे का क्षेत्रफल (area) $2 \times 10^{-4}\ m^2$ है | गैल्वेनोमीटर में उपस्थित चुम्बक से $0.02\ T$ का चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field) उत्पन्न होता है | निलंबन तार (suspension wire) का ऐंठन नियतांक (torsional constant) $10^{-4}\ N\ m\ rad^{-1}$ है | गैल्वेनोमीटर में धारा बहने के समय, यदि कुंडली $0.2\ rad$ घूमती है तो गैल्वेनोमीटर में पूर्ण पैमाना विक्षेप (full scale deflection) होता है | गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध $50\ \Omega$ है | इस गैल्वेनोमीटर को $0 - 1.0\ A$ की रेन्ज (range) में धारा के मापन करने योग्य एक ऐमीटर (ammeter) के रूप में परिवर्तित करना है | इसके लिए एक शंट (shunt) प्रतिरोधक को गैल्वेनोमीटर से पार्श्वक्रम (parallel) में संयोजित करना पड़ता है | इस शंट प्रतिरोधक का मान __________ ओम (ohms) है |

Prepp Your Personal Exams Guide

Q.11 एक इस्पात के तार, जिसका व्यास (diameter) $0.5\ mm$ है और यंग गुणांक (Young's modulus) $2 \times 10^{11}\ N\ m^{-2}$ है, से M द्रव्यमान (mass) का एक भार लटकाया जाता है | भार लटकाने के बाद तार की लम्बाई $1.0\ m$ है | इस तार के अंत में 10 भागों वाला एक वर्नियर पैमाना (vernier scale) लगाया जाता है | इस्पात के तार के पास एक और संदर्भ (reference) तार है जिस पर $1.0\ mm$ अल्पतमांक (least count) वाला एक मुख्य पैमाना (main scale) लगा हुआ है | वर्नियर पैमाने के 10 भाग मुख्य पैमाने के 9 भागों के बराबर हैं | शुरुआत में, वर्नियर पैमाने का शून्य मुख्य पैमाने के शून्य से संपाती (coincident) है | यदि इस्पात के तार पर लटकाया गया भार $1.2\ kg$ से बढ़ाया जाता है, तो मुख्य पैमाने के भाग से संपाती होने वाला वर्नियर पैमाने का भाग __________ है | $g = 10\ m\ s^{-2}$ और $\pi = 3.2$ लें |

Q.12 एकपरमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) के एक मोल का आयतन (volume), रुद्धोष्म प्रसार (adiabatic expansion) से, अपने आरंभिक मान का आठ गुना बढ़ जाता है | सार्वत्रिक गैस नियतांक (universal gas constant) R का मान $8.0\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$ लें | यदि गैस का आरंभिक तापमान $100\ K$ हो, तो इस प्रक्रिया में गैस की आंतरिक ऊर्जा (internal energy) __________ जूल (Joule) से कम हो जाती है |

Prepp Your Personal Exam Guide

Q.13 एक प्रकाश विद्युत् (photoelectric) प्रयोग में $200\, W$ शक्ति (power) वाला एक समांतर एकवर्णी प्रकाश किरण पुंज (a parallel beam of monochromatic light) पूर्ण रूप से अवशोषित करने वाले एक उत्सर्जक (perfectly absorbing cathode) पर गिरता है | उत्सर्जक के पदार्थ का कार्य-फलन (work function) $6.25\, eV$ है | प्रकाश की आवृत्ति, देहली आवृत्ति (threshold frequency) से थोड़ी ही अधिक है, जिससे उत्सर्जित होने वाली प्रकाशिक इलेक्ट्रानों (photoelectrons) की गतिज ऊर्जा (kinetic energy) नगण्य है | मान लीजिए कि प्रकाश विद्युत् उत्सर्जन दक्षता (photoelectron emission efficiency) 100% है | उत्सर्जक और संग्राहक (anode) के बीच $500\, V$ का विभवान्तर (potential difference) लगाया जाता है | उत्सर्जित होनेवाले सभी इलेक्ट्रान संग्राहक पर अभिलम्ब आपतित (normal incidence) होकर अवशोषित हो जाते हैं | इलेक्ट्रानों की संग्राहक पर टक्कर से $F = n \times 10^{-4}\, N$ का बल लगता है | n का मान ________ है | इलेक्ट्रान का द्रव्यमान (mass) $m_e = 9 \times 10^{-31}\, kg$ है और $1.0\, eV = 1.6 \times 10^{-19}\, J$ है |

Q.14 एक हाइड्रोजन-जैसा आयनित (hydrogen-like ionized) परमाणु का परमाणु क्रमांक (atomic number) Z है | इस परमाणु में एक ही इलेक्ट्रान है | इस परमाणु के उत्सर्जन-स्पेक्ट्रम (emission spectrum) में, $n = 2$ से $n = 1$ संक्रमण (transition) से उत्पन्न होने वाले फ़ोटॉन (photon) की उर्जा, $n = 3$ से $n = 2$ संक्रमण से उत्पन्न होने वाले फ़ोटॉन की उर्जा से $74.8\, eV$ अधिक है | हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा (ionization energy) $13.6\, eV$ है| Z का मान __________ है |

Prepp
Your Personal Exams Guide

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न में **दो (02)** सुमेलन सूचियाँ (matching lists) हैं: **सूची – I** और **सूची – II** |
- **सूची – I** और **सूची – II** के तत्त्वों के सुमेलानो को दर्शाते हुए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही सुमेलन प्रदर्शित करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही सुमेलन प्रदर्शित करने वाले विकल्प को चुनें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Prepp Your Personal Exam Guide

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q.15 विभिन्न आवेश वितरणों (charge distributions) से उत्पन्न होनेवाले विद्युत क्षेत्र (electric field) E का एक बिंदु $P(0,0,d)$ पर मापन किया जाता है और इस विद्युत् क्षेत्र E की d पर निर्भरता अलग-अलग पायी जाती है | सूची-I में E और d के बीच मे अलग-अलग सम्बन्ध (relations) दिये गये हैं | सूची-II विभिन्न प्रकार के आवेश वितरणों और उनके स्थानों को बताती हैं | सूची-I के फलनों का सूची-II से सम्बंधित आवेश वितरणों से सुमेल कीजिये |

