

भाग A
SECTION A

Q1. (a) (i) तापक्रम 27°C पर तापीय संतुलन में एक कण की दे ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य λ है। यह किस तापमान पर $\frac{\lambda}{2}$ हो जाएगा?

(ii) एक प्रवक्त्रण $\frac{1}{2}$ कण का स्पिन फलन $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ द्वारा दिया गया है। कण के स्पिन-अप अवस्था में होने की प्रायिकता क्या है?

(i) The de Broglie wavelength of a particle in thermal equilibrium at a temperature of 27°C is λ . At what temperature will it be $\frac{\lambda}{2}$? ✓ 12*

(ii) The wave function of a spin $\frac{1}{2}$ particle is given by $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. What is the probability of finding the particle in the spin-up state? 5+5

(b) OH-मूलक (रेडिकल) का जड़त्व आघूर्ण $1.48 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$ है। $J = 6$ स्तर के लिए, उसके कोणीय वेग एवं कोणीय संवेग की गणना कीजिए। $J = 6 \rightarrow J = 7$ संक्रमण में अवशोषित ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

The OH-radical has a moment of inertia of $1.48 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$. For $J = 6$, calculate its angular velocity and angular momentum. Find the energy absorbed in the $J = 6 \rightarrow J = 7$ transition. 10

(c) एक स्टर्न-गर्लैच प्रयोग में, चुम्बकीय क्षेत्र z -दिशा में दूरी के साथ $\frac{dB_z}{dz} = 1.5 \text{ T/mm}$ के अनुसार विचरित होता है। अवन से आने वाले सिल्वर परमाणुओं की गति 725 m/s है। सिल्वर के परमाणु 3 cm की दूरी चुम्बक से होकर तब करते हैं। जब परमाणुओं के दो पुंज चुम्बक को छोड़ते हैं, तब उनके पृथक्करण की गणना कीजिए।

(दिया गया है : सिल्वर परमाणु का द्रव्यमान $= 1.8 \times 10^{-25} \text{ kg}$ और उसका चुम्बकीय आघूर्ण 1 बोर मैग्नेटोन है।)

In a Stern-Gerlach experiment, the magnetic field varies with distance in the z -direction according to $\frac{dB_z}{dz} = 1.5 \text{ T/mm}$. The speed of silver atoms coming from the oven is 725 m/s . Silver atoms travel a distance of 3 cm through the magnet. Calculate the separation of the two beams of atoms when they leave the magnet. 12*

[Given : The mass of a silver atom $= 1.8 \times 10^{-25} \text{ kg}$ and its magnetic moment is 1 Bohr magneton.] 10

- (d) यदि एक-विमीय (1-D) स्थिति एवं संवेग संकारकों को क्रमशः $\hat{x}$ एवं $\hat{p}$ से निरूपित किया जाता है, तो कम्यूटेटर $[\hat{x}^2, \cos(\hat{p})]$ की गणना कीजिए।

If the position and momentum operators in 1-D are represented by $\hat{x}$ and $\hat{p}$ respectively, calculate the commutator $[\hat{x}^2, \cos(\hat{p})]$.

10

- (e) हैमिल्टोनियन $H = ae^{bx}$ द्वारा वर्णित एक निकाय के आइगेनमान एवं आइगेनफलन ज्ञात कीजिए, जहाँ a, b स्थिरांक हैं एवं σ_x पाउली मैट्रिक्स $\vec{\sigma}$ का x-घटक है।

Find the eigenvalues and eigenfunctions of a system described by Hamiltonian $H = ae^{bx}$, where a, b are constants and σ_x is the x-component of Pauli matrix $\vec{\sigma}$.

10

- Q2. (a) एक कण एक-विमीय (1-D) सरल आवर्त दोलक के विभव, $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$ की आद्य (निम्नतम) अवस्था में है। कण की स्थिति अनिश्चितता की गणना कीजिए।

A particle is in the ground state of a 1-D simple harmonic oscillator potential, $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$. Calculate the position uncertainty of the particle.

