www.prepp.in

KVMS-B-STS

Civil Services (Main) Examination, 2026

सांख्यिकी / STATISTICS

प्रश्न-पत्र II / Paper II

निर्धारित समय : **तीन** घंटे
*Time Allowed : **Three** Hours*

अधिकतम अंक : **250**
*Maximum Marks : **250***

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें **आठ** प्रश्न हैं जो **दो खण्डों** में विभाजित हैं तथा **हिन्दी** और **अंग्रेज़ी** दोनों में छपे हुए हैं।

परीक्षार्थी को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशत: दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

*There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.*

*Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.*

*Questions no. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, any **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** question from each section.*

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer (QCA) Booklet must be clearly struck off.

Prepp
Your Personal Exams Guide

खण्ड A

SECTION A

Q1. (a) मान लीजिए कि किसी जनसंख्या में किसी व्यक्ति का उत्तरजीविता काल एक संकटग्रस्त दर θ के साथ चरघातांकीय है। प्रत्येक व्यक्ति की संकटग्रस्त दर θ संभावित रूप से भिन्न हो सकती है और इसको वेबुल बंटन से चयनित किया जाता है, जिसका प्रायिकता घनत्व फलन है :

$$f(\theta) = \frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}, 0 \le \theta < \infty$$

मान लीजिए कि इस जनसंख्या में से यादृच्छिक रूप से चुनी गई किसी व्यक्ति की जीवन अवधि X है।

(i) X का उत्तरजीविता फलन ज्ञात कीजिए।

(ii) X की संकटग्रस्त दर ज्ञात कीजिए। संकटग्रस्त दर का स्वरूप क्या है ?

Suppose that a given individual in a population has a survival time which is exponential with a hazard rate θ. Each individual's hazard rate θ is potentially different and is sampled from a Weibull distribution with probability density function :

$$f(\theta) = \frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\alpha}, 0 \le \theta < \infty$$

Let X be the life length of a randomly chosen individual of this population.

(i) Find the survival function of X.

(ii) Find the hazard rate of X. What is the shape of the hazard rate ? *4+2+4=10*

(b) निम्नलिखित आँकड़ों से, गुणों के लिए एक एकल प्रतिचयन योजना बनाइए :

A.Q.L. = 0·05

उत्पादक का जोखिम = 0·05

उपभोक्ता का जोखिम = 0·10

LTPD = 0·20

Construct a single sampling plan for attributes, given the following data :

A.Q.L. = 0·05

Producer's risk = 0·05

Consumer's risk = 0·10

LTPD = 0·20 *10*

(c) प्रतिदर्श आकार $n \le 5$, $5 < n \le 10$ और $n > 10$ के लिए $\bar{X}$, R और s चार्ट पर प्रतिदर्श आकार के प्रभाव का वर्णन कीजिए।

Describe the effect of sample size on $\bar{X}$, R and s charts for the sample sizes $n \le 5$, $5 < n \le 10$ and $n > 10$. *10*

Prepp
Your Personal Exams Guide

(d) तीन अवस्थाओं {1, 2, 3} वाले दिए गए संक्रमण प्रायिकता आव्यूह :

$$P = \begin{pmatrix} 0{\cdot}6 & 0{\cdot}3 & 0{\cdot}1 \\ 0{\cdot}2 & 0{\cdot}6 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}4 & 0{\cdot}4 & 0{\cdot}2 \end{pmatrix}$$

से $P(X_5 = 2 \mid X_3 = 3)$ और $P(X_3 = 1 \mid X_0 = 3)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Given a transition probability matrix with three states {1, 2, 3} as :

$$P = \begin{pmatrix} 0{\cdot}6 & 0{\cdot}3 & 0{\cdot}1 \\ 0{\cdot}2 & 0{\cdot}6 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}4 & 0{\cdot}4 & 0{\cdot}2 \end{pmatrix}$$

Find the value of $P(X_5 = 2 \mid X_3 = 3)$ and $P(X_3 = 1 \mid X_0 = 3)$. *10*

(e) SPSS (एस पी एस एस) सॉफ्टवेयर की प्रमुख विशेषताएँ क्या हैं ? यह R सॉफ्टवेयर की तुलना में कैसा है ?