सूची – I

P. E, d पर निर्भर **नहीं** करता है

Q. $E \propto \frac{1}{d}$

R. $E \propto \frac{1}{d^2}$

S. $E \propto \frac{1}{d^3}$

सूची – II

1. मूल बिंदु (origin) पर बिंदु आवेश (point charge) Q
2. एक लघु द्विध्रुव (small dipole) जिसका बिंदु आवेश Q जो $(0,0,l)$ पर है और $-Q$ जो $(0,0,-l)$ पर है | मानिए $2l \ll d$
3. अनंत (infinite) लम्बाई का एकसमान रेखीय आवेश घनत्व (uniform linear charge density) λ वाला तार जो x-अक्ष से सम्पाती (coincident) है
4. अनंत लम्बाई के एकसमान रेखीय आवेश घनत्व वाले दो तार जो x-अक्ष के समांतर हैं | $(y=0,\ z=l)$ वाले तार पर $+\lambda$ आवेश घनत्व है तथा $(y=0,\ z=-l)$ वाले तार पर $-\lambda$ आवेश घनत्व है | मानिए $2l \ll d$
5. एकसमान आवेश घनत्व (uniform surface charge density) का अनंत समतल चादर (infinite plane sheet) जो xy-तल से सम्पाती है

(A) P → 5; Q → 3, 4; R → 1; S → 2
(B) P → 5; Q → 3; R → 1, 4; S → 2
(C) P → 5; Q → 3; R → 1, 2; S → 4
(D) P → 4; Q → 2, 3; R → 1; S → 5

Q.16 M द्रव्यमान (mass) वाले एक ग्रह (planet) के दो प्राकृतिक उपग्रह (natural satellites) दो वृत्तीय कक्षों में परिक्रमण (revolve) कर रहे हैं | उपग्रहों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल (gravitational attraction) की उपेक्षा कीजिए | पहला उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_1, कक्षीय चाल v_1, कोणीय संवेग (angular momentum) L_1, गतिज ऊर्जा (kinetic energy) K_1 और आवर्त काल (period of revolution) T_1 है, R_1 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है | दूसरा उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_2, कक्षीय चाल v_2, कोणीय संवेग L_2, गतिज ऊर्जा K_2 और आवर्त काल T_2 है, R_2 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है | यदि $m_1/m_2 = 2$ और $R_1/R_2 = 1/4$ हो, तो सूची-I में दिए गए अनुपातों का सुमेल सूची-II में दी गयी संख्याओं के साथ करें |

सूची – I	सूची – II
P. $\frac{v_1}{v_2}$	1. $\frac{1}{8}$
Q. $\frac{L_1}{L_2}$	2. 1
R. $\frac{K_1}{K_2}$	3. 2
S. $\frac{T_1}{T_2}$	4. 8

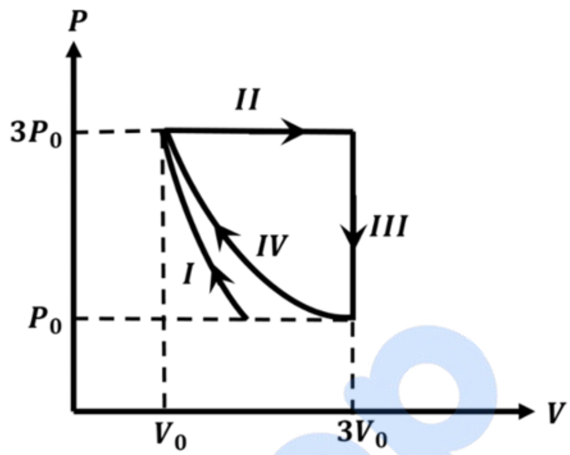
(A) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 3

(B) P → 3; Q → 2; R → 4; S → 1

(C) P → 2; Q → 3; R → 1; S → 4

(D) P → 2; Q → 3; R → 4; S → 1

Q.17 एकपरमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) का एक मोल (one mole), चार ऊष्मागतीय प्रक्रमों (thermodynamic processes) से गुजरता है, जैसा कि नीचे PV व्यवस्था चित्र (schematic diagram) में दर्शाया गया है | यहाँ दिए गये प्रक्रमों में एक समदाबीय (isobaric), एक समआयतनिक (isochoric), एक समतापीय (isothermal) और एक रुद्धोष्म (adiabatic) हैं | सूची-I में दिए गए प्रक्रमों का सूची-II में दिए गए संगत कथनों से सुमेल करें |



सूची – I	सूची – II
P. प्रक्रम-I में	1. गैस द्वारा किया गया कार्य शून्य है
Q. प्रक्रम-II में	2. गैस का तापमान **नहीं** बदलता है
R. प्रक्रम-III में	3. गैस और परिवेश के बीच ऊष्मा प्रवाह **नहीं** होता है
S. प्रक्रम-IV में	4. गैस द्वारा किया गया कार्य $6P_0V_0$ है

(A) P → 4; Q → 3; R → 1; S → 2
(B) P → 1; Q → 3; R → 2; S → 4
(C) P → 3; Q → 4; R → 1; S → 2
(D) P → 3; Q → 4; R → 2; S → 1

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q.18 नीचे दी गयी सूची-I में, एक कण के चार विभिन्न पथ, समय के विभिन्न फलनों (functions) के रूप में दिये गये हैं | इन फलनों में α और β उचित विमाओं वाले धनात्मक नियतांक (positive constants) हैं, जहाँ α ≠ β | प्रत्येक पथ में कण पर लगने वाला बल या तो शून्य है या संरक्षी (conservative) है | सूची-II में कण की पाँच भौतिक राशियों का विवरण दिया गया है: $\vec{p}$ रेखीय संवेग (linear momentum) है, $\vec{L}$ मूल बिंदु (origin) के सापेक्ष कोणीय संवेग (angular momentum) है, K गतिज उर्जा (kinetic energy) है, U स्थितिज उर्जा (potential energy) है और E कुल उर्जा (total energy) है | सूची-I के प्रत्येक पथ का सूची-II में दिये गये उन राशियों से सुमेल कीजिये, **जो उस पथ के लिए संरक्षी (conserved) हैं |**

सूची – I	सूची – II
P. $\vec{r}(t) = \alpha t\,\hat{\imath} + \beta t\,\hat{\jmath}$	1. $\vec{p}$
Q. $\vec{r}(t) = \alpha\,\cos\omega t\,\hat{\imath} + \beta\,\sin\omega t\,\hat{\jmath}$	2. $\vec{L}$
R. $\vec{r}(t) = \alpha\,(\cos\omega t\,\hat{\imath} + \sin\omega t\,\hat{\jmath})$	3. K
S. $\vec{r}(t) = \alpha t\,\hat{\imath} + \frac{\beta}{2}t^2\,\hat{\jmath}$	4. U
	5. E

(A) P → 1, 2, 3, 4, 5; Q → 2, 5; R → 2, 3, 4, 5; S → 5

(B) P → 1, 2, 3, 4, 5; Q → 3, 5; R → 2, 3, 4, 5; S → 2, 5

(C) P → 2, 3, 4; Q → 5; R → 1, 2, 4; S → 2, 5

(D) P → 1, 2, 3, 5; Q → 2, 5; R → 2, 3, 4, 5; S → 2, 5

Prepp Your Personal Exam Guide

Your Personal Exams Guide

JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 2
PART II- CHEMISTRY

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+3** यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर (*उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प*) +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