12

- (b) (i) एक कण प्रसामान्यीकृत अवस्था ψ में है जो क्रमशः 10 eV एवं 30 eV की ऊर्जा आइगेनअवस्थाओं ψ_1 एवं ψ_2 का अध्यारोपण है। ψ अवस्था में कण की औसत ऊर्जा का मान 24 eV है। ψ अवस्था को ψ_1 एवं ψ_2 के पदों में ज्ञात कीजिए।

- (ii) अर्ध एक-विमीय (1-D) सरल आवर्त दोलक की अनुमत आइगेनऊर्जाओं को प्राप्त कीजिए जो हैमिल्टोनियन

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x), \text{ जहाँ}$$

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 & x \geq 0 \text{ के लिए} \\ \infty & x < 0 \text{ के लिए} \end{cases}$$

से परिभाषित है। इसकी आइगेनअवस्थाओं को पूर्ण एक-विमीय (1-D) दोलक की आइगेनअवस्थाओं के पदों में व्यक्त कीजिए।

- (i) A particle is in the normalized state ψ which is a superposition of the energy eigenstates ψ_1 and ψ_2 with energies 10 eV and 30 eV, respectively. The average value of the energy of the particle in the state ψ is 24 eV. Find the state ψ in terms of ψ_1 and ψ_2 .

- (ii) Obtain the allowed eigenenergies of the half 1-D simple harmonic oscillator defined by the Hamiltonian

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x), \text{ where}$$

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad \text{for } x \geq 0$$

$$= \infty \quad \text{for } x < 0$$

Express its eigenstates in terms of eigenstates of the full 1-D oscillator.

10+10

- (c) (i) इलेक्ट्रॉन अनुचुंबकीय अनुनाद (EPR) स्पेक्ट्रमिती में विद्युत-चुंबकीय स्पेक्ट्रम के सूक्ष्म तरंग क्षेत्र का उपयोग क्यों होता है, जबकि नाभिक चुंबकीय अनुनाद (NMR) में रेडियो तरंगों का उपयोग होता है ?

- (ii) लेम्ब शिफ्ट के प्रयोगात्मक प्रेक्षण को डिराक सिद्धांत द्वारा क्यों व्याख्यायित नहीं किया जा सकता है ?

- (i) Why does the electron paramagnetic resonance (EPR) spectroscopy utilize the microwave region of the electromagnetic spectrum, while nuclear magnetic resonance (NMR) uses radio waves ?

- (ii) Why can the experimental observation of the Lamb shift not be explained by the Dirac theory ?

7+8

- Q9.** (a) (i) एक परमाणु के एक उपकोश एवं कोश में अनुमत इलेक्ट्रॉनों की संख्या की गणना कीजिए।
 (ii) समझाएं कि पाउली का अपवर्जन सिद्धांत किस प्रकार एक बहु-इलेक्ट्रॉन निकाय में इलेक्ट्रॉनिक विन्यास को निर्धारित करने में सहायता करता है।
 (i) Calculate the number of permitted electrons in a sub-shell and a shell in an atom.
 (ii) Explain how Pauli's exclusion principle helps in determining the electronic configuration in a many-electron system. 8+12
- (b) (i) नाभिकीय चुम्बकीय अनुवाद (NMR) में विश्रुति प्रक्रिया इतनी महत्वपूर्ण क्यों है ?
 (ii) ^{12}C एवं ^{16}C नाभिक एनएमआर (NMR) के अध्ययन के लिए उपयुक्त क्यों नहीं हैं ?
 (i) Why is the relaxation process so important in nuclear magnetic resonance (NMR) ?
 (ii) Why are ^{12}C and ^{16}C nuclei not suitable for the study of NMR ? 10+5
- (c) (i) एक हाइड्रोजन परमाणु के तरंग फलन को $\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi)$ के रूप में लिखा जाता है। क्वांटम संख्याओं n, l, m की व्याख्या कीजिए एवं उनके परासों का उल्लेख कीजिए। दर्शाएं कि $\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi)$, n^2 समप्रग (डिजनरेट) है।
 (ii) हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन $\psi(r, \theta, \phi) = A R(r) \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi}$ अवस्था में पाया जाता है। इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का z -घटक ज्ञात कीजिए।
 (i) The wave function of a hydrogen atom is written as $\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi)$. Explain the quantum numbers n, l, m and mention their ranges. Show that $\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi)$ is n^2 degenerate.
 (ii) The electron in the hydrogen atom is found in the state $\psi(r, \theta, \phi) = A R(r) \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi}$. Find the z -component of angular momentum of the electron. 10+5

Q4. (a) (i) कंपनिक स्पेक्ट्रमिकी में तप्त बैंड्स (हॉट बैंड्स) क्या हैं ? इन्हें ऐसा क्यों कहा जाता है ?