What are the key features of SPSS software ? How does it compare to R software ? *10*

Q2. (a) (i) संचयी योग चित्र (CUSUM chart) की संरचना का वर्णन निर्णय अंतराल और संदर्भ मान के साथ कीजिए।

(ii) पी डी पी 11/70 के सी पी यू (CPU)-कैश-मुख्य मेमोरी उपप्रणाली के एक कार्यान्वयन में निम्नलिखित चिप प्रकार शामिल हैं :

चिप प्रकार	चिप्स की संख्या, n_i	प्रति चिप विफलता दर (विफलताओं की संख्या प्रति 10^6 घंटे), λ_i
SSI	1,202	0·1218
MSI	668	0·242
ROM	58	0·156
RAM	414	0·691
MOS	256	1·0602
BIP	2,086	0·1588

यह माना जाता है कि सभी प्रकार के चिप्स के विफल होने का समय चरघातांकी रूप से वितरित होता है, जिसकी विफलता दर (λ_i) ऊपर दर्शाई गई है। संपूर्ण प्रणाली को दोष-रहित होने के लिए सभी चिप्स दोष-रहित होना आवश्यक है।

(I) प्रणाली के विफल होने का समय ज्ञात कीजिए।

(II) प्रणाली का औसत जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

(III) इस बात की क्या प्रायिकता है कि प्रणाली 1,000 घंटे के उपयोग के बाद भी कार्य करती रहेगी ?

www.prepp.in

Prepp Your Personal Exams Guide

(i) Describe the construction of a CUSUM chart with Decision interval and Reference value. *10*

(ii) One implementation of the CPU-cache-main memory subsystem of the PDP 11/70 consists of the following chip types :

Chip type	Number of chips, n_i	Failure rate per chip (number of failures/10^6 hours), λ_i
SSI	1,202	0·1218
MSI	668	0·242
ROM	58	0·156
RAM	414	0·691
MOS	256	1·0602
BIP	2,086	0·1588

It is assumed that the times to failure of all chip types are exponentially distributed with the failure rates (λ_i) shown above. All the chips must be fault-free in order for the system as a whole to be fault-free.

(I) Find the system time-to-failure.

(II) Find the mean lifetime of the system.

(III) What is the probability that the system will still function after 1,000 hours of use ? *4+2+4=10*

(b) खेल के संबंध में मिनीमैक्स (अल्पमहिष्ठ) (minimax) मानदंड क्या है ? नीचे एक खेल से संबंधित भुगतान आव्यूह दिया गया है :

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	– 2	– 1	– 2	8
A_2	1	0	– 1	– 1
A_3	– 3	1	– 3	1

ज्ञात कीजिए कि खेल स्थिर है या नहीं । खेल की सर्वोत्तम रणनीतियाँ तथा खेल का मान भी ज्ञात कीजिए ।

What is the minimax criterion with respect to a game ? Given below is the payoff matrix corresponding to a game :

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	– 2	– 1	– 2	8
A_2	1	0	– 1	– 1
A_3	– 3	1	– 3	1

Determine whether the game is stable or not. Also, obtain the optimal strategies and the value of the game. *15*

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(c) (i) PQR रिटेल कंपनी के पास अपने एक उत्पाद के लिए निम्नलिखित आँकड़े उपलब्ध हैं :

D = 10,000 इकाइयाँ,

S = ₹ 20;

C = अधिग्रहण लागत ₹ 25 का 25%.

ज्ञात कीजिए :

(I) आर्थिक आदेश मात्रा, एवं

(II) कुल भंडार मूल्य।

(ii) एक कंपनी में 4 कर्मचारी और 4 नौकरियाँ (कार्य) हैं। प्रत्येक कर्मचारी कोई भी कार्य कर सकता है, लेकिन किसी कर्मचारी को कार्य आबंटन करने का मूल्य (₹ में) अलग-अलग है। इसे नीचे दी गई सारणी में दर्शाया गया है :

कर्मचारी \ कार्य	1	2	3	4
1	9	2	7	8
2	6	4	3	7
3	5	8	1	8
4	7	6	9	4

प्रत्येक कर्मचारी को ठीक एक ही कार्य इस प्रकार आबंटित कीजिए जिससे कि आबंटन का कुल मूल्य न्यूनतम हो।

(i) The PQR retail company has the following data available for one of its items :

D = 10,000 units,

S = ₹ 20;

C = 25% of the acquisition cost of ₹ 25.