Q.1 संकुल $[Co(en)(NH_3)_3(H_2O)]^{3+}$ (en = $H_2NCH_2CH_2NH_2$) के विषय में सही विकल्प है (हैं)

(A) इसके दो ज्यामितीय समावयव (geometrical isomers) होते हैं

(B) इसके तीन ज्यामितीय समावयव होंगे यदि द्विदंतुर (bidentate) 'en' को दो सायनाइड लिगन्डों (cyanide ligands) से बदला जाए

(C) यह अनुचुम्बकीय (paramagnetic) है

(D) यह $[Co(en)(NH_3)_4]^{3+}$ की तुलना में लंबी तरंग-दैर्घ्य (wavelength) का प्रकाश अवशोषित करता है

Q.2 अलग से लिए गए Mn^{2+} और Cu^{2+} के नाइट्रेट लवणों के विभेदन के लिए सही विकल्प है (हैं)

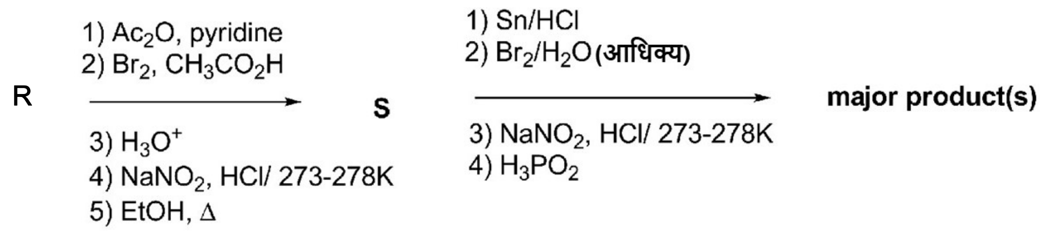
(A) ज्वाला परीक्षण (flame test) में Mn^{2+} अभिलक्षणिक (characteristic) हरा रंग दिखाता है

(B) अम्लीय माध्यम में H_2S प्रवाहित करने पर केवल Cu^{2+} अवक्षेप का बनना दिखाता है

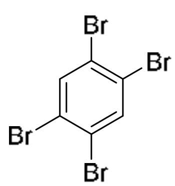
(C) हल्के क्षारकीय माध्यम में H_2S प्रवाहित करने पर केवल Mn^{2+} अवक्षेप का बनना दिखाता है

(D) Cu^{2+}/Cu का अपचयन विभव (reduction potential) Mn^{2+}/Mn से उच्चतर है (समरूप अवस्था पर मापा गया)

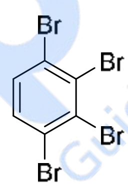
Q.3 ऐनिलिन मिश्र अम्ल (सान्द्र HNO_3 तथा सान्द्र H_2SO_4) के साथ 288 K पर अभिक्रिया करके **P** (51%), **Q** (47%) और **R** (2%) देता है | निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों का(के) मुख्य उत्पाद (major product(s)) है (हैं)



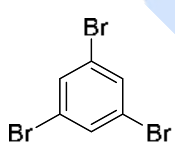
(A)



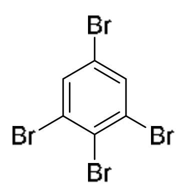
(B)



(C)

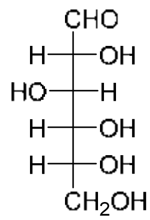


(D)



Prepp Your Personal Exam Guide

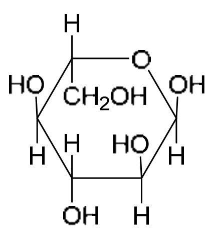
Q.4 D-ग्लूकोस का फिशर प्रस्तुतीकरण (Fischer presentation) नीचे दिया गया है |



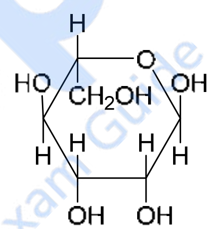
D-ग्लूकोस

β-L-ग्लूकोपाइरैनोस (β-L-glucopyranose) की सही संरचना (संरचनाएँ) है (हैं)

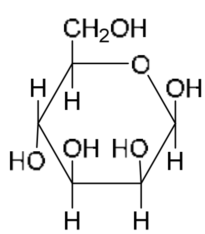
(A)



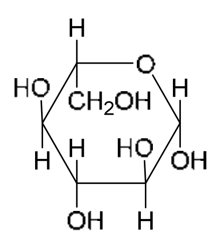
(B)



(C)



(D)

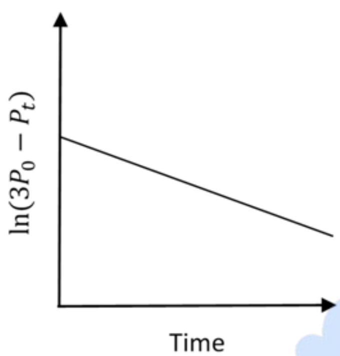


Your Personal Exams Guide

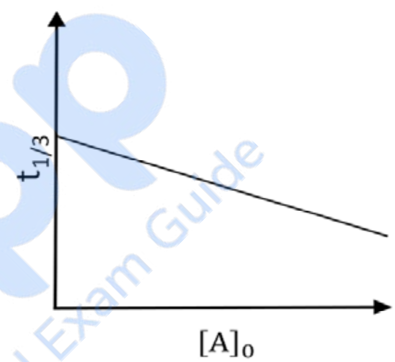
Q.5 स्थिर आयतन एवं 300 K पर एक प्रथम कोटि की अभिक्रिया A(g) → 2B(g) + C(g) के लिए, प्रारंभ (t = 0) और समय t पर संपूर्ण दाब क्रमशः P_0 और P_t हैं | शुरू में सिर्फ A, $[A]_0$ सांद्रता के साथ उपस्थित है, और A के आंशिक दाब (partial pressure) को प्रारंभिक मूल्य (initial value) के 1/3 तक पहुचने का समय $t_{1/3}$ है | सही विकल्प है (हैं)

(मान ले कि ये सारी गैसें आदर्श गैसों जैसा व्यवहार करती हैं)

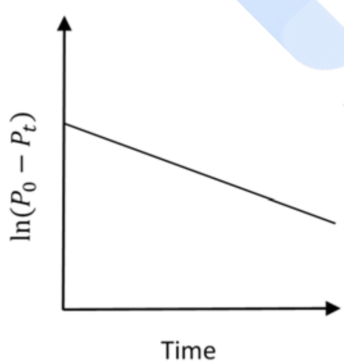
(A)