- (ii) $^{14}\text{N}^{16}\text{O}$ के मूल एवं द्वितीय हार्मोनिक संक्रमणों को क्रमशः 1876.06 cm^{-1} एवं 3724.2 cm^{-1} पर अभिलेखित (रिकॉर्ड) किया जाता है। अणु की साम्यावस्था कंपन आवृत्ति, अप्रसंवादित स्थिरांक एवं शून्य-बिंदु ऊर्जा की गणना कीजिए।

[दिया गया है : ^{14}N का द्रव्यमान = $23.25 \times 10^{-27}\text{ kg}$,

^{16}O का द्रव्यमान = $26.56 \times 10^{-27}\text{ kg}$]

- (i) What are hot bands in vibrational spectroscopy ? Why are they called so ?

- (ii) The fundamental and 2nd harmonic transitions of $^{14}\text{N}^{16}\text{O}$ are recorded at 1876.06 cm^{-1} and 3724.2 cm^{-1} , respectively. Calculate the equilibrium vibrational frequency, the anharmonicity constant and the zero-point energy of the molecule.

[Given : Mass of ^{14}N = $23.25 \times 10^{-27}\text{ kg}$,

Mass of ^{16}O = $26.56 \times 10^{-27}\text{ kg}$]

8+7

- (b) एक m द्रव्यमान का कण, अनंत विभव के 1-D बॉक्स, जिसकी लम्बाई a है, की आद्य (निम्नतम) अवस्था में है। यदि बॉक्स की लम्बाई, कण के तरंग फलन में विचलन के बिना, सममितीय रूप से $2a$ कर दी जाती है, तो नए बॉक्स की आद्य अवस्था में कण के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A particle of mass m is in the ground state of a 1-D box of infinite potential of length a . If the length of the box is changed to $2a$ symmetrically without disturbing the wave function of the particle, find the probability that the particle will be in the ground state of the new box.

20

- (c) (i) समझाइए कि क्यों $J = 0 \rightarrow J = 1$ के लिए पूर्ण संक्रमण प्रायः अधिकतम तीव्रता का नहीं होता है।

- (ii) हाइड्रोजन (H_2) के स्पेक्ट्रम में प्रथम चार पूर्ण गमन रेखाओं की स्थितियों को ज्ञात कीजिए, यदि उसके आबंध की लम्बाई $0.742\text{ \AA}$ है। नाभिकीय प्रचक्रण का स्पेक्ट्रम पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

[दिया गया है : ^1H का द्रव्यमान = $1.673 \times 10^{-27}\text{ kg}$]

(i) Explain why the rotational transition $J = 0 \rightarrow J = 1$ is often not the most intense.

(ii) Find the positions of the first four rotational Raman lines in the spectrum of H_2 , if its bond length is $0.742 \text{ \AA}$. What will be the effect of nuclear spin on the spectrum?

[Given : Mass of $^1H = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$]

8+7

खण्ड B

SECTION B

- Q5. (a) क्या नाभिक के अन्दर न्यूक्लिऑन्स क्वांटम भौतिकी के नियमानुसार नियंत्रित होते हैं ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

Are the nucleons inside the nucleus governed by the laws of quantum physics ? Justify your answer.

10

- (b) दो-न्यूक्लिऑन परिवद्ध अवस्था की बंधन ऊर्जा एवं विराम द्रव्यमान ऊर्जा को क्रमशः B एवं Mc^2 द्वारा निरूपित किया गया है, जहाँ c प्रकाश की चाल है। इस परिवद्ध अवस्था को वियोजित करने के लिए आवश्यक एक फोटॉन की न्यूनतम ऊर्जा की B और Mc^2 के पदों में गणना कीजिए।

Binding energy and rest mass energy of a two-nucleon bound state are denoted by B and Mc^2 , respectively, where c is the speed of light. Calculate the minimum energy of a photon required to dissociate this bound state in terms of B and Mc^2 .

10

- (c) विराम द्रव्यमान M का एक नाभिक प्रारम्भ में उसकी आद्य (निम्नतम) अवस्था से ΔE ऊर्जा ऊपर की एक उत्तेजित अवस्था में है। नाभिक $h\nu$ ऊर्जा की γ -किरण उत्सर्जित करता है और आद्य अवस्था में संक्रमण करता है। नाभिक की ऊर्जा में आंशिक परिवर्तन की गणना कीजिए।

A nucleus of rest mass M is initially in an excited state whose energy is ΔE above its ground state. The nucleus emits a γ -ray of energy $h\nu$ and makes a transition to its ground state. Calculate the fractional change in energy for the nucleus.