Find :

(I) the economic order quantity, and

(II) the total inventory cost. 5

(ii) A company has 4 workers and 4 jobs. Each worker can perform any job, but the cost (in ₹) of assigning a worker to a job varies, as shown in the table given below :

Worker \ Job	1	2	3	4
1	9	2	7	8
2	6	4	3	7
3	5	8	1	8
4	7	6	9	4

Assign each worker to exactly one job such that the total cost of assignment is minimum. 10

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q3. (a) एकल प्रतिचयन योजना, जिसमें प्रतिदर्श आमाप 5, स्वीकृत संख्या c = 2 है, में यह मानते हुए कि प्रचय आमाप बहुत बड़ा है, आप प्रचालन अभिलक्षण वक्र (OC curve) कैसे बनाएँगे ? समझाइए।

How will you draw the OC curve for a single sampling plan with sample size 5, if the acceptance number is c = 2, assuming the lot size to be large ? Explain. *15*

(b) उत्पादन प्रक्रिया से प्रतिदिन 50 वस्तुओं के प्रतिदर्श की जाँच की गई। प्रत्येक प्रतिदर्श में पाए गए दोषों की संख्या निम्नलिखित थी :

6, 2, 5, 1, 2, 2, 3, 5, 3, 4, 12, 4, 4, 1, 3, 5, 4, 1, 4, 3, 5, 4, 2, 3.

उपयुक्त नियंत्रण चार्ट बनाइए और नियंत्रण की जाँच कीजिए। आगे के उपयोग के लिए आप किन नियंत्रण सीमाओं का सुझाव देंगे ?

Each day, a sample of 50 items from a production process was examined. The number of defectives found in each sample was as follows :

6, 2, 5, 1, 2, 2, 3, 5, 3, 4, 12, 4, 4, 1, 3, 5, 4, 1, 4, 3, 5, 4, 2, 3.

Draw a suitable control chart and check for control. What control limits would you suggest for subsequent use ? *15*

(c) (i) न्यूनतापूरक (शिथिल) चरों और अधिशेष चरों के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए। रैखिक प्रोग्रामन समस्या (एल पी पी) में इनका उपयोग कैसे किया जाता है, इस पर चर्चा कीजिए।

(ii) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (एल पी पी) को द्वैत सिम्प्लैक्स विधि से हल कीजिए :

$Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए

निम्न प्रतिबन्धों के अन्तर्गत :

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$
$$x_1 - x_3 \geq 0$$

और $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

(i) Distinguish between slack variables and surplus variables. Discuss how they are used in a linear programming problem. *5*

(ii) Use the dual simplex method to solve the following Linear Programming Problem (LPP) : *15*

Minimize $Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

subject to

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$
$$x_1 - x_3 \geq 0$$

and $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

Prepp
Your Personal Exams Guide

Q4. (a) (i) स्वीकृतिकरण प्रतिचयन में अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT) के सैद्धांतिक आधार की चर्चा कीजिए। यह समझाइए कि α तथा β जोखिमों को संतुष्ट करने के लिए स्वीकृत एवं अस्वीकृत संख्याओं का चयन कैसे किया जाता है।

(ii) दस इकाइयों का 200 घंटे तक परीक्षण किया गया। 50, 80, 120 और 150 घंटों पर विफलताएँ हुईं (4 विफलताएँ)। यह मानते हुए कि जीवनकाल टाइप-I सेंसरिंग (प्रथम प्रकार का सेंसरन) के साथ चरघातांकी रूप से बंटित है, $\hat{\lambda}$ का अधिकतम संभाविता आकलक (MLE) ज्ञात कीजिए, जहाँ λ विफलता दर को दर्शाता है।

(i) Discuss the theoretical basis of the sequential probability ratio test (SPRT) in acceptance sampling. Explain how acceptance and rejection numbers are chosen to satisfy α and β risks. *15*