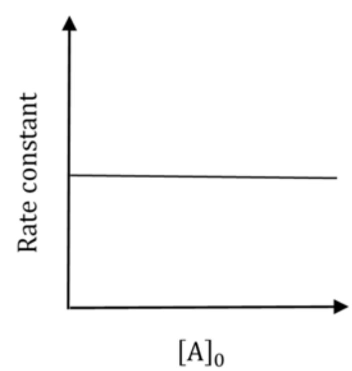
(B)



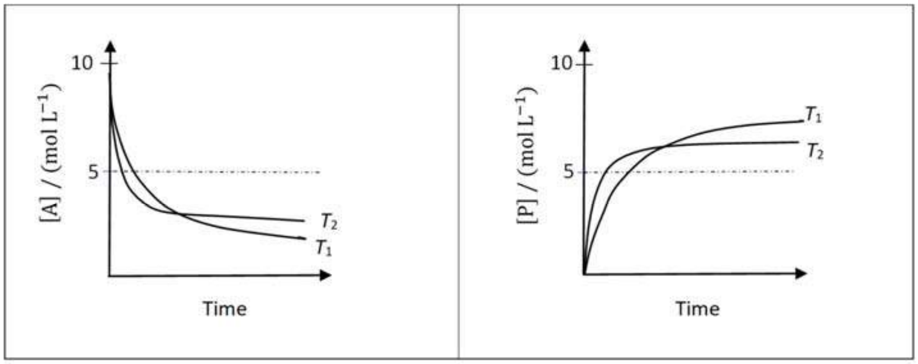
(C)



(D)



Q.6 अभिक्रिया A ⇌ P के लिए, [A] और [P] के समय के साथ तापमान T_1 और T_2 पर आलेख नीचे दिए गए हैं



यदि $T_2 > T_1$, तो सही प्रकथन है (हैं)

($\Delta H^\ominus$ और $\Delta S^\ominus$ को तापमान निर्भरता से स्वतंत्र मानिये और T_1 पर ln(K) तथा T_2 पर ln(K) का अनुपात T_2/T_1 से अधिक है| यहाँ H, S, G और K, क्रमशः एन्थैल्पी, एन्ट्रापी, गिब्ज (Gibbs) ऊर्जा और साम्यावस्था स्थिरांक हैं|)

(A) $\Delta H^\ominus < 0$, $\Delta S^\ominus < 0$

(B) $\Delta G^\ominus < 0$, $\Delta H^\ominus > 0$

(C) $\Delta G^\ominus < 0$, $\Delta S^\ominus < 0$

(D) $\Delta G^\ominus < 0$, $\Delta S^\ominus > 0$

Prepp Your Personal Exams Guide

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7 नीचे दिए गए अणुओं में से, कम से कम एक सेतुबंध (bridging) ऑक्सो समूह वाले यौगिकों की कुल संख्या ____ है|

N_2O_3, N_2O_5, P_4O_6, P_4O_7, $H_4P_2O_5$, $H_5P_3O_{10}$, $H_2S_2O_3$, $H_2S_2O_5$

Q.8 उच्च तापमान पर हवा के प्रवाह से गलेना (Galena) (एक अयस्क) का आंशिक ऑक्सीकरण होता है | कुछ समय बाद हवा का प्रवाह बंद कर दिया गया, किन्तु बंद भट्टी को गरम करना चालू रखा गया ताकि अंतर्वस्तुओं (contents) का स्वयं-अपचयन (self-reduction) हो | O_2 के प्रति kg ग्रहण पर उत्पादित Pb का (kg में) भार है ____ |

(परमाणु भार g mol^{-1} में: O = 16, S = 32, Pb = 207)

Prepp
Your Personal Exams Guide

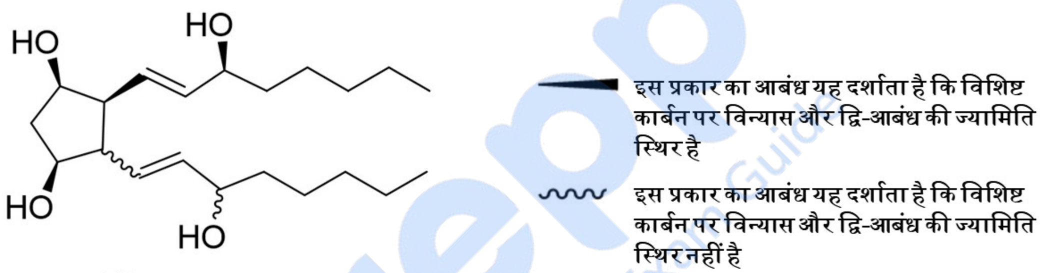
Q.9 एक जलीय विलयन में घुलित $MnCl_2$ की मात्रा के मापन के लिए, इसे अभिक्रिया

$MnCl_2 + K_2S_2O_8 + H_2O \rightarrow KMnO_4 + H_2SO_4 + HCl$ (समीकरण संतुलित नहीं है)

के अनुसार पूर्णतया $KMnO_4$ में परिवर्तित किया गया | सान्द्र HCl की कुछ बूँदें इस विलयन में डाली गयी और उसे हल्के से गरम किया गया | आगे, परमैंगनैट आयन का रंग गायब होने तक ओक्सालिक अम्ल (225 mg) को अंशों में डाला गया | प्रारंभिक विलयन में $MnCl_2$ की मात्रा (mg में) _____ है |

(परमाणु भार g mol^{-1} में: Mn = 55, Cl = 35.5)

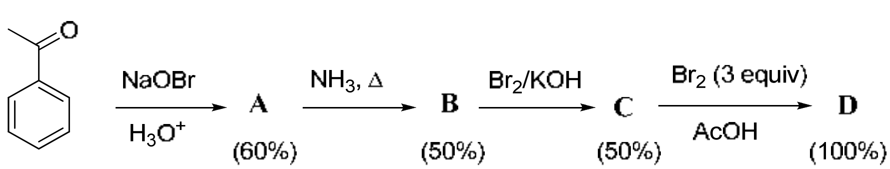
Q.10 दिए गए यौगिक X के लिए ध्रुवण घूर्णक त्रिविम समावयवीयों (optically active stereoisomers) की संपूर्ण संख्या ____ है|



X

Q.11 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में, ऐसीटोफ़ीनॉन के 10 मोल से प्राप्त D की बनी मात्रा (ग्राम में) ____ है|

(दिया गया है, परमाणु भार g mol^{-1} में: H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Br = 80 | प्रत्येक चरण में उत्पाद की उपज (%) कोष्ठक में दी गयी है)



Q.12 कॉपर का पृष्ठ, कॉपर ऑक्साइड के बनने से मलिन होता है | कॉपर को 1250 K पर गरम करते समय ऑक्साइड बनने से रोकने के लिए नाइट्रोजन गैस का प्रवाह किया गया | किन्तु नाइट्रोजन गैस में 1 मोल % जलवाष्प का अपद्रव्य है | जलवाष्प कॉपर का नीचे दिए गए अभिक्रिया के अनुसार ऑक्सीकरण करता है :