10

- (d) (i) इलेक्ट्रॉन का प्रभावी द्रव्यमान क्या है ?
 (ii) किन भौतिक कारणों से इलेक्ट्रॉन का प्रभावी द्रव्यमान अनंत एवं ऋणात्मक हो सकता है ?
 (iii) संयोजकता बैंड के उच्चतम स्तर के समीप एक क्रिस्टल की ऊर्जा $E = -10^{-39} \text{ k}^2 \text{ Jm}^2$ दी गई है। एक इलेक्ट्रॉन, जिसका तरंग सदिश $10^{10} \hat{k}_x \text{ m}^{-1}$ है, को पूर्णतया भरे संयोजकता बैंड में एक कक्षक (ऑर्बिटल) से निकाला गया है। उसके प्रभावी द्रव्यमान एवं संवेग का मान निर्धारित कीजिए।

- (i) What is the effective mass of an electron ?
- (ii) What are the physical reasons that the effective mass of an electron can be infinite and negative ?
- (iii) The energy near the valence band edge of a crystal is given by $E = -10^{-39} k^2 \text{ Jm}^2$. An electron with wave vector $10^{10} \hat{k}_x \text{ m}^{-1}$ is removed from an orbital in the completely filled valence band. Determine its effective mass and momentum.

2+3+5

- (e) लंदन बन्धुओं द्वारा प्रस्तावित दो-तरल मॉडल की संक्षेप में व्याख्या कीजिए एवं अतिचालक पदार्थ में वेधन गहराई और सुपर-इलेक्ट्रॉनों की संख्या के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

Explain briefly the two-fluid model proposed by the London brothers and obtain the expressions for the penetration depth and the number of superelectrons in a superconducting specimen.

10

- Q6. (a) त्रिविमीय आवर्ती दोलक विभव को मानकर नाभिक के अन्दर न्यूक्लिऑनों के ऊर्जा स्तरों की व्याख्या कीजिए। साथ ही न्यूक्लिऑनों की शून्य-बिंदु ऊर्जा की व्युत्पत्ति कीजिए। उच्च मैजिक संख्या के नाभिकों के अस्तित्व की व्याख्या करने में यह अभिग्रहीत क्यों विफल रहा ?

By considering the three-dimensional harmonic oscillator potential, explain the energy levels of nucleons inside the nucleus. Also, derive the zero-point energy of nucleons. Why did this assumption fail to explain the existence of nuclei with higher magic number ?

20

- (b) एक नाभिक के संकुलन गुणांक 'f' और बंधन ऊर्जा ' E_b ' से आप क्या समझते हैं ? संकुलन गुणांक f बनाम द्रव्यमान संख्या (A) एवं बंधन ऊर्जा भिन्न $f_b \left(= \frac{E_b}{A} \right)$ बनाम द्रव्यमान संख्या (A) के आलेखों को रेखांकित कीजिए। आगे व्याख्या कीजिए कि f और f_b के A के साथ विचरण के आलेख एक दूसरे के पूरक दृष्टिकोण के हैं।

What do you understand by the packing fraction 'f' and the binding energy ' E_b ' of a nucleus ? Draw the graphs for packing fraction f versus mass number (A) and binding energy fraction $f_b \left(= \frac{E_b}{A} \right)$ versus mass number (A). Further, explain how the graphs of the variation of f and f_b with A have complementary approaches.