(ii) Ten units are tested for 200 hours. Failures occur at 50, 80, 120, and 150 hours (4 failures). Assume that the lifetimes are exponentially distributed with type-I censoring. Find the MLE of $\hat{\lambda}$, where λ denotes the failure rate. *5*

(b) (i) परिवहन समस्या क्या है ? परिवहन समस्या का एक सामान्य गणितीय प्रतिरूप प्रस्तुत कीजिए।

(ii) निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल करने के लिए वोगेल की सन्निकटन विधि का उपयोग कीजिए :

वितरण केन्द्र

संयंत्र	D_1	D_2	D_3	D_4	क्षमता
P_1	2	3	11	7	6
P_2	1	0	6	1	1
P_3	5	8	15	9	10
माँग	7	5	3	2	

(i) What is a Transportation problem ? Give a general mathematical model of a transportation problem. *5*

(ii) Use Vogel's approximation method to solve the following transportation problem : *10*

Distribution Centre

Plant	D_1	D_2	D_3	D_4	Capacity
P_1	2	3	11	7	6
P_2	1	0	6	1	1
P_3	5	8	15	9	10
Demand	7	5	3	2	

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(c) (i) प्वासों प्रक्रिया को परिभाषित कीजिए और इसके कम-से-कम तीन अनुप्रयोग बताइए।

(ii) एक स्थानीय डाकघर में, एक विशेष सेवा एक व्यक्ति द्वारा संचालित की जाती है। एक विशेष दिन ग्राहकों के आगमन का प्रतिरूप प्वासों बंटन का अनुसरण करता है, जिसमें प्रति घंटे औसतन 10 लोग आते हैं। ग्राहकों को पहले आओ, पहले पाओ (FCFS) के आधार पर सेवा दी जाती है और सेवा देने में लगने वाला समय चरघातांकी रूप से बंटित होने का अनुमान है, जिसका औसत समय 4 मिनट है। ज्ञात कीजिए :

(I) प्रायिकता (कोई पंक्ति नहीं है)

(II) पंक्ति का औसत आकार

(III) पंक्ति में प्रतीक्षा का अनुमानित समय

(IV) प्रायिकता (ग्राहक को पंक्ति में 12 मिनट से भी कम समय बिताना पड़ेगा)

(i) Define a Poisson process and state at least three applications of the same. *5*

(ii) In a local post office, a particular service is operated by one person. The arrival pattern of customers on a particular day follows a Poisson distribution with a mean arrival rate of 10 people per hour. Customers are served on a First-Come, First-Served (FCFS) basis and the service time is estimated to be exponentially distributed with an average time of 4 minutes. Determine :

(I) Probability (there is no queue)

(II) The average size of the queue

(III) The expected waiting time in the queue

(IV) Probability (a customer will spend less than 12 minutes in the queue) *10*

www.prepp.in
Prepp
Your Personal Exams Guide

खण्ड B

SECTION B

Q5. (a) निम्नलिखित युगपत् समीकरण निकाय के लिए द्वि-चरण न्यूनतम वर्ग (2SLS) आकलन विधि की व्याख्या कीजिए :

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$
$$Y_t = C_t + Z_t$$

जहाँ

C = कुल उपभोग व्यय

Y = राष्ट्रीय आय

Z = ग़ैर-उपभोग व्यय

u_t = एक प्रसंभाव्य (स्टोकैस्टिक) चर

Explain the 2-stage least squares (2SLS) method of estimation for the following simultaneous equation systems :

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$
$$Y_t = C_t + Z_t$$

where

C = Aggregate consumption expenditure

Y = National income

Z = Non-consumption expenditure

u_t = A stochastic variable *10*

(b) विषम विचालिता की उपस्थिति का पता लगाने की विधियों पर चर्चा कीजिए। इसे पहचानने के लिए गोल्डफैल्ड-क्वांट (Goldfeld-Quandt) परीक्षण की व्याख्या उन मान्यताओं के साथ कीजिए जो इस परीक्षण के उपयोग के लिए आवश्यक हैं।

Discuss methods of detecting the presence of heteroscedasticity. Explain the Goldfeld-Quandt test for detecting it, stating the assumptions required to apply this test. *10*