$2Cu(s) + H_2O(g) \rightarrow Cu_2O(s) + H_2(g)$

1250 K पर ऑक्सीकरण रोकने के लिए H_2 का न्यूनतम आंशिक दाब (bar में) p_{H_2} चाहिए | $\ln(p_{H_2})$ का मान ____ है|

(दिया गया है, पूर्ण दाब = 1 bar, R (सार्वजनिक गैस नियतांक) = 8 J $K^{-1}mol^{-1}$, ln(10) = 2.3 ; Cu(s) और $Cu_2O(s)$ परस्पर अमिश्रणीय है |

1250 K पर: $2Cu(s) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow Cu_2O(s)$; $\Delta G^\theta = -78{,}000$ J mol^{-1}

$H_2(g) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$; $\Delta G^\theta = -1{,}78{,}000$ J mol^{-1}; G गिब्ज उर्जा है)

Q.13 निम्नलिखित उत्क्रमणीय अभिक्रिया (reversible reaction) पर विचार करें |

$$A(g) + B(g) \rightleftharpoons AB(g)$$

प्रतीप अभिक्रिया (backward reaction) की सक्रियण ऊर्जा (activation energy) अग्र अभिक्रिया (forward reaction) की सक्रियण ऊर्जा से $2RT$ (J mol^{-1} में) अधिक है | यदि अग्र अभिक्रिया का पूर्व चरघातांकी गुणक (pre-exponential factor) प्रतीप अभिक्रिया के पूर्व चरघातांकी गुणक से 4 गुणा है, तो 300 K पर अभिक्रिया के ΔG^θ (J mol^{-1} में) का निरपेक्ष (absolute) मान ____ है|

(दिया गया है, ln(2) = 0.7, 300 K पर RT = 2500 J mol^{-1}, G गिब्ज उर्जा है)

Q.14 एक वैद्युतरासायनिक सेल: A(s) | A^{n+} (aq, 2 M) || B^{2n+} (aq, 1 M) | B(s) पर विचार कीजिए | 300 K पर सेल अभिक्रिया के $\Delta H^{\ominus}$ का मूल्य उसके $\Delta G^{\ominus}$ से दुगना है | यदि सेल का emf शून्य है, तो 300 K पर सेल अभिक्रिया में B के प्रति मोल बनने के लिये $\Delta S^{\ominus}$ (J K^{-1} mol^{-1} में) का मान ____ है|

(दिया गया है, ln(2) = 0.7, R (सार्वजनिक गैस नियतांक) = 8.3 J K^{-1} mol^{-1} | H, S और G, क्रमशः एन्थैल्पी, एन्ट्रापी और गिब्ज (Gibbs) ऊर्जा हैं|)

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न में **दो (02)** सुमेलन सूचियाँ (matching lists) हैं: **सूची – I** और **सूची – II** |
- **सूची – I** और **सूची – II** के तत्त्वों के सुमेलानो को दर्शाते हुए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही सुमेलन प्रदर्शित करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही सुमेलन प्रदर्शित करने वाले विकल्प को चुनें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.15 सूची-I (List-I) के प्रत्येक संकर कक्षक (hybrid orbitals) के सेट को सूची-II (List-II) में दिए गए संकुल (संकुलों) के साथ सुमेल करें |

List-I	List-II
P. dsp^2	1. $[FeF_6]^{4-}$
Q. sp^3	2. $[Ti(H_2O)_3Cl_3]$
R. sp^3d^2	3. $[Cr(NH_3)_6]^{3+}$
S. d^2sp^3	4. $[FeCl_4]^{2-}$
	5. $Ni(CO)_4$
	6. $[Ni(CN)_4]^{2-}$

सही विकल्प है

(A) P → 5; Q → 4,6; R → 2,3; S → 1

(B) P → 5,6; Q → 4; R → 3; S → 1,2

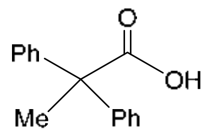
(C) P → 6; Q → 4,5; R → 1; S → 2,3

(D) P → 4,6; Q → 5,6; R → 1,2; S → 3

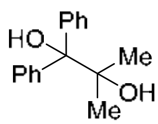
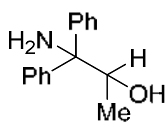
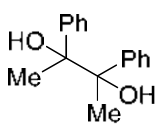
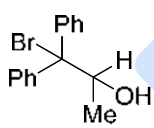
Your Personal Exams Guide

Q.16 सूची-I (List-I) की अभिक्रियाओं के मुख्य उत्पाद का सूची-II (List-II) में दिए गए एक या अनेक सुयोग्य अभिकारकों के साथ अभिक्रिया करने पर इच्छित उत्पाद X बनाया जा सकता है |

(दिया गया, अभिगामी अभिवृत्ति (migratory aptitude) का क्रम: ऐरिल > ऐल्किल > हाइड्रोजन)



X

LIST-I		LIST-II
P. 	+ H_2SO_4	1. I_2, NaOH
Q. 	+ HNO_2	2. $[Ag(NH_3)_2]OH$
R. 	+ H_2SO_4	3. Fehling solution
S. 	+ $AgNO_3$	4. HCHO, NaOH
		5. NaOBr

सही विकल्प है

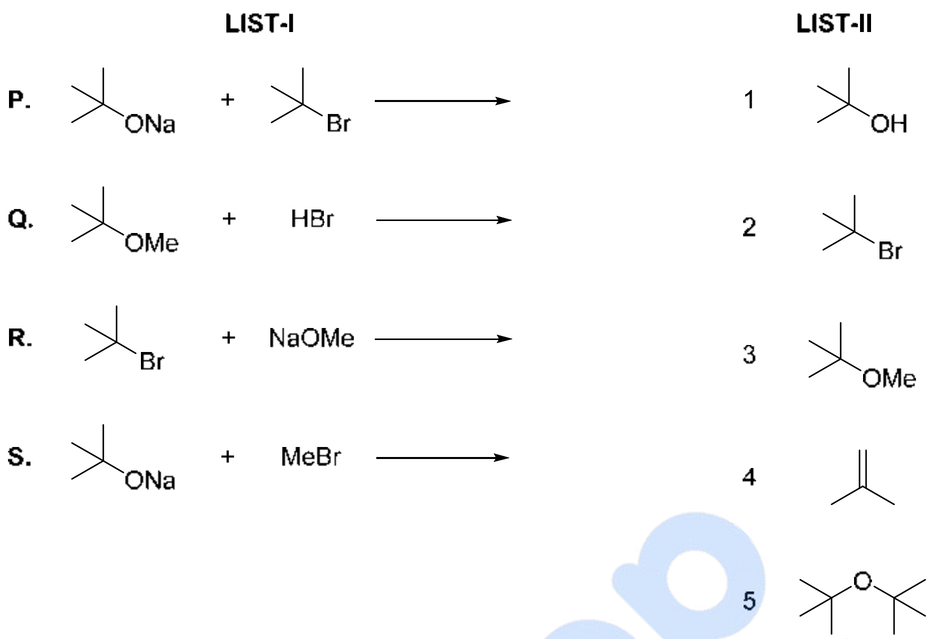
(A) P → 1; Q → 2,3; R → 1,4; S → 2,4

(B) P → 1,5; Q → 3,4; R → 4,5; S → 3

(C) P → 1,5; Q → 3,4; R → 5; S → 2,4

(D) P → 1,5; Q → 2,3; R → 1,5; S → 2,3

Q.17 सूची-I (List-I) में अभिक्रियायें हैं और सूची-II (List-II) में मुख्य उत्पाद हैं |