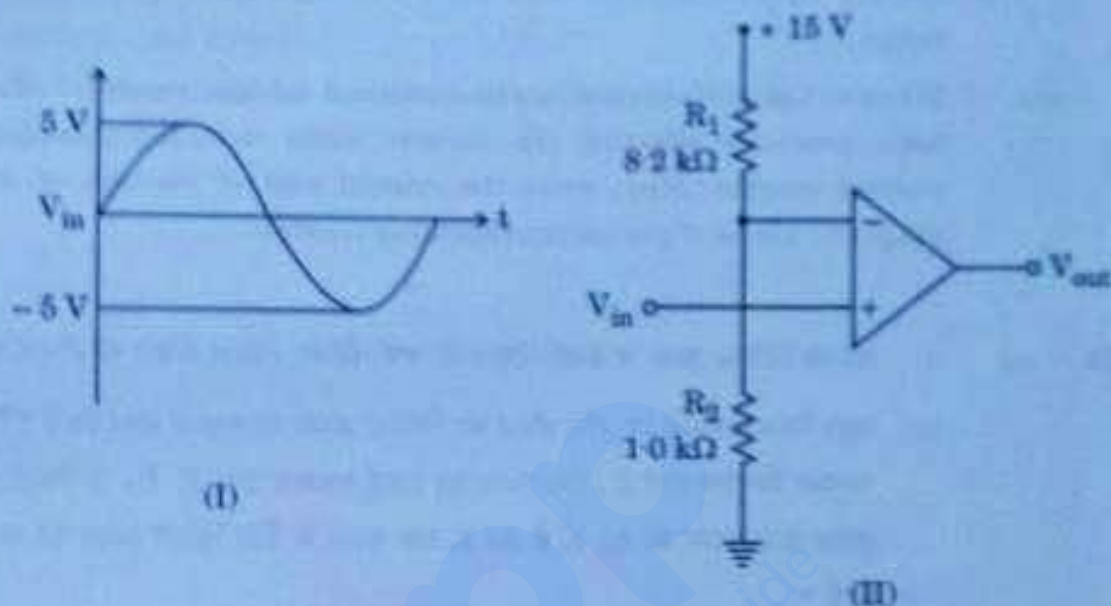
10

- (c) (i) X-किरण विवर्तन अध्ययनों में X-किरणों से समुचित दिक्विन्यास के साथ परमाण्वीय समतलों के लिए उद्भासन की संभाव्यता (प्रायिकता) को बढ़ाने की विभिन्न विधियाँ क्या हैं ?
- (ii) लाउए की विवर्तन विधि के सिद्धान्त एवं कार्यप्रणाली की व्याख्या कीजिए। लाउए घट्टियों (स्पॉट्स) की उत्पत्ति एवं लाउए के विवर्तन पैटर्न की उपयोगिता पर टिप्पणी कीजिए।
- (i) What are the different methods used to increase the probability of exposure for the atomic planes with right orientation to X-rays in the X-rays diffraction studies ?
- (ii) Explain the principle and working of the Laue's diffraction method. Comment on the origin of Laue spots and the utility of Laue's diffraction pattern.

5+15

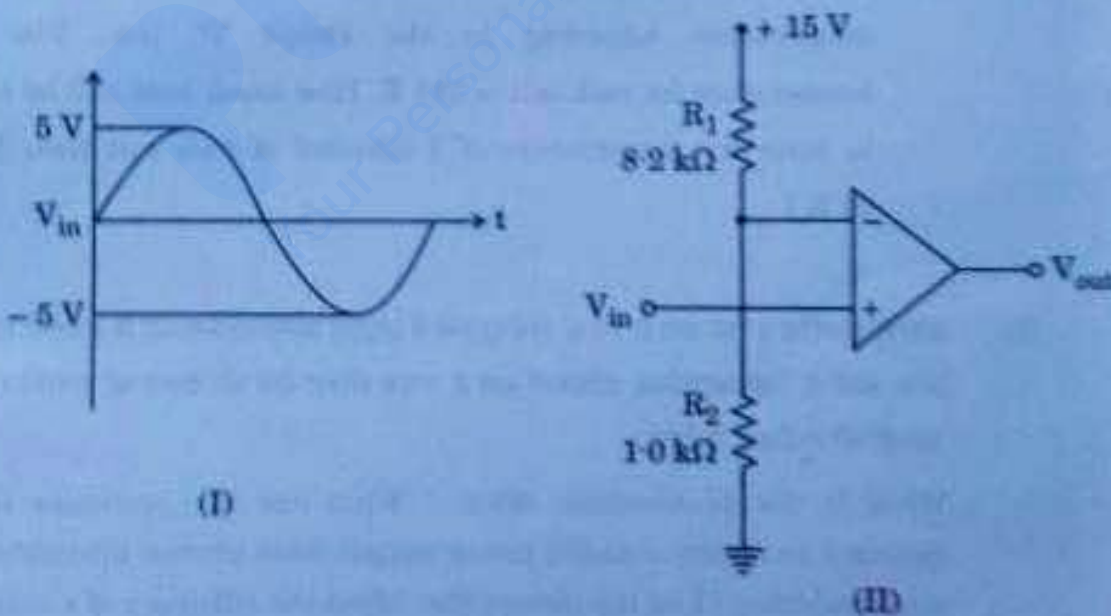
- Q7.** (a) (i) प्रतिचुम्बकत्व क्या है ? प्रतिचुम्बकीय पदार्थों की चुम्बकीय सुग्राहिता ऋणात्मक क्यों होती है ?
- (ii) प्रतिचुम्बकत्व के क्वांटम सिद्धान्त की सीमाओं की विवेचना कीजिए।
- (iii) चुम्बकीय सुग्राहिता को तापमान फलन के रूप में आरेखित कीजिए। आरेख को दर्शाने समय सापेक्षिक पैमानों (स्केल्स) का ध्यान रखें जिससे कि चुम्बकीय परिघटनाओं की सापेक्षिक शक्तियाँ प्रस्तुत हो सकें।
- (i) What is diamagnetism ? Why do diamagnetic materials have negative magnetic susceptibility ?
- (ii) Discuss the limitations of the quantum theory of diamagnetism.
- (iii) Draw a diagram of magnetic susceptibility as a function of temperature. Pay attention to the relative scales in your diagram so that the relative strengths of the magnetic phenomena are