(c) सामान्य रैखिक प्रतिरूप

$$\mathbf{Y} = X\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

जहाँ $\mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I_n)$

के लिए, $\boldsymbol{\beta}$ का अधिकतम संभाविता आकलक (MLE) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ज्ञात कीजिए। आगे मान लीजिए $\mathbf{e} = (\mathbf{Y} - X\hat{\boldsymbol{\beta}})$ और आव्यूह X का क्रम (ऑर्डर) $n \times k$ है तथा X का रैंक $k < n$ है। यदि $\mathbf{e}'\mathbf{e} = \mathbf{u}'M\mathbf{u}$, जहाँ $M = (I - X(X'X)^{-1}X')$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\sigma^2}$, (n – k) स्वातन्त्र्य कोटि के साथ काई-वर्ग बंटन का अनुसरण करता है।

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

For the General Linear Model

$$\mathbf{Y} = X\beta + \mathbf{u}$$

where $\mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I_n)$

obtain the Maximum Likelihood Estimator (MLE) $\hat{\beta}$ of β. Further, let $\mathbf{e} = (\mathbf{Y} - X\hat{\beta})$, and X is a matrix of order $n \times k$ with rank of X, $k < n$. If $\mathbf{e}'\mathbf{e} = \mathbf{u}'M\mathbf{u}$, where $M = (I - X(X'X)^{-1}X')$, show that $\frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\sigma^2}$ follows chi-square distribution with $(n - k)$ degrees of freedom (d.f.). *10*

(d) जन्म-मृत्यु घटनाओं से संबंधित आँकड़ों के सामान्य स्रोत क्या हैं ? जनगणना आँकड़ों में सामान्यतया आयु संबंधी किस प्रकार की त्रुटियाँ होती हैं ? इस प्रकार की त्रुटियों को कैसे समायोजित किया जाता है ?

What are the usual sources of data on vital events ? What types of error usually occur in census data on age ? How are such errors adjusted ? *10*

(e) यथा प्राप्त समंकों को मानक समंकों में परिवर्तित करना क्यों वांछनीय माना जाता है ?
नीचे 62 बच्चों के परीक्षा अंकों का बंटन दिया गया है :

परीक्षा अंक :	10	9	8	7	6	5	4	3
f :	1	4	6	10	8	13	18	2

माध्य 50 तथा मानक विचलन 10 के साथ मानक समंक ज्ञात कीजिए।

Why is it considered desirable to convert raw scores to standard scores ?
Below is given the distribution of test scores of 62 children :

Test Score :	10	9	8	7	6	5	4	3
f :	1	4	6	10	8	13	18	2

Obtain standard scores with mean 50 and standard deviation 10. *10*

Q6. (a) k क्रम के स्वसहसम्बन्ध तथा सहसम्बन्ध आरेख को परिभाषित कीजिए। समान भार वाले यादृच्छिक घटकों के गतिशील औसत द्वारा उत्पन्न अनन्त श्रृंखला के लिए विस्तार m के गतिशील औसत का सहसम्बन्ध आरेख ज्ञात कीजिए।

Define autocorrelation of order k and correlogram. For an infinite series generated by the moving average of random components with equal weights, obtain the correlogram of a moving average of extent m. *15*

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(b) सूचकांकों के उपयोग और सीमाओं की व्याख्या कीजिए।

निम्नलिखित आँकड़ों के लिए लैस्पेयर्स, पाशे और फिशर सूचकांक की गणना कीजिए :

वस्तु	समय अवधि I		समय अवधि II	
	p_1	q_1	p_2	q_2
A	10	2	15	1
B	15	3	10	3
C	20	4	15	4

यह भी परीक्षण कीजिए कि पाशे और फिशर सूचकांक (i) समय उत्क्रमण परीक्षण, और (ii) कारक उत्क्रमण परीक्षण को संतुष्ट करते हैं या नहीं।

Explain the uses and limitations of Index Numbers.