सूची-I की प्रत्येक अभिक्रिया का सूची-II के एक या अनेक उत्पादों के साथ सुमेल करें और सही विकल्प चुनें |

(A) P → 1,5; Q → 2; R → 3; S → 4

(B) P → 1,4; Q → 2; R → 4; S → 3

(C) P → 1,4; Q → 1,2; R → 3,4; S → 4

(D) P → 4,5; Q → 4; R → 4; S → 3,4

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q.18 सूची-I (List-I) में अलग अलग जलीय विलयनों का जल के साथ तनुकरण करने के प्रक्रम दिए गए हैं | विलयन के तनुकरण से $[H^+]$ पर हुए प्रभाव सूची-II (List-II) में दिए गए हैं |

(ध्यान दें, दुर्बल अम्ल और दुर्बल क्षार की वियोजन मात्रा (α) (degree of dissociation) << 1 है; लवण के जल-अपघटन की मात्रा (degree of hydrolysis of salt) <<1 है; $[H^+]$, H^+ आयनों की सांद्रता को निरूपित करता है)

List-I	List-II
P. (0.1 M NaOH का 10 mL + 0.1 M एसिटिक अम्ल का 20 mL) का 60 mL तक तनुकरण	**1.** तनुकरण करने पर $[H^+]$ के मान में कोई बदलाव नहीं होता है
Q. (0.1 M NaOH का 20 mL + 0.1 M एसिटिक अम्ल का 20 mL) का 80 mL तक तनुकरण	**2.** तनुकरण करने पर $[H^+]$ का मान बदलकर इसके प्रारंभिक मान का आधा होता है
R. (0.1 M HCl का 20 mL + 0.1 M अमोनिया विलयन का 20 mL) का 80 mL तक तनुकरण	**3.** तनुकरण करने पर $[H^+]$ का मान बदलकर इसके प्रारंभिक मान का दो गुणा होता है
S. 10 mL $Ni(OH)_2$ का संतृप्त विलयन (saturated solution) जो आधिक्य ठोस $Ni(OH)_2$ के साथ साम्यावस्था में है, उसका 20 mL तक तनुकरण किया गया (ठोस $Ni(OH)_2$ तनुकरण के पश्चात भी उपस्थित है)|	**4.** तनुकरण करने पर $[H^+]$ का मान बदलकर इसके प्रारंभिक मान का $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुणा होता है
	5. तनुकरण करने पर $[H^+]$ का मान बदलकर इसके प्रारंभिक मान का $\sqrt{2}$ गुणा होता है

सूची-I में दिए गए प्रत्येक प्रक्रम को सूची-II में दिए गए एक या अनेक प्रभाव (प्रभावों) के साथ सुमेल करें| सही विकल्प है

(A) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 2; R \rightarrow 3; S \rightarrow 1$

(B) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 2; S \rightarrow 3$

(C) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 4; R \rightarrow 5; S \rightarrow 3$

(D) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 5; R \rightarrow 4; S \rightarrow 1$

JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 2
PART III- MATHEMATICS

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+3** यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर* (उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प)* +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

Q.1 किसी भी धनात्मक पूर्णांक (positive integer) n के लिये, $f_n: (0,\infty) \to \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \sum_{j=1}^{n} \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+(x+j)(x+j-1)}\right) \text{ सभी } x \in (0,\infty) \text{ के लिये,}$$

के द्वारा परिभाषित है | (यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\tan^{-1}x$, $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ में मान धारण करता है |) तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) $\sum_{j=1}^{5} \tan^2(f_j(0)) = 55$

(B) $\sum_{j=1}^{10}\left(1+f_j'(0)\right)\sec^2(f_j(0)) = 10$

(C) किसी भी नियत (fixed) धनात्मक पूर्णांक n के लिये, $\lim_{x\to\infty} \tan\left(f_n(x)\right) = \frac{1}{n}$

(D) किसी भी नियत (fixed) धनात्मक पूर्णांक n के लिये, $\lim_{x\to\infty} \sec^2\left(f_n(x)\right) = 1$

Q.2 माना कि T, बिंदुओं $P(-2,7)$ और $Q(2,-5)$ से गुजरने वाली रेखा (line) है | माना कि F_1 उन सभी वृत्त युग्मों (pairs of circles) (S_1, S_2) का समुच्चय (set) है कि रेखा T, S_1 के बिंदु P पर और S_2 के बिंदु Q पर स्पर्शी (tangent) है तथा वृत्त S_1 व S_2 एक दूसरे को बिंदु, माना कि M, पर स्पर्श करते हैं | जब युग्म (S_1, S_2), F_1 में विचरित (varies) करता है तो माना कि समुच्चय (set) E_1, बिंदु M के बिंदुपथ (locus) को दर्शाता है | माना कि F_2 उन सरल रेखा-खण्डों (straight line segments) का समुच्चय है, जो बिंदु $R(1,1)$ से गुजरतीं हैं तथा E_1 के दो भिन्न बिंदुओं के युग्म (pair of distinct points) को जोड़तीं हैं | माना कि E_2, समुच्चय F_2 के रेखाखण्डों के मध्य बिंदुओं का समुच्चय है | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) बिंदु $(-2,7)$ समुच्चय E_1 में स्थित है

(B) बिंदु $\left(\frac{4}{5},\frac{7}{5}\right)$ समुच्चय E_2 में स्थित **नहीं** है

(C) बिंदु $\left(\frac{1}{2},1\right)$ समुच्चय E_2 में स्थित है

(D) बिंदु $\left(0,\frac{3}{2}\right)$ समुच्चय E_1 में स्थित **नहीं** है

Q.3 माना कि S उन सभी स्तम्भ आव्यूहों (column matrices) $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ का समुच्चय (set) है जिनके लिए $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ और वास्तविक चरों (real variables) वालें समीकरण निकाय (system of equations)

$$-x + 2y + 5z = b_1$$
$$2x - 4y + 3z = b_2$$
$$x - 2y + 2z = b_3$$

का कम से कम एक हल (solution) है | तब निम्नलिखित वास्तविक चरों वाले निकायों में से किस (कौन से) निकाय (निकायों) का भी प्रत्येक $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \in S$ के लिए कम से कम एक हल है?

(A) $x + 2y + 3z = b_1,\ 4y + 5z = b_2$ और $x + 2y + 6z = b_3$

(B) $x + y + 3z = b_1,\ 5x + 2y + 6z = b_2$ और $-2x - y - 3z = b_3$

(C) $-x + 2y - 5z = b_1,\ 2x - 4y + 10z = b_2$ और $x - 2y + 5z = b_3$

(D) $x + 2y + 5z = b_1,\ 2x + 3z = b_2$ और $x + 4y - 5z = b_3$

Q.4 ऐसी दो सरल रेखाओं (straight lines) पर विचार कीजिये, जिनमें से प्रत्येक, वृत्त (circle) $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ और परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ दोनों पर ही स्पर्शी (tangent) है | माना कि ये रेखाएं बिंदु Q पर प्रतिच्छेद (intersect) करती हैं | एक ऐसे दीर्घवृत्त (ellipse) पर विचार कीजिये जिसका केंद्र (centre) मूलबिंदु (origin) $O(0,0)$ पर है और जिसका अर्ध-दीर्घाक्ष (semi-major axis) OQ है | यदि इस दीर्घवृत के लघु अक्ष (minor axis) की लम्बाई $\sqrt{2}$ है, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता (eccentricity) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ है और नाभिलम्ब जीवा (latus rectum) की लम्बाई 1 है

(B) दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता $\frac{1}{2}$ है और नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई $\frac{1}{2}$ है

(C) रेखाओं $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ व $x = 1$ के बीच दीर्घवृत्त द्वारा परिबद्ध (bounded) क्षेत्र (region) का क्षेत्रफल (area) $\frac{1}{4\sqrt{2}}(\pi - 2)$ है

(D) रेखाओं $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ व $x = 1$ के बीच दीर्घवृत्त द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{1}{16}(\pi - 2)$ है

Q.5 माना कि s, t, r शून्येत्तर (non-zero) सम्मिश्र संख्यायें (complex numbers) हैं और L समीकरण (equation) $sz + t\bar{z} + r = 0$ के हलों (solutions) $z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R},\ i = \sqrt{-1})$ का समुच्चय है, जहाँ $\bar{z} = x - iy$ | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) यदि L में ठीक एक अवयव (element) है, तब $|s| \neq |t|$

(B) यदि $|s| = |t|$, तब L में अनन्त (infinitely many) अवयव हैं

(C) $L \cap \{z : |z - 1 + i| = 5\}$ में अवयवों की अधिकतम संख्या 2 है

(D) यदि L में एक से ज्यादा अवयव हैं, तब L में अनन्त अवयव हैं

Q.6 माना कि $f:(0,\pi)\to\mathbb{R}$ एक ऐसा द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन (function) है कि

$$\lim_{t\to x}\frac{f(x)\sin t-f(t)\sin x}{t-x}=\sin^2 x \text{ सभी } x\in(0,\pi) \text{ के लिये |}$$

यदि $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\pi}{12}$, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4\sqrt{2}}$

(B) $f(x)<\frac{x^4}{6}-x^2$ सभी $x\in(0,\pi)$ के लिये

(C) एक ऐसे $\alpha\in(0,\pi)$ का अस्तित्व (existence) है जिसके लिये $f'(\alpha)=0$

(D) $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$

Prepp Your Personal Exam Guide

Your Personal Exams Guide

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Your Personal Exam Guide

Q.7 समाकल (integral)

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+\sqrt{3}}{((x+1)^2(1-x)^6)^{\frac{1}{4}}}\,dx$$

का मान है _____ |

Q.8 माना कि P, 3×3 कोटि (order) का एक ऐसा आव्यूह (matrix) है कि P की सभी प्रविष्टियाँ (entries) समुच्चय (set) $\{-1, 0, 1\}$ में से है | तब P के सारणिक (determinant) का अधिकतम संभावित मान (maximum possible value) है _____ |

Q.9 माना कि समुच्चय (set) X में ठीक 5 अवयव (elements) हैं और समुच्चय Y में ठीक 7 अवयव हैं | यदि X से Y में एकैकी फलनों (one-one functions) की संख्या α है और Y से X में आच्छादक (onto) फलनों की संख्या β है, तब $\frac{1}{5!}(\beta - \alpha)$ का मान है _____ |

Q.10 माना कि $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एक ऐसा अवकलनीय फलन (differentiable function) है जिसके लिये $f(0) = 0$ | यदि $y = f(x)$, अवकल समीकरण (differential equation)

$$\frac{dy}{dx} = (2 + 5y)(5y - 2)$$

को संतुष्ट करता है, तब $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ का मान है _____ |

Q.11 माना कि $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एक ऐसा अवकलनीय फलन (differentiable function) है जिसके लिये $f(0) = 1$, और जो सभी $x, y \in \mathbb{R}$ के लिये समीकरण

$$f(x+y) = f(x)f'(y) + f'(x)f(y)$$

को संतुष्ट करता है | तब $\log_e(f(4))$ का मान है _____ |

Q.12 माना कि P प्रथम अष्टांश (first octant) में एक बिंदु है, जिसका समतल (plane) $x + y = 3$ में प्रतिबिम्ब (image) Q (अर्थात रेखाखण्ड PQ समतल $x + y = 3$ के लम्बवत है और PQ का मध्य बिंदु समतल $x + y = 3$ में स्थित है) z-अक्ष (axis) पर स्थित है | माना कि P की x-अक्ष से दूरी 5 है | यदि P का xy-समतल में प्रतिबिम्ब R है, तब PR की लम्बाई है _____ |

Q.13 प्रथम अष्टांश (first octant) में एक ऐसे घन (cube) पर विचार कीजिये, जिसकी भुजाओं (sides) OP, OQ और OR की लम्बाई 1 है और जो क्रमश: x-अक्ष (axis), y -अक्ष और z-अक्ष के अनुदिश (along) हैं, जहाँ $O(0,0,0)$ मूलबिंदु (origin) है | माना कि घन का केंद्र (centre) $S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ है, और शीर्ष (vertex) T मूलबिंदु O के सम्मुख (opposite) वाला वह शीर्ष है कि बिंदु S विकर्ण (diagonal) OT पर स्थित है | यदि $\vec{p} = \overrightarrow{SP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{SQ}$, $\vec{r} = \overrightarrow{SR}$ और $\vec{t} = \overrightarrow{ST}$, तब $|(\vec{p} \times \vec{q}) \times (\vec{r} \times \vec{t})|$ का मान है ___ |

Q.14 माना कि

$$X = \left({}^{10}C_1\right)^2 + 2\left({}^{10}C_2\right)^2 + 3\left({}^{10}C_3\right)^2 + \cdots + 10\left({}^{10}C_{10}\right)^2,$$

जहाँ ${}^{10}C_r$, $r \in \{1, 2, \ldots, 10\}$, द्विपद गुणांकों (binomial coefficients) को दर्शाते हैं | तब $\frac{1}{1430} X$ का मान है _____ |

Prepp Your Personal Exam Guide

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न में **दो (02)** सुमेलन सूचियाँ (matching lists) हैं: **सूची – I** और **सूची – II** |
- **सूची – I** और **सूची – II** के तत्त्वों के सुमेलानो को दर्शाते हुए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही सुमेलन प्रदर्शित करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही सुमेलन प्रदर्शित करने वाले विकल्प को चुनें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.15 माना कि $E_1 = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1 \text{ और } \frac{x}{x-1} > 0\right\}$

और $E_2 = \left\{x \in E_1 : \sin^{-1}\left(\log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)\right.$ एक वास्तविक संख्या (real number) है $\left.\right\}$

(यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\sin^{-1} x$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ में मान धारण करता है |)

माना कि फलन $f: E_1 \to \mathbb{R}$, $f(x) = \log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)$ के द्वारा परिभाषित है

और फलन $g: E_2 \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sin^{-1}\left(\log_e\left(\frac{x}{x-1}\right)\right)$ के द्वारा परिभाषित है |

सूची – I	सूची – II
P. f का परिसर (range) है	**1.** $\left(-\infty, \frac{1}{1-e}\right] \cup \left[\frac{e}{e-1}, \infty\right)$
Q. g के परिसर में समाहित (contained) है	**2.** $(0, 1)$
R. f के प्रान्त (domain) में समाहित है	**3.** $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
S. g का प्रान्त है	**4.** $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
	5. $\left(-\infty, \frac{e}{e-1}\right]$
	6. $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{e}{e-1}\right]$

दिए हुए विकल्पों मे से सही विकल्प है:

(A) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 1

(B) P → 3; Q → 3; R → 6; S → 5

(C) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 6

(D) P → 4; Q → 3; R → 6; S → 5

Q.16 एक हाई स्कूल (high school) में, 6 बालकों M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6 और 5 बालिकाओं G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 के समूह (group) में से एक समिति (committee) बनाई जानी है |

(i) माना कि α_1 समिति को इस प्रकार से बनानें के तरीकों (ways) की कुल संख्या है कि समिति में 5 सदस्य हैं, जिनमें से ठीक (exactly) 3 बालक और 2 बालिकाएं हैं |

(ii) माना कि α_2 समिति को इस प्रकार से बनानें के तरीकों की कुल संख्या है कि समिति में कम से कम (at least) 2 सदस्य हैं, और बालकों और बालिकाओं की संख्या बराबर (equal) है |

(iii) माना कि α_3 समिति को इस प्रकार से बनानें के तरीकों की कुल संख्या है कि समिति में 5 सदस्य हैं, जिनमें से कम से कम 2 बालिकाएं हैं |

(iv) माना कि α_4 समिति को इस प्रकार से बनानें के तरीकों की कुल संख्या है कि समिति में 4 सदस्य हैं, जिनमें से कम से कम 2 बालिकाएं हैं और M_1 व G_1 समिति में एक साथ **नहीं** हैं |

सूची – I	**सूची – II**
P. α_1 का मान है	**1.** 136
Q. α_2 का मान है	**2.** 189
R. α_3 का मान है	**3.** 192
S. α_4 का मान है	**4.** 200
	5. 381
	6. 461

दिए हुए विकल्पों मे से सही विकल्प है:

(A) P → 4; Q → 6; R → 2; S → 1

(B) P → 1; Q → 4; R → 2; S → 3

(C) P → 4; Q → 6; R → 5; S → 2

(D) P → 4; Q → 2; R → 3; S → 1

Prepp Your Personal Exam Guide

Q.17 माना कि $H: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, जहाँ $a > b > 0$, xy - समतल (plane) में एक ऐसा अतिपरवलय (hyperbola) है जिसका संयुग्मी अक्ष (conjugate axis) LM उसके एक शीर्ष (vertex) N पर 60^0 का कोण (angle) अंतरित (subtend) करता है | माना कि त्रिभुज (triangle) LMN का क्षेत्रफल (area) $4\sqrt{3}$ है |

सूची – I	सूची – II
P. H के संयुग्मी अक्ष की लम्बाई है	**1.** 8
Q. H की उत्केन्द्रता (eccentricity) है	**2.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$
R. H की नाभियों (foci) के बीच की दूरी है	**3.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$
S. H के नाभिलम्ब जीवा (latus rectum) की लम्बाई है	**4.** 4

दिए हुए विकल्पों मे से सही विकल्प है:

(A) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 3

(B) P → 4; Q → 3; R → 1; S → 2

(C) P → 4; Q → 1; R → 3; S → 2

(D) P → 3; Q → 4; R → 2; S → 1

Prepp Your Personal Exam Guide

Q.18 माना कि फलन $f_1: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_2: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f_3: \left(-1, e^{\frac{\pi}{2}} - 2\right) \to \mathbb{R}$ और $f_4: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ इस प्रकार परिभाषित हैं कि

(i) $f_1(x) = \sin\left(\sqrt{1 - e^{-x^2}}\right)$,

(ii) $f_2(x) = \begin{cases} \frac{|\sin x|}{\tan^{-1} x} & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$, जहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\tan^{-1} x$, $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ में मान धारण करता है,

(iii) $f_3(x) = [\sin(\log_e(x+2))]$; जहाँ $t \in \mathbb{R}$ के लिये, $[t]$, t से छोटा या t के बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer) को दर्शाता है,

(iv) $f_4(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$

सूची – I	**सूची – II**
P. फलन f_1	**1.** $x = 0$ पर संतत (continuous) **नहीं** है
Q. फलन f_2	**2.** $x = 0$ पर संतत है और $x = 0$ पर अवकलनीय (differentiable) **नहीं** है
R. फलन f_3	**3.** $x = 0$ पर अवकलनीय है और $x = 0$ पर इसका अवकलज (derivative) संतत **नहीं** है
S. फलन f_4	**4.** $x = 0$ पर अवकलनीय है और $x = 0$ पर इसका अवकलज संतत है

दिए हुए विकल्पों मे से सही विकल्प है:

(A) P → 2; Q → 3; R → 1; S → 4

(B) P → 4; Q → 1; R → 2; S → 3

(C) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 3

(D) P → 2; Q → 1; R → 4; S → 3

प्रश्न पत्र का अंत