- (b) आकृति (I) में दर्शाए गए निवेशी संकेत को तुल्यक (कम्पैरेटर) परिपथ में अनुप्रयुक्त किया गया है जो कि आकृति (II) में दिया गया है। निवेशी संकेत के साथ स्थापित संबंध दर्शाते हुए एक रेखाचित्र संरचित कीजिए। मान लीजिए कि op-amp के अधिकतम निवेश स्तर $\pm 12\text{ V}$ हैं।



The input signal as shown in Figure (I) is applied to the comparator circuit given in Figure (II). Make a sketch of the output signal showing its proper relationship to the input signal. Assume that the maximum output levels of the op-amp are $\pm 12\text{ V}$.

20



- (c) एक स्वयंचालित नाभिकीय रिएक्टर की क्रान्तिकता क्या है ? एक परिमित-आयाम के नाभिकीय रिएक्टर की नाभिकीय श्रृंखला अभिक्रियाओं को प्रभावित करने वाली मूल प्रक्रियाओं को लिखिए । विभिन्न आकारों के रिएक्टरों के क्रान्तिक आयाम को ज्यामितीय आकुंचन (बकलिंग) स्थिरांक के पदों में भी लिखिए ।

What is the criticality of a self-sustained nuclear reactor ? Write the basic processes affecting the nuclear chain reactions of a finite-size nuclear reactor. Also, write the critical size of reactors of different shapes in terms of geometrical buckling constant.

20

- Q8. (a) (i) जालक विशिष्ट ऊष्मा के डेबाई मॉडल की चर्चा कीजिए । डेबाई मॉडल की सीमाएँ क्या हैं ?
- (ii) बहुत निम्न तापक्रमों पर, रॉक सॉल्ट की विशिष्ट ऊष्मा तापमान के साथ डेबाई T^3 नियम के अनुसार विचरित होती है । रॉक सॉल्ट का डेबाई तापमान 281 K है । 2 किलो-मोल रॉक सॉल्ट के तापमान को 10 K से 50 K तक बढ़ाने के लिए कितनी ऊष्मा की आवश्यकता होगी ?

- (i) Discuss the Debye model of lattice specific heat. What are the limitations of the Debye model ?

- (ii) At very low temperatures, the specific heat of rock salt varies with temperature according to the Debye T^3 law. The Debye temperature for rock salt is 281 K. How much heat will be required to raise the temperature of 2 kilo-mol of rock salt from 10 K to 50 K ?

10+5

- (b) प्रकाश-वोल्टीय प्रभाव क्या है ? एक अर्धचालक में फोटोन अन्योन्यक्रियाओं से उपयोगी शक्ति निर्यात प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रक्रियाएँ क्या हैं ? एक सोलर सेल की दक्षता को प्रभावित करने वाले कारकों को सूचीबद्ध कीजिए ।

What is the photovoltaic effect ? What are the processes that are required to obtain a useful power output from photon interactions in a semiconductor ? List the factors that affect the efficiency of a solar cell.

15

- (c) बेरिऑन एवं मेसॉन के वर्गीकरण के लिए $SU(3)$ सममिति से आप क्या समझते हैं ?
बेरिऑन एवं मेसॉन के अष्टकों को उनके क्वाकों एवं एंटीक्वाकों के साथ सरेखित कीजिए ।

What do you understand by the $SU(3)$ symmetry for the classification of baryons and mesons ?

Draw the octets for baryons and mesons along with their quarks and antiquarks.

20