Calculate Laspeyres', Paasche's and Fisher's Indices for the following data :

Commodity	Time Period I		Time Period II	
	p_1	q_1	p_2	q_2
A	10	2	15	1
B	15	3	10	3
C	20	4	15	4

Also, examine whether Paasche's and Fisher Index Numbers satisfy (i) Time Reversal Test, and (ii) Factor Reversal Test or not. *15*

(c) (i) रुग्णता को परिभाषित कीजिए तथा रुग्णता के विभिन्न मापों की चर्चा कीजिए।

(ii) स्थिर जनसंख्या को समझाइए। सिद्ध कीजिए कि किसी भी आयु 'x' और समय 't' पर जनसंख्या का वह अनुपात, जिसे C(x, t) द्वारा दर्शाया जाता है, स्थिर जनसंख्या के अंतर्गत समय से स्वतंत्र होता है, अर्थात् C(x, t) = C(x).

(i) Define Morbidity and discuss the different measures of morbidity. *10*

(ii) Explain stable population. Prove that the proportion of population at any age 'x' and time 't', denoted by C(x, t) is independent of time under a stable population, i.e., C(x, t) = C(x). *10*

Q7. (a) (i) जीवन सारणी को परिभाषित कीजिए और इसके उपयोगों का उल्लेख कीजिए।

(ii) 75 वर्ष की आयु में मरने वाले व्यक्तियों की संख्या 476 है और 75 एवं 76 वर्ष की आयु में पूर्ण जीवन की प्रत्याशा क्रमशः 3·92 और 3·66 वर्ष है। 75 एवं 76 वर्ष की आयु में जीवित लोगों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(i) Define a life table and mention its uses. *5*

(ii) The number of persons dying at age 75 is 476, and the complete expectations of life at ages 75 and 76 years are 3·92 and 3·66 years, respectively. Find the number of persons living at ages 75 and 76 years. *10*

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(b) (i) नीचे दिए गए आँकड़ों से आयु-विशिष्ट प्रजनन दर, कुल प्रजनन दर, और सकल प्रजनन दर की गणना कीजिए :

बच्चे को जन्म देने वाली महिलाओं का आयु वर्ग	महिलाओं की संख्या ('000)	कुल जन्म
15 – 19	16·0	260
20 – 24	16·4	2244
25 – 29	15·8	1894
30 – 34	15·2	1320
35 – 39	14·8	916
40 – 44	15·0	280
45 – 49	14·5	145

मान लीजिए कि महिला जन्मों का अनुपात 46·2 प्रतिशत है।

(ii) "प्रजनन दरों" को परिभाषित कीजिए और समझाइए कि इन्हें जनसंख्या वृद्धि के सूचकांकों के रूप में कहाँ तक देखा जा सकता है।

(i) Compute the Age-specific Fertility Rate, the Total Fertility Rate, and the Gross Reproduction Rate, from the data given below :

Age group of child-bearing females	No. of women ('000)	Total Births
15 – 19	16·0	260
20 – 24	16·4	2244
25 – 29	15·8	1894
30 – 34	15·2	1320
35 – 39	14·8	916
40 – 44	15·0	280
45 – 49	14·5	145

Assume that the proportion of female births is 46·2 percent. *10*

(ii) Define "Reproduction Rates", and explain how far they may be looked upon as indices of population growth. *5*

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(c) सामान्य रैखिक प्रतिरूप $\underset{n\times1}{\mathbf{Y}} = \underset{n\times k}{X}\ \underset{k\times1}{\beta} + \underset{n\times1}{\mathbf{u}}$, $E(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ तथा $E(\mathbf{uu}') = \sigma^2 I_n$ के साथ, जहाँ $\underset{n\times k}{X}$ निश्चित संख्याओं का एक आव्यूह है जिसका रैंक k $(k < n)$ है, में β का सामान्य न्यूनतम वर्ग आकलक $\hat{\beta}$ तथा $\hat{\beta}$ का प्रसरण आव्यूह ज्ञात कीजिए। यह भी सिद्ध कीजिए कि $\hat{\beta}$, β का सर्वोत्तम रैखिक अनभिनत आकलक (BLUE) है।

For the general linear model $\underset{n\times1}{\mathbf{Y}} = \underset{n\times k}{X}\ \underset{k\times1}{\beta} + \underset{n\times1}{\mathbf{u}}$ with $E(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ and $E(\mathbf{uu}') = \sigma^2 I_n$, where $\underset{n\times k}{X}$ is a matrix of fixed numbers with rank k $(k < n)$, obtain the ordinary least squares estimator $\hat{\beta}$ of β and the dispersion matrix of $\hat{\beta}$. Also, prove that $\hat{\beta}$ is the best linear unbiased estimator (BLUE) of β. *20*

Q8. (a) निम्नलिखित संरचनात्मक समीकरण मॉडल पर विचार कीजिए। मान लीजिए Y's अंतर्जात चर (endogenous variables) और X's पूर्व-निर्धारित चर (pre-determined variables) हैं :

$$Y_1 = \alpha_{10} + \alpha_{12}Y_2 + \alpha_{13}Y_3 + \beta_{11}X_1 + u_1$$
$$Y_2 = \alpha_{20} + \alpha_{23}Y_3 + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + u_2$$
$$Y_3 = \alpha_{30} + \alpha_{31}Y_1 + \beta_{31}X_1 + \beta_{32}X_2 + u_3$$
$$Y_4 = \alpha_{40} + \alpha_{41}Y_1 + \alpha_{42}Y_2 + \beta_{43}X_3 + u_4$$

जहाँ u_1, u_2, u_3 और u_4 प्रसंभाव्य (स्टोकैस्टिक) पद हैं। अभिनिर्धारण के कोटि और क्रम प्रतिबंधों (रैंक और ऑर्डर की स्थिति) का उपयोग करके समीकरणों की पहचान कीजिए।

Consider the following structural equation model assuming Y's as endogenous and X's as pre-determined variables :

$$Y_1 = \alpha_{10} + \alpha_{12}Y_2 + \alpha_{13}Y_3 + \beta_{11}X_1 + u_1$$
$$Y_2 = \alpha_{20} + \alpha_{23}Y_3 + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + u_2$$
$$Y_3 = \alpha_{30} + \alpha_{31}Y_1 + \beta_{31}X_1 + \beta_{32}X_2 + u_3$$
$$Y_4 = \alpha_{40} + \alpha_{41}Y_1 + \alpha_{42}Y_2 + \beta_{43}X_3 + u_4$$

where u_1, u_2, u_3 and u_4 are stochastic terms. Use rank and order conditions to identify the equations. *20*

Prepp
Your Personal Exams Guide

(b) दिया गया है $l_{91} = 871$ और :

x :	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101
d_x :	296	209	144	93	58	34	18	10	5	3	1

जहाँ l_x और d_x का वही सामान्य अर्थ है, जो जीवन सारणी में होता है, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :

(i) 93 वर्ष की आयु का एक व्यक्ति तीन वर्ष में मर जाएगा।

(ii) 92 वर्ष की आयु का व्यक्ति 96 वर्ष की आयु तक जीवित रहेगा।

(iii) 92, 93 और 94 वर्ष की आयु के तीन व्यक्ति 4 वर्ष तक जीवित रहेंगे।

(iv) 93, 94 और 95 वर्ष की आयु के तीन व्यक्तियों में से ठीक दो व्यक्ति 4 वर्ष बाद जीवित रहेंगे।

(v) तीनों व्यक्ति जिनकी आयु 93, 94 और 95 वर्ष है, 4 वर्ष में मर जाएँगे।

Given $l_{91} = 871$ and :

x :	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101
d_x :	296	209	144	93	58	34	18	10	5	3	1

where l_x and d_x have their usual meanings as in a life table, find the probability that :

(i) a person aged 93 will die within three years.

(ii) a person aged 92 will survive up to age 96.

(iii) three persons aged 92, 93 and 94 will survive 4 years.

(iv) of three persons aged 93, 94 and 95, exactly two of the three will be alive in 4 years.

(v) all the three persons aged 93, 94 and 95 will die in 4 years. *15*

www.prepp.in

Prepp
Your Personal Exams Guide

(c) (i) मनोवैज्ञानिक अध्ययनों में समानांतर परीक्षणों के उपयोग की व्याख्या कीजिए।

(ii) कई न्यायाधीशों द्वारा दिए गए विषयों की कोटियों (रैंक) को आप किस प्रकार संयोजित करेंगे, यह स्पष्ट कीजिए।

(i) Explain the use of parallel tests in psychological studies. *5*

(ii) Explain how you will combine the ranks of a number of subjects given by several judges. *